ДВАДЦАТЬ ВТОРАЯ ХРЕСТОМАТИЯ

По истории теории вероятностей и статистики

составитель и переводчик О. Б. Шейнин

Берлин
2019

Содержание

oscar.sheynin@gmail.com

От составителя

Этот сборник я посвящаю памяти брата, Леонида Борисовича (1930 – 2019), экономиста, но главное – честного и порядочного человека. И вот его любимая пословица, которая была в ходу в Германии, в середине XIX века, видимо в основном у прусских помещиков: *Und der König absolut, wenn er unser Wille tut*.

Ниже мы приводим общие соображения об отдельных статьях, которые мы обозначили римскими цифрами в соответствии с Содержанием. Библиографические сведения включены в надлежащие пристатейные библиографии.

Вот обозначение, принятое во всём сборнике:

S, G, i: скачиваемый документ i на русском языке есть на нашем сайте www.sheynin.de. Сайт перепечатывает Google, см. Oscar Sheynin.

[i] Наши примечания означают, что автор небрежно отнёсся к составлению своего сочинения, хотя его тема, как он сам заметил, была действительно интересна государственным деятелям и медицине, а также будущему научному страхованию жизни: продолжительность жизни мужчин и женщин зависит и от того, женаты ли они или нет. Перевод М. В. Птухи мы незначительно выправили, но только в общелитературном смысле.
У нас, однако, нет сведений о реальном использовании мемуара. Таблиц автора мы не перепечатали.

[ii] Фамилии иностранных авторов Анучин указывал только в русском переводе; нам удалось отыскать оригинальное написание имён большинства этих авторов. Он почти никогда не обосновывал своих ссылок и тем самым значительно снизил научный уровень своей брошюры. В дополнение к нашим критическим примечаниям заметим, что он не знал об английских статистиках кроме как о Граунте и о многостороннем учёном, Галлее. См. по этому поводу Pearson (1978), который также описал работу Зюссмильха и Эйлера. Автор охарактеризовал существовавшее в его время сумбурное понимание статистики, что представляет определённый интерес. Наше собственное мнение о сути статистики мы описали в [iii].

[iii] Мы можем только подчеркнуть значимость утверждения Пирсона о единстве науки.

[iv] Некоторые критические замечания см. в Прим. 7. В настоящее время от выводов Нюкома мало что осталось, но тем, кто непосредственно занимается его темой, следовало бы выяснить, не сохранил ли он приоритет в некоторых случаях, тем более, что он иногда пользовался громадным статистическим материалом.

Ньюком был главой американских учёных своего времени и серьёзным общественным деятелем, см. его публикации (1876 и 1894). Вторая из них была конкурсным сочинением, которое удостоилось второй премии. О его фундаментальных трудах по астрономии со статистической точки зрения см. Шейнин (2002).

[v] Видно, как полезна была переписка Романовского с ведущими иностранными учёными, притом и для него смогО, и для них. И хорошо чувствуется, как вреден был постоянный (примерно с 1927 г.) и почти полный запрет на подобную переписку.

[vi] Министерство народного просвещения распространило текст программы Флорова с замечаниями Некрасова и таким образом организовало её заочную дискуссию. Марков не получил этого текста и поэтому счёл всё мероприятие несерьёзным.

Данную статью он написал независимо от неё, но своей собственной программы преподавания теории вероятностей не предложил, хотя и согласился с предложениями Васильева и Кояловича. В своей критике он не выделил замечаний по теории вероятностей и пожалуй слишком подробно цитировал и Флорова, и Некрасова. См. также наши примечания.

[vii] Марков [vi] заявил, что руководящая идея проекта Флорова и Некрасова состояла в ознакомлении учащихся с их трудами, но, конечно же, он постарался бы примирить математику с религией и политикой (прим. 2.19). Он, кроме того, допустил математические ошибки (прим. 2.5 и 2.9) и вместе с Флоровым неверно отнёсся к описанию теоремы Бернулли (прим. 2.1). Но уже сумасбродный стиль Некрасова (частично вызванный его целью примирять математику с религией и политикой) был более, чем достаточен для того, чтобы не подпускать его к школе.

Проект похоронили, а вместе с тем вообще отказались от введения теории вероятностей в школьный курс. Мы бы, впрочем, считали, что следовало (кажется, и ныне только *следовало бы*) знакомить учащихся с идеями этой теории.

[viii] Поссе недостаточно известен. См. о нём Сергеев (1994).

[ix] Дополнительно к нашим примечаниям заметим, что общая характеристика творчества Некрасова в области преподавания теории вероятностей в школе, равно как и крайне отрицательные особенности его математического стиля описаны во многих источниках, см., например, Марков (1912); [vi], [vii], Шейнин (1993; 2003), Чириков и Шейнин (1994). В последнем источнике содержатся и положительные замечания. См. также архивные письма Маркову от редактора ЖМНП Э. Л. Радлова 8 и 15 октября 1915 г. (**S, G,** 16).

Блестящий аналист, ставший известным своими общематематическими публикациями, он потерпел неудачу при попытке доказать центральную предельную теорему именно потому, что доказывал её чисто аналитически (Соловьев 1997).

Никуда не годным был канцелярский стиль письма Некрасова и непродуманное введение новых терминов (дарвинистический, асимптотный).

[x] Частотной теории Мизеса посвящена громадная литература; мы упомянем её суровую критику (Хинчин 1961) и смягчившегося Колмогорова (1963). Наша очень небольшая выдержка из переводной книги издания 1951 г. в основном интересна тем, что Мизес участвовал в переводе и мог выразить в нём свои, видимо, последние мысли об указанной теме (он умер в 1953 г.). Впрочем, основным его сочинением, конечно же, остаётся его посмертная книга (1964). Недостатками книги 1951 г. являются отсутствие библиографических ссылок и некоторая небрежность изложения.

Б. В. Гнеденко, который опубликовал рукопись покойного Хинчина, сообщил, что её почему-то отклонили *Успехи математических наук*. *Если* уже в 1960 или 1961 году Колмогоров изменил своё мнение о Мизесе, то *возможно*, что он тогда же высказал отрицательное мнение о рукописи Хинчина. Мы можем только добавить, что в 1986 г., при подготовке комментария к перепечатке перевода четвёртой части *Искусства предположений* Якоба Бернулли, я узнал, что Ю. В. Прохоров, редактор перевода, возразил против моего упоминания подходящего мнения Хинчина о классическом определении вероятности.

И вот суть упомянутой статьи Колмогорова:

1. Строго применять частотный подход к конечному числу опытов невозможно.

2. Идеи Мизеса можно изложить формально, если закон выбора подпоследовательностей [см. вторую аксиому Мизеса] достаточно прост. Очень большого числа таких простых выборов не существует, но для доказательства этого потребуется ввести меру сложности алгоритма.

И вот мнение проф. А. Шеня из его письма 2019 г., на которое он любезно разрешил сослаться.

1. Мизес подчеркнул, что понятие вероятности применимо только к повторным экспериментам. **2.** Он поднял вопрос об индивидуальной случайной последовательности, который был развит в алгоритмической теории информации и случайности. **3.** Попытки уточнить его подход к понятию вероятности приведут к большей сложности теории, чем при подходе на основе теории меры.

Добавим замечание Хинчина (см. выше): Мизес первым поднял тревогу по поводу неудовлетворительности классического определения вероятности.

[xi и xii] В обеих этих статьях автор указывает, что Мизес воздерживался от обсуждения политических проблем. Тем более следует сообщить, что Мизес оставил вполне политическую рукопись, см. Sheynin (2003). Рукопись нашей статьи мы послали на отзыв Зигмунду Шульце, который нагло потребовал, чтобы я ограничивался описанием событий в России и оставлял Мизеса немцам (но, видимо, не евреям). Он также попытался обмануть меня, заявив, что уже опубликовал (где? когда?) *половину* рукописи Мизеса.

[xiii]. Обзор автора крайне поверхностный, см. наши Примечания (и краткие вставки в основной текст). По перечню её сочинений в Библиографии можно понять, что она в основном исследовала труды Пирсона, хоть упустила здесь его основную биографию (E. S. Pearson 1937 – 1938), но очень многое иное она описала как дилетант. Её пример хорошо иллюстрирует трудность, которую испытывают авторы сочинений по истории математики (и быть может по истории науки вообще). Особую осторожность следует соблюдать автором сочинений, относящихся к отдельной стране: им не следует всё-таки забывать о событиях в других странах, ср. Прим. 2.11.

I

Даниил Бернулли

О средней продолжительности браков при всяком возрасте супругов и о других смежных вопросах

Daniel Bernoulli (1768), De duratione media matrimoniorum etc.
В книге автора *Werke*, Bd. 2. Basel, 1982, pp. 290 – 303.
Перепечатка перевода: Птуха (1955, с. 453 – 464)

Сравни Об употреблении алгоритма бесконечно малых в теории вероятностсй (De usu algorithmi infinitesimalis in arte conienctandi specimen. [*Werke*, Bd. 2. Basel, 1982, pp. 276 – 287). Там же, с. 288 – 289, непереведённое резюме автора.] D. B.

1. Так как происходит постоянная замена лица, имеющего родиться, и лица, имеющего умереть, то уже очень много лет назад у разных народов были составлены таблицы как о родившихся, так и об умерших, при помощи которых с удивительным успехом были наблюдаемы, и, наконец, установлены законы вариаций и взаимностей. Ибо, хотя судьба каждого отдельного человека совершенно неизвестна, тем не менее, нельзя отрицать, что при большом произвольно взятом числе предметов среднее состояние соответствует почти неизменным законам, к чему бы это состояние не относилось, или о чём бы ни шла речь.

Так, сделано было наблюдение, что число ежегодно рождающихся мальчиков неизменно превышает число ежегодно рождающихся девочек, и, что удивительнее, самоё неравенство между ними в каждой стране сохраняет почти неизменно одно и то же соотношение по отношению к общему числу рождающихся. Но это последнее может быть замечено только при очень больших числах, в которых случайная участь того или другого явления оказывается почти незаметной, если только иметь в виду отношение его к общему количеству.

Даже эти самые соотношения для того и другого пола в различных странах мало отличаются друг от друга[1]. В наиболее обстоятельно составленных таблицах указываются, между прочим, причины смерти, что позволяет нам лучше всего знакомиться с отличительными особенностями смертельных болезней. Теперь известно, что в наши дни одна только оспа губит двенадцатую или тринадцатую долю каждого поколения, больше или меньше в зависимости от образа жизни и различия народов. Известно также, что болезни первого детского возраста уносят в течение первого года жизни почти три десятых всего поколения[2].

Далее, что ближе относится к нашей задаче, было замечено, что женщины, вообще говоря, наслаждаются более долговечной жизнью, чем мужчины. Относительно этого мы имеем таблицу, составленную знаменитым Варгентином в Швеции, которая вполне подтверждает данное наблюдение[3]. И это последнее обстоятельство не может быть приписано различному образу жизни мужчин и женщин, потому что названная привилегия женщин самым неизменным образом проявляется с первых же пелёнок и остаётся за ними в течение всей жизни. Из одного и того же числа лиц каждого пола в течение первого года жизни умирает 1623 мальчика и 1438 девочек[4]. Средняя продолжительность жизни, взятая от самого рождения для мальчиков составляет 24 года и 2 месяца, а для девочек 28 лет и 10 месяцев. До двадцатого года доживают 2008 душ мужского пола и 2337 женского. Отсюда ясно, что число живущих женщин неизменно превышает число живущих мужчин.

Будем ли мы рассматривать наблюдения этого рода с точки зрения политики или медицины, они не теряют от этого своего значения. Напротив, если авторы поймут всю их ценность и правильно будут пользоваться ими, то их употребление станет ещё шире.

2. Кроме таблиц о родившихся и умерших, обыкновенно составляются и таблицы о браках, которые прежде всего служат для освещения государственной экономики и которые будут служить ей ещё лучше, если будут составляться обстоятельнее. Было бы желательно дополнительным арабским числом обозначать в записях возраст каждого лица, вступающего в брак, и другим римским числом – в какой брак вступает жених, и в какой – невеста, в первый, второй или в третий. Из таблиц о браках, составленным таким образом, становятся весьма понятными обычаи в этом деле у разных народов и в разных городах. Этим обычаям, если они не вполне соответствуют государственным видам, можно было бы благоразумно противостоять.

3. Упомянутые обстоятельные таблицы рождений, смертей и женитьб можно составить только на основании постоянных и весьма тщательно собираемых наблюдений. Здесь нисколько не помогут априорные соображения, однако же, сколько новых истин можно было бы извлечь из этих таблиц одним только теоретическим рассуждением! Таблицы смертности, например, показывают нам среднюю продолжительность предстоящей жизни для лиц любого возраста, правда, не непосредственно, а путём умозаключений, которые как-то сами собой, случайно могут приходить каждому в голову.

Вопрос же о средней продолжительности браков, которым мы сейчас займёмся, намного трудней и требует немало дедукций. А так как он затрагивает различные группы человеческого рода, права наследования и взаимоотношения, то я думаю, что сделаю ценное дело, если укажу путь к выяснению предмета, который имеет много общего с исследованием, обнародованным мной семь лет назад в Парижской королевской академии наук и помещённым в Комментариях этой академии за 1760 год. В нём, пользуясь необычным для этого дела видом анализа, я подробно говорил от смертности от натуральной оспы[5].

4. Так как вопрос идёт о средней продолжительности браков при данном возрасте супругов, прежде всего необходимо составить таблицу для какого-нибудь числа браков одновозрастных супругов, которая покажет, сколько браков остаётся нетронутыми смертью по окончании каждого последующего года жизни. Однако же, способ, которым могла бы быть составлена такая таблица, до сих пор ещё не найден. Правда, таблицы смертности показывают число мужчин и женщин, остающихся в живых после каждого года жизни[6]. Но то и другое число состоит из лиц вдовствующих и состоящих в браке, но оба они совершенно неизвестны и для их определения требуется применить математический анализ. Этот анализ должен быть заимствован из теории вероятностей.

Начну с более простого. Примем, прежде всего, одинаковый возраст для обоих полов, т. е., что вступающие в брак женихи и невесты имеют один и тот же возраст. Предположим далее, что мужчины и женщины одинакового возраста подвержены в одинаковой мере опасности смерти, хотя наблюдение показывает, что дело обстоит несколько иначе, и что жизнь слабого пола безопаснее. Это положение, однако, нужно понимать не так, будто в многолюдных городах или в других местах ежегодно умирает меньшее число женщин, чем мужчин. Если бы рождалось столько же женщин, сколько мужчин, тогда столько же их и умирало бы.

Но, как известно [и было упомянуто в конце § 1], во всяком государстве в живых находится больше женщин, чем мужчин, откуда следует, что числа ежегодно умирающих того и другого пола могут быть даже абсолютно равны. Но это не значит, что по отношению к сумме живых того и другого пола женщины не умирают в меньшем соотношении, чем мужчины. Я это напоминаю потому, что заметил, что некоторые авторы высказывают здесь ошибочное мнение.

Таким образом, после рассмотрения соображений в пользу нашей общей гипотезы (?), я покажу, каким способом она может быть проверена вообще и с предельной точностью.

5. Положим, что начальное число всех браков = n и что поэтому число всех, состоящих в браке, будет $2n$. Пусть затем будет подсчитана, по истечении известного числа лет, их часть, унесённая смертью, а число оставшихся в живых обозначим через r, так что число умерших будет $2n - r$. Обозначим через x число сохранившихся браков, тогда число вдовствующих окажется равным $r - 2x$. Определив всё это, я говорю, что

$$x = \frac{rr - r}{4n - 2}. \qquad (1)$$

Наглядное разрешение этого вопроса (?) я привёл в § 2 мемуара *Об употреблении алгоритма бесконечно малых* […]. Я, правда, воспользовался в нём терминами, обычно принятыми в теории вероятностей, но каждый сможет усмотреть, что суть дела при этом не меняется.

Далее, число всех вдовствующих будет равно

$$r - 2x = \frac{2nr - rr}{2n - 1}, \qquad (2)$$

половина которого таким образом выражает число либо вдовцов, либо вдов, так как мы предположили, что смерть одинаково поражает мужчин и женщин.

6. И теперь легко определить число браков, которые останутся нетронутыми смертью среди какого угодно оставшегося числа живущих. Так как это последнее число находится в таблицах смертности против каждого года возраста, то одновременно может быть определено и число сохранившихся браков для каждого года. Выбираю таблицу смертности, составленную знаменитейшим Галлеем для города Бреслау, которая перепечатывалась в разных трудах. Её можно найти, в частности, в превосходном труде Депарсье (Antoine Deparcieux, *Essay sur les probabilités de la durée de la vie*. Paris, 1746). Я воспользуюсь ей при составлении новых таблиц, пригодных для нашей цели.

Конечно, я могу начать с какого угодно числа браков и с любого общего возраста. Примем, что имеется 500 первоначальных браков, заключённых 1000 лицами, каждое из которых имеет от роду точно 20 лет. Так как, согласно таблице смертности Галлея, до 20 лет доживает 598 лиц, в то время как я принимаю 1000 лиц, то каждое число Галлея должно быть увеличено соответственно отношению между числами 1000 и 598. Дроби я откидываю и подставляю вместо них целые числа, к которым дроби ближе, или которые могут лучше служить для выявления постоянства в дальнейшей динамике явлений.

Прилагаемая ниже таблица состоит из четырёх граф. Первая показывает возраст, выраженный в годах, вторая графа – число лиц, оставшихся в живых; третья указывает число сохранившихся браков, не разрушенных смертью. В четвёртой графе показано число вдовствующих без различия пола. Эти числа должны быть разделены на две равные группы, на вдовцов и вдов, причём в эту графу должны быть занесены все те, которые овдовели после первого брака, независимо от того, вступили ли они в новые браки или остались вдовствующими.

7. Формула (1), которой мы воспользовались для нахождения значений третьей графы, ясно показывает, что её числа не прямо пропорциональны первому, произвольно взятому числу[7], если только это число не очень велико. Однако, даже тогда последующие числа будут всё более и более удаляться от единства пропорциональности. Следует также отметить, что после откидывания всех дробей в числа четвёртой графы могли вкрасться небольшие ошибки, больше единицы и меньше двух. Эти числа, в общем, соответствуют формуле (2) и следовательно число вдовствующих достигает максимума тогда, когда первоначальное число вступающих в брак уменьшилось вдвое, т. е. когда $x = n$. В этом случае наибольшее число вдовствующих, находящихся ещё в живых в соответствии с формулой, будет равно $nn/(2n - 1)$, или в нашем примере $250\frac{1}{4}$, хотя в таблице показано 252. Напоминаю об этом, чтобы кто-нибудь не приписал допущенных небольших ошибок, сделанных для облегчения расчётов, самому нашему методу.

8. Таблица, которую мы только что привели, начинается в 20 лет. Нетрудно составить новую таблицу, которая начиналась бы с какого угодно другого возраста. Предположим, что желательно исследовать особенности браков для возраста жениха и невесты, которым исполнилось ровно 30 лет. Предыдущая таблица даёт число сохранившихся в этом возрасте браков, равное 395. Так как количество оставшихся в живых всегда равно удвоенному числу браков, то вторую графу следует начать с 790 лиц.

Следовательно, число живых, или 888, надо заменить числом 790, и все дальнейшие числа, приведённые в той же графе, должны быть уменьшены в том же отношении. Числа же третьей графы должны быть сохранены. Наконец, если от уменьшенных указанным образом чисел второй графы вычесть удвоенные числа третьей графы, получатся цифры четвёртой графы. Таким же образом составляются таблицы для любого общего возраста вступающих в брак мужчин и женщин.

9. Если спрашивается далее, когда вследствие смерти число первоначальных браков, заключённых в возрасте 20 лет, сократится вдвое, то это ясно видно при одном взгляде на таблицу. Так как за исходное число браков принято 500, то следует только посмотреть, в каком возрасте в третьей графе сохранилось в целости 250 браков. Будет видно, что это число относится к возрасту между 42 и 43 годами жизни супругов, или точнее к 42 годам и $4\frac{1}{2}$ месяцам. Следовательно, можно с одинаковым риском биться об заклад, будет ли существовать брак, заключённый в общем для обоих супругов возрасте 20 лет, через 22 года и $4\frac{1}{2}$ месяца, или его уже не будет.

Тот же самый вопрос для любого другого возраста брачующихся, лишь бы этот возраст был одним и тем же для них, решается точно таким же образом. Пусть, например, начальный возраст супругов будет 40 лет. Наша таблица показывает, что в этом возрасте остаётся 276 браков и что это число сокращается вдвое по истечении 12 лет и 10 месяцев.

И так я составил прилагаемую табличку для начала и конца каждого пятилетнего возрастного периода. Первая графа показывает общий возраст супругов, а вторая указывает время, выраженное в годах и месяцах, по истечении которого половина браков будет вероятно разрушена. Методом интерполяции можно довольно точно определить эти величины для любого промежуточного возраста.

10. Вопрос о времени, когда половина браков разрушится, с какого возраста браки не начинались бы, не следует смешивать с нашим принципиальным вопросом о средней продолжительности браков, ожидаемой при всяком, но одном и том же возрасте брачующихся. Легко, однако, предвидеть, что эти вопросы не очень значительно отличаются один от другого.

Метод для отыскания средней продолжительности браков похож на тот, которым мы пользуемся для определения продолжительности предстоящей жизни, ожидаемой в каком-либо возрасте. Но этот метод требует, чтобы были известны значения каждой ежегодной убыли. Последняя до сих пор ещё не была определена никакими наблюдениями, и мне пришло на ум, нельзя ли её определить вычислением по отношению к любому возрасту. Эту работу я выполнил в соответствии со своим намерением, и сейчас я покажу, каким образом при помощи таблицы, приложенной к § 6, следует отыскивать предстоящую продолжительность брака для всякого возраста супругов.

11. Нужно сложить все числа третьей графы нашей таблицы, начиная с данного возраста, до конца, и разделить сумму на число, относящееся к данному возрасту. Как известно, полученное частное покажет искомую среднюю продолжительность, хотя бы отдельные браки из тех, которые разрушаются в течение каждого данного года, были в действительности разрушены только в конце года. И в самом деле, так как разрушение происходит почти равномерно в течение всего года, то не будет ощутимой ошибкой отнесение полученной суммы к среднему годовому числу браков.

Отсюда следует, что названное частное надо уменьшить на полгода. Так, если для примера речь пойдёт о средней продолжительности брака между супругами, имеющими от роду по 55 лет, то должна быть взята сумма чисел третьей графы, начиная от 118 до конца, равная 1208. Её следует разделить на 118, т. е. на число, соответствующее начальному возрасту. Частное примерно равно $10\frac{1}{4}$ и означает столько же лет. Вычтя полгода, получим $9\frac{3}{4}$. Следовательно, средняя продолжительность браков между 55-и летними супругами равна $9\frac{3}{4}$ лет.

Так, по образцу приведённого примера я составил прилагаемую табличку для начала и конца каждого пятилетнего периода, начиная с 20-и лет. Её первая графа показывает возраст супругов, а вторая даёт предстоящую среднюю продолжительность браков для этих возрастов. Остальное восполнит интерполяция.

12. Чтобы как-либо стало ясно, насколько результаты этих теоретических выкладок сходятся с наблюдениями, я выбираю один пример, который недавно вычитал в *Transactiones Berenses*[8], где было сказано, что в Лозанне зарегистрировано 1053 сохранившихся браков и что там ежегодно заключают 49 новых браков. Отсюда следует, что средняя продолжительность этих вновь заключаемых браков равна 21 году и 6 месяцам. Она длиннее той, которая по таблице соответствует 25-и летнему возрасту. Но ведь совсем не правдоподобно, чтобы средний возраст всех заключаемых браков [всех брачующихся] был примерно 25-и летним, так что наши вычисления неплохо согласуются с наблюдениями. Сейчас у меня нет времени искать другие примеры у разных авторов. Если бы другие пожелали взять на себя это занятие, им легко было бы составить об этом собственное мнение, только пусть они запомнят, что смертность в различных странах мало разнится и что в зависимости от процента смертности растёт или убывает продолжительность браков.

13. Теперь, если бы мы пожелали узнать количество всех существующих в стране браков, в которой ежегодно заключается 500 новых браков, причём по нашему предположению только между лицами 20-и летнего возраста, то следует умножить среднюю продолжительность браков на их ежегодное число, т. е. $23\frac{5}{6}$ на 500. Полученное произведение, 11 917, даст требуемое количество существующих браков. Число всех лиц, состоящих в браках, окажется равным 23 834.

Если взять какой-либо другой начальный возраст лиц, вступающих в брак, то здесь может помочь таблица § 11. Число всех сохранившихся браков всегда равно произведению числа ежегодных браков на их среднюю продолжительность, которая указана во второй графе таблички.

Предположим, что заключение каждого брака отнесено на конец тридцатого года. Значит, следует умножить число ежегодных браков на $18\frac{5}{6}$. Самоё число ежегодных браков будет меньше, ибо оно зависит от числа оставшихся в живых, т. е. от чисел 1000 и 888, которые соответствуют 20-и и 30-и летним возрастам. Следовательно, число ежегодных браков будет равно $(888/1000)\cdot500 = 444$. При умножении на $18\frac{5}{6}$ мы получим 8362, тогда как для возраста 20 лет было 11 917.

Наперёд можно сказать, что браки первого вида будут более плодовитыми, чем заключённые только по окончании тридцатого года. Если какое-нибудь государство от 500 ежегодных браков, каждый из которых заключён до конца 20-и летнего возраста, будет ежегодно получать 2300 детей[9], то то же самое государство едва ли сможет получить более 1000 детей, если все браки и каждый в отдельности будут заключены только до окончания 30-и летнего возраста.

14. Прибавлю несколько слов о числе всех вдовствующих того и другого пола в том же государстве, о котором только что была речь. Предположим, что они постоянно остаются вдовствующими, или, что все мужчины и женщины, однажды ставши вдовствующими, отнесены к этой категории. Если в таблице § 6 сложить числа четвёртой графы, то сумма окажется равной 10 326, которое приблизительно выразит количество всех лиц, овдовевших до конца 89-и летнего возраста. Можно прибавить около 24 душ, переживших этот возраст, так что указанное число можно считать равным 10 350.

Следовательно, все лица, состоящие в браке, будут относиться ко всем вдовствующим приблизительно как 23 834**:**10 350 или почти как 23**:**10. Так обстоит дело, если предположить, что каждый брак заключён в одном и том же возрасте 20-и лет у жениха и невесты. Другой возраст будет иметь другую таблицу с другими числами, которые можно легко получить после соответствующих изменений в вычислениях. Было бы слишком смело говорить обо всём. Есть очень много вопросов, которые разрешаются одними вычислениями, и, конечно, лучше, чем самыми усидчивыми наблюдениями.

15. Перехожу к другому виду браков, заключённых между супругами разного возраста. Общим для браков этого рода является то, что мужья большей частью старше жён. Но известно, что опасность смерти возрастает с возрастом[10], а кроме того при прочих равных условиях мужчины подвержены большей опасности, чем женщины. Таким образом, если примем для мужей больший возраст, то они и легче, и быстрее будут уходить из жизни и намного больше оставят после себя вдов, чем окажется вдовцов.

Я, правда, боялся, что соответствующее неравенство представит слишком много затруднений для нашего предмета. Однако, сама природа вещей помогла тем, что дифференциальное уравнение между тремя неизвестными величинами на счастье допускает не только дифференцирование, но и интегрирование. Подобный выход я применил в мемуаре *Essay d'une nouvelle analyse de la mortalité causée par la petite vérole* [Daniel Bernoulli, *Werke*, Bd. 2, pp. 35 – 267). Английский перевод: Bradley (1971)], упомянутом в § 3.

Итак, понятно, что я воспользовался методом алгоритма бесконечно малых, который требует, чтобы за первоначальное число браков было принято самое большое число, или, как бы, бесконечное. Этот метод только с изменением названий я полностью изложил в предварительном исследовании *Об употреблении алгоритма бесконечно малых* […] в его § 7 и до конца. Здесь у нас мужья и жёны, а там, полоски чёрные и белые; здесь браки, там парные полоски. Здесь, наконец, более высокая смертность одного из полов, там более лёгкое извлечение из урны полосок какого-нибудь цвета или бОльшая наклонность к выходу из урны.

16. Снова примем n за первоначальное число браков. Допустим, что во всех браках мужья одного и того же возраста и что все жёны также одного и того же, но другого возраста. Пусть число оставшихся в живых мужей по истечении известного срока равно s, а оставшихся жён – t. Оба эти числа определяются по таблицам смертности. Обозначим через x сколько между всеми оставшимися в живых сохранится или не будет затронуто смертью браков. Далее, сколько вдовцов, или по крайней мере однажды овдовевших, и сколько вдов или однажды овдовевших женщин.

Обозначим число сохранившихся браков через x, тогда число вдовцов окажется равным $s – x$, а число вдов – $t – x$. При указанных допущениях, как мы доказали в § 7 нашего предварительного мемуара *Об употреблении алгоритма* […], $x = st/n$. Итак, если найдём s и t, то станет известно всё остальное. Очевидно, что нет нужды, чтобы между различной смертностью мужчин и женщин, происходящего от различия возраста, было прямое отношение[11]. Впрочем, для всякого это ясно из того, что между числами s и t предполагается известное взаимоотношение, которое исключает по необходимости различную смертность. При всей своей простоте наша формула настолько обща, что она может также выражать другое различие в мерах смертности, происходящее от различия пола, если будут отдельные таблицы смертности для мужчин и женщин.

Далее, чтобы мы могли воспользоваться таблицами Галлея, рассмотрим различие мер смертности только в зависимости от различия возраста. То же самое мы сделали, когда говорили о браках между супругами одного и того же возраста, и тем лучше можно будет таким образом сравнивать разные виды браков.

17. Считаю излишним говорить о том, каким образом при неравенстве возрастов супругов может быть составлена другая таблица, подобная приложенной к § 6. Правда, любая разница в возрастах потребует новых вычислений, однако достаточно привести данные для пятилеток, так как промежуточные значения будут довольно точно вычислены интерполяцией. Пример, который я сейчас представлю, будет образчиком для всех случаев.

Положим, что новые браки заключаются между 500 девушками, каждая 20-и лет от роду, и столькими же мужчинами, каждым 40 лет от роду. Число браков снова равно 500, но теперь придётся отыскивать числа s и t для каждого года, т. е. количества как мужчин, так и женщин, остававшихся в живых. Оба эти числа можно точно и притом легко вычислять при помощи второй графы нашей таблицы из § 6. Действительно, числа t получится, если взять половину каждого числа в этой графе. Если затем умножить эту половину на 1000/744, получим s. Это умножение легко, потому что первоначальное число мужчин было принято равным 500.

Так составляется вторая графа, в которой приводится число оставшихся в живых мужчин и число женщин после каждого года жизни. Затем составляется третья графа, которая показывает число сохранившихся браков, т. е. значений st/n для каждого года. Наконец, четвёртая и пятая графы, которые указывают количества вдовцов и вдов, составляются вычитанием числа оставшихся браков из оставшихся в живых количеств мужчин и женщин. Само по себе нахождение последних чисел на основании других граф таблицы не имеет значения, но я счёл необходимым привести его.

18. Эта вторая таблица применяется так же, как предыдущая, и всё, сказанное в §§ 7 – 14, можно приложить и к новому виду браков. Так, например, в § 9 я определил время, после которого разрушится половина браков, заключённых 20-и летними (22 года и $4\frac{1}{2}$ месяцев). Для браков женщин 20-и лет и мужчин 40 лет это время сокращается до 16 лет и четырёх месяцев, что видно просто при рассмотрении третьей графы второй таблицы. Та же третья графа ответит на тот же вопрос о женщинах 40 лет и мужчинах 60-и лет: оставалось 202 брака, и это число вдвое уменьшится за 9 лет и 1 месяц.

Итак, не представит никакого затруднения составить табличку, подобную той, которая была приложена к § 9, о чём достаточно лишь напомнить. Но так как речь главным образом идёт о средней продолжительности браков, то я не отказываюсь и от этой работы.

19. Этот вопрос для мужей, которые старше своих жён на 20 лет, решается совершенно таким же способом, каким мы воспользовались в § 11, где мы приняли у супругов один и тот же возраст. Итак, при первоначальном возрасте мужчины, равном 40, а женщины – 20-и годам, следует взять сумму чисел третьей графы первой таблицы, которая равна 9207, и разделить её на число первоначальных браков, т. е. на 500. Частное равно 18 41/100 или примерно 18 лет и 5 месяцев. Вычитая 6 месяцев, получим искомую продолжительность браков, 17 лет и 11 месяцев.

Таким способом я и составил прилагаемую таблицу, которую можно сравнить с табличкой § 11, чтобы было видно различие предстоящей ожидаемой продолжительности браков того и другого вида. Это различие не незначительно, и было бы ещё значительней, будь у нас статистические данные о более высокой мужской смертности и отдельные таблицы смертности для мужчин и женщин.

20. Некоторые захотят сравнить виды браков друг с другом, т. е. браков при одном и том же возрасте супругов, и браков, в которых муж старше жены на 20 лет, чтобы и те, кто робеет перед новыми вычислениями, могли без большой ошибки судить о любом среднем состоянии.

а) Мы уже говорили о различии средней продолжительности браков двух видов. Так, женщина 55 лет, вышедшая замуж за мужчину того же возраста, не без основания сулит себе вдвое более продолжительный брак, чем при браке с мужем в возрасте 75 лет.

б) Если представить себе два государства, в каждом из которых ежегодно совершается 500 браков первого и второго вида соответственно, то в первом произойдёт 11 917 браков, а во втором только 8958 (§ 13), допуская при этом, что состояние обоих государств остаётся неизменным. Мы имеем в виду браки, заключённые обоими супругами в первый раз, а такие браки во всяком случае составляют наибольшую их долю.

в) Одно и то же государство, в котором ежегодно может заключаться 500 браков первого вида, не сможет иметь более 372 браков второго вида, потому что очевидно из 500 20-и летних юношей до 40 лет доживёт лишь 372. Таким образом, четверть девушек будет вынуждена оставаться незамужней или же выйти замуж за вдовцов. Вот почему в новые браки вступает гораздо больше вдовцов, чем вдов, хотя число первых меньше числа вторых.

г) Скажем теперь о вдовствующих того и другого пола. К ним мы причисляем всех, кто однажды овдовел, сохранили ли они вдовство или вступили во второй брак. В § 14 мы видели, что по нашему расчёту при 500 ежегодных браках первого вида число всех вдовствующих составит 10 350, или 5175 вдовцов и 5175 вдов. Но совсем иначе обстоит дело, если речь идёт о браках второго вида. Число вдовцов окажется значительно меньшим числа вдов. В этом случае наша таблица в § 17 показывает только 2154 вдовца, а число вдов, т. е. сумма всех чисел в пятой графе, будет равна 7949. Эту оценку притом следует увеличить на 197, на число вдов оставшихся в живых по окончании последнего года таблицы. Общее число вдов оказывается равным 8146.

Но в обоих случаях сумма всех вдовствующих почти одна и та же. Сравнивая числа вдов и вдовцов, мы видим, что во втором случае (жениху 40, а невесте 20 лет) число вдов почти вчетверо больше числа вдовцов, тогда как в первом случае (супруги одного и того же возраста) эти числа равны друг другу. Следовательно, в государстве, в котором ежегодно заключается 500 браков первого вида, будет 11 917 мужей и столько же жён, 5175 вдовцов и столько же вдов, всего 34 184 человека. Если же в нём заключается 500 браков второго вида, то мужей будет 9207 и столько же жён, 2154 вдовцов и 8146 вдов, всего 28 714 человек.

д) В государстве, которое, положим, приобрело устойчивое состояние, если ежегодно заключается 500 браков первого вида, то столько же ежегодно разрушается. Умрёт 250 мужей, которые оставят столько же вдов, и умрёт 250 жён, которые оставят столько же вдовцов. Но при 500 браках второго вида смерть будет ежегодно уносить 345 мужей и 155 жён. Останется поэтому 155 вдовцов и 345 вдов. Число оставшихся мужей равно s, а число оставшихся жён равно t и число сохранившихся браков окажется равным st/n (§ 16).Убыль мужей выразится дробью $s \div st/n = n \div t$. Отсюда следует, что убыль мужей равна tds/n, а убыль жён sdt/n. Поэтому всё число умерших мужей равно $\int tds/n$, а умерших жён $\int sdt/n$.

Но общее отношение между s и t известно только по числам таблицы смертности, и названные интегралы могут быть даны не иначе, как частично (per partes). И так я нашёл числа, которые только что привёл.

Из этого моего обзора, какой он ни есть, становится ясно, что в роде человеческом происходит много изменений и что существует много взаимностей, которые можно определить обстоятельнее и лучше вычислениями, чем сделанными до сих пор бесчисленными наблюдениями [что было сказано в § 3 и конце § 14].

Примечания

1. Это непонятно.

2. В Предисловии к исследованию автора об оспе (см. ссылку в § 15) упомянуто поколение младенцев. Там же названа оценка 1/13, но оценки 3/10 мы не нашли.

3. О Варгентине см Nordenmark (1929), однако он не сообщал о раздельных таблицах смертности. См. также Прим. 6.

4. В таблице Галлея (1693) этих данных нет. Возможно, что автор нашёл их в таблице Депарсье, см § 6. Автор упомянул среднюю продолжительность жизни, а в § 9 он ввёл её вероятную продолжительность. Впрочем, оба эти понятия были известны уже Гюйгенсу (Шейнин 2013, § 3.2.2).

5. См. ссылку в § 15.

6. Автор неоднократно упоминает раздельные таблицы смертности, иногда как желательные, а в других случаях его можно понять, что такие таблицы уже существовали, хотя вряд ли.

7. Это непонятно.

8. Мемуар Бернулли опубликовало Ökonomische Ges. Bern, но где и когда?

9. Как же всё-таки автор определил число детей?

10. Опасность (а точнее, вероятность) смерти возрастает, начиная примерно с 15-и лет.

11. Чуть ниже автор разъясняет: нет нужды в различии смертности.

Библиография

Птуха М. В. (1955), *История статистики*, т. 1. М.

Шейнин О. Б. (2013), *Теория вероятностей. Исторический обзор*. Берлин. **S, G,** 11.

Bradley L. (1971), *Smallpox Inoculation*. Nottingham.

Halley E. (1693), Estimate of the degrees of the mortality of mankind […]. New York, 1963. **S, G,** 13.

Nordenmark N. V. E. (1929), Pehr Wilhelm Wargentin, 1717 – 1783. *Nordic Stat. J.*, vol. 1, pp. 241 – 252. **S, G,** 43.

Признательность. Сведения в Прим. 8 и в соответствующем основном тексте нам любезно сообщил доктор Мартин Максмюллер (Базель).

II

Е. Анучин

Значение статистики как науки и международный статистический конгресс

С. Петербург, 1872

1. В настоящее время открывается в Петербурге восьмая сессия международного статистического конгресса[1], возникшего 19 лет назад по мысли знаменитого бельгийского статистика и астронома Кетле. Это событие, в котором наглядно выразится наша духовная связь с цивилизованными странами Европы, ещё сильнее должно укрепить в нашем обществе сознание необходимости основательно изучить родную страну, её производительные силы, её духовные и материальные потребности. Подобное изучение может быть достигнуто только посредством целого ряда разумно направленных и правильно исполненных статистических исследований. Лет пятнадцать назад статистика была у нас чуть ли не предметом глумления. Это неудивительно: нельзя было серьёзно относиться к статистике, сочиняемой по фантазии волостного писаря и никем никогда не проверявшейся. Статистике того времени никто не верил, хорошо зная её происхождение. Но в последние 15 лет многое изменилось. Быстро следовавшие одна за другой реформы, преобразовавшие весь строй нашей внутренней жизни и сопровождавшиеся повсеместным развитием промышленности и торговли, заставили нас пристальнее взглянуть на себя и сделать расчёт своим богатырским силам, доверие к которым было сильно поколеблено *крымской войной*. Явился запрос на статистические данные. В них нуждались при обсуждении всякого нового предположения, возникло ли оно в правительственной или общественной среде. Без статистических данных нельзя было приступить к освобождению крестьян, к постройке железных дорог, к раскладке земских повинностей и т. д. Всюду необходимая статистика вдруг попала в честь и вошла в моду. От глумления над ней мы впали в другую крайность и внезапно пришли едва ли к обожанию цифры.

Более всего были заинтересованы в успехах статистики, разумеется, само правительство и новые земские учреждения. Там, где руководители земского дела оказались людьми, серьёзно относившиеся к своим обязанностям, земские управы обратились прямо в своего рода статистические учреждения. В некоторых губерниях, как например в Самарской и немногих других, земство делало даже значительные пожертвования на издания местных статистических комитетов. Правительство, со своей стороны, сильно подвинуло вперёд нашу статистику основанием центрального, в столице, и местных статистических комитетов в губернских городах, хотя вследствие недавнего учреждения их и несовершенной организации деятельность новых учреждений не везде проявлялась в одинаковой степени. Но более всего следует ожидать для развития нашей статистики от живого участия, принимаемого нашим правительством в международном статистическом конгрессе, на сессии которого, начиная с 1857 г., оно постоянно посылало своих делегатов, знакомившихся с ходом статистического дела в наиболее цивилизованных странах и вносивших новые взгляды и начала в нашу статистику. Этим наше правительство доказало, что оно понимает назначение статистики. Бельгийский министр Piercot, открывший в 1853 г. в Брюсселе первую сессию Международного статистического конгресса, так охарактеризовал это назначение:

Цель статистики – пролить свет на истинные интересы правительств и народов, укрепить связи, соединяющие между собой различные нации, утвердить в них чувства любви и братства и тем самым предохранить их от возврата к временам безумной национальной вражды.

Но что же такое статистика, имеющая столь высокую цель?

Извините, господа, заметил в одном из заседаний последней (гаагской) сессии конгресса известный немецкий учёный Энгель,

Извините, если я позволю себе усомниться в том, чтоб кто-нибудь из вас мог сказать мне: что такое статистика?

Как ни покажется странным такого рода обращение к сонму учёных собратов со стороны одного из первых специалистов по статистике, Энгель был совершенно прав. Бойкий учёный определяет статистику по-своему и таких определений почти столько же, сколько лиц, писавших о статистике. Для одного это географическая наука, для другого – историческая, для третьего – политическая, для четвёртого – математическая и т. д. Как будто условились в таком общем разногласии, чтоб произвольно изменять при статистических исследованиях и предмет, и метод и чтоб класть на науку такой штемпель, какой кому заблагорассудится.

Ввиду представляемого настоящей статистикой разнообразия сведений, даже светило современной науки, Кетле, отказался от определения, заметив, что

Точного определения статистики, которая всюду прилагается как метод, невозможно сделать.

В слове *статистика*, как оно вообще применяется, смешиваются два совершенно разнородные понятия, не имеющие между собой ничего общего – *о науке и о методе*. Статистика как наука есть действительно самостоятельная отрасль знания, имеющая своим предметом исследование социальных явлений. В качестве науки она может пользоваться для своих целей всеми возможными методами, а в том числе (и преимущественно) нумерическим методом, неправильно называемым некоторыми статистическим методом.

Статистика же в смысле особого метода может быть прилагаема, конечно, ко всем наукам и в том числе к самой статистике, рассматриваемой в смысле науки. Собственно говоря, целесообразнее всего было бы совершенно изгнать из науки слово *статистика*, неудачно придуманное и запутывающее понятия, так как это слово не определяет точно ни метода, который правильно было бы назвать нумерическим, ни науки, для которой ещё тридцать лет назад учёный Кетле предложил более верное и более определённое название: физика общества (physique sociale).

Казалось бы, что, при господствовавшей во время открытия первой сессии конгресса неопределённости значения статистики, прежде всего следовало определить предмет и пределы статистики, из чего само собой вытекали бы и задачи конгресса. При всеобщем, однако, разногласии, и из опасения расстроить дело, только что начинавшееся, члены Конгресса не решались затрагивать этого вопроса и ограничились более практическим делом – объединением форм статистических изданий, так как в этом деле скорее всего они могли придти к соглашению. Но если такие практические соображения и вынуждали оставлять предмет статистики в его прежней неопределённости, то с другой стороны, такая неопределённость не могла не приводить к некоторым несообразностям, как наприм. к предложению на обсуждение конгресса вопросов, не имевших непосредственного отношения к его задачам. Так, ещё на первой сессии, испанский учёный Рамон де-ла-Сагра (Ramon de la Sagra) предложил включить в программу ближайшей сессии, под названием *Физической статистики*, целую категорию вопросов, относящихся к климатологии, орографии, ботанической географии и т. п. На сессиях венской, лондонской и флорентийской некоторые из частей этого предложения подробно обсуждались, несмотря на то, что многие члены усматривали в этом отклонение от прямой цели конгресса. После того, другим учёным, Вагнером (A. H. G. Wagner), был начертан полный план научной статистики, в которой гостеприимно были приняты и физика, и химия, и ботаника, и зоология со включением перелётных птиц и т. п. Подобные уклонения от прямых целей Конгресса, заставили, наконец, некоторых членов нарушить молчание, и на последней, гаагской сессии был поставлен вопрос: чем же, наконец, должна ограничиться деятельность статистического конгресса? Результат обсуждения этого предмета доказал только, до какой степени теперь ещё различны между статистиками взгляды на свою специальность; но, вместе с тем он доказал также, что представители рационального направления в новой науке вполне сознают необходимость выделения её из той хаотической суммы знаний, я известной теперь под именем статистики, под которой всякий понимает, что хочет, и от определения значения которой отказываются лучшие учёные.

В программе гаагской сессии вопрос о значении и пределах статистики как науки весьма обстоятельно разработан как голландскими статистиками Фиссерингом (Vissering) и Баумгауером, так и баварским статистиком Майром (G. Mayr). Баумгауер поставил собранию следующее предложение: ввиду того обстоятельства, что в программы предыдущих сессий включались вопросы, не имеющие прямого отношения к задачам конгресса, разграничить понятие о статистике как науки, от понятия о ней, как методе, и выделив таким разграничением из науки всё, что к ней не относится и придано ей случайно вследствие неправильного её понимания, ограничить на будущее время деятельность конгресса исключительно предметами физиологии общества.

Признавая в принципе, вместе с автором предложения, необходимость точного разграничения двух совершенно различных понятий и соглашаясь с ним даже в необходимости более ясного названия для статистики как науки, многие из лучших представителей конгресса не сочли, однако, удобным принять предложение Баумгауера, находя невозможным точно определить, что относится, а что не относится к предметам самой физиологии общества, которая, по тесной связи человека с природой, должна многое заимствовать из сферы других знаний. Понятно, что из наук естественных, например, предметом её исследований может быть, во всяком случае, только то, что имеет прямое отношение к социальным явлениям. Так, в ботанике статистический метод может быть приложим при исследовании каких угодно растений в смысле географического распространения их или времени цветения и т. п., но к статистике, как науке, могут относиться исследования только о растениях, имеющих влияние на состояние человеческих обществ, как, например, о хлебных растениях, изобилие или недостаток урожая которых прямо действует на благосостояние людей. С такой же точки зрения относятся к статистике (или физиологии общества по Баумгауеру) и некоторые предметы из области зоологии, минералогии и других естественных наук. Таким образом, хотя конгресс и не счёл себя вправе подвергнуть предложение Баумгауера голосованию, но, вместе с тем выразил необходимость строго различать в слове *статистика* два различные понятия: метод и наука, о которых мы упоминали.

Границ статистики как метода нельзя определить, сказал Энгель, докладчик этого вопроса на общем собрании гаагской сессии,

Но необходимо строго различать статистику – науку от статистики – метода. Вы можете сказать, что конгресс должен заниматься исключительно статистикой как наукой о человеческих обществах. Вы можете сказать также: мы хотим заниматься и статистическим методом. Но не нужно этого смешивать.

В последнее время были сделаны даже попытки разделения этих понятий посредством присвоения им различных названий. Так, Рюмелин (G. von Rümelin), а за ним Вагнер (A. H. G. Wagner) и Энгель предложили считать статистикой только метод, а науку о социальных явлениях назвать *демографией*[2]. Конгресс отказался от вотирования [голосования] по поводу подобных предложений единственно только по той причине, что трудно, почти невозможно, определить теперь, как много должна взять себе новая наука из естественных наук. В доказательство этой трудности был приведён французским статистиком Легуа (A. Legoyt) следующий пример:

Недавно был поднят в Парижской академии наук чрезвычайно интересный вопрос, разрешённый посредством статистики. Беккерели, отец и сын, статистическим путём доказали, что присутствие леса предохраняет поля от опустошения их градом – вывод, имеющий чрезвычайно важное значение для земледелия.

Таким образом, говорят, если бы вздумали принять какие-нибудь границы для статистики-науки, то легко могло бы статься, что через несколько лет пришлось бы эти границы раздвинуть. Но нам кажется, и в этом случае мы опираемся на мнение известного баварского учёного Майра (G. Mayr), что предложением Баумгауера вовсе не требовалось совершенно исключать из статистики естественные науки, а лишь выражалось желание яснее определить программу конгресса, ограничив её социальными явлениями. Само собой разумеется, что из неё не могут быть исключаемы те предметы из разряда естественных наук, которые оказалось бы необходимым исследовать статистически собственно в интересах и для целей физиологии общества. По существу статистика, в смысле физиологии общества, была бы вправе ограничиться для своих специальных целей принятием от других наук лишь готовых результатов; она вовсе не обязана заниматься собиранием таких, например, фактов, которые послужили Беккерелям для весьма важного вывода о влиянии лесов на происхождение града. Но естественные науки, к сожалению, не располагают такими средствами для применения статистического метода, как физиологии общества, в распоряжении которой находятся все административные учреждения и которая, поэтому по необходимости принимает на свою обязанность собирание фактов по тем предметам из разряда естественных наук, которые наиболее её интересуют. Этим и объясняется происшедшее на гаагской сессии разногласие по вопросу Баумгауера об ограничении программы занятий конгресса предметами физиологии общества. Статистический же собственно метод, успешное приложение которого возможно только при содействии всех отраслей администрации, может быть полезен не для одной физиологии общества, а и для других научных отраслей, например, для метеорологии, технологии [техники], сельского хозяйства и т. п. Если ограничить задачи конгресса целями исключительно только физиологии общества, то многие отрасли наук лишатся весьма сильного для их развития средства; если же, с другой стороны, допустить неограниченное расширение программы, то оно ни к чему не поведёт, так как на конгрессе присутствуют только специалисты статистики, между тем как вопрос о применении *статистического метода* вообще не может быть удовлетворительно разрешён без деятельного участия специалистов, заинтересованных в том научных отраслей. Таким образом, рано ли, поздно ли, конгрессу предстоит необходимость разделиться на конгресс социально-физиологический, в который войдут специалисты по физиологии общества, и на конгресс статистического метода, в который должны войти специалисты всех наук, заинтересованных в применении этого метода. На конгрессе несколько уже раз проявлялось опасение такого раздвоения, и оно неизбежно и было бы даже весьма полезно. Если бы каждая из научных отраслей была в состоянии сама по себе пользоваться статистическим методом, то физиология общества не имела бы надобности вторгаться в чужие области, а могла бы ограничиться принятием готовых, нужных для неё выводов от других наук. С другой стороны, и применение статистического метода к другим наукам вышло бы из суживающей его зависимости от задач социальной физиологии. Ещё более горячий спор возбудил доклад Фиссеринга (S. Vissering) *О пределах и предмете статистики*. Находя, что *статистика есть особая и цельная наука*, Фиссеринг видит предмет и цель её в *исследовании законов социальной жизни народов*. Это положение привело к весьма назидательным прениям.

Как Денцингер на брюссельской сессии, так и Гейшлинг на гаагской, предложили разделение статистики на две школы, историческую и математическую, или, выражаясь точнее, на *официальную*, олицетворённую в статистических бюро и занимающуюся собиранием фактов и сведением их в таблицы, и на научную, имеющую целью выводить общие законы из собранных фактов. Это предложение было единодушно отвергнуто, так как делаемое им различие касается только формальной стороны вопроса и сводится на механическое разделение труда, немыслимое в научных исследованиях. Собирание фактов, группирование и вывод общих законов из них суть только три степени одного и того же научного исследования, имеющего предметом общественные явления. Принятие в принцип различия между официальной и научной статистикой уже потому не выдерживает самой снисходительной критики, что и для собирания даже фактов необходимы строго научные программы. По замечанию Кетле,

Недостаток научного элемента в статистических бюро более всего вредит статистике.

Но невозможность самостоятельного существования так называемой официальной статистики, представляемой исторической школой, обусловливается ещё и другой причиной. Историческая школа, с самого её происхождения до последнего времени ничего более не видела и не видит в статистике, как *описание состояния государств*. Между тем, с тех пор, как статистика стала пониматься в смысле науки об общественных явлениях, в этом представлении, как в более общем, должно было совершенно исчезнуть более частное представление о ней, как о науке, имеющей предметом государство, т. е. только одну из форм общественного состояния людей. *Если же справедливо*, говорит докладчик гаагской сессии Энгель, что

Государство не есть единственное выражение человеческой общественности, то является необходимость *исследования и других форм её, т. е. исследование законов социальной жизни во всей полноте и во всех разнообразных её проявлениях. Под общественными явлениями следует разуметь все явления, происходящие от взаимодействия естественных сил природы и жизненных сил человека*.

Таким образом, исследование условий жизни человека в обществе должно быть точкой отправления для новой науки, будет ли она называться на предстоящей петербургской сессии статистикой, или ей усвоится более определённое название физиологии общества. В чем же заключается подобное исследование и каковы его границы?

Общественно-физиологическое исследование, говорит Энгель в заключение своего доклада,

Не оканчивается наблюдениями человеческого существа; исследование это проникает до цели человека на земле, до цели всей его жизни. Признав существование этой цели, наука открывает, что эта цель никогда не может быть достигнута индивидуально и что ассоциация или кооперация суть жизненные условия для людей. Следовательно, всякая человеческая община, каково бы ни было её название, должна содействовать человеку в наилучшем достижении его жизненной цели. Объяснение этой цели потребовало бы слишком много времени, потому, не вдаваясь в религиозные рассуждения, которые здесь были бы неуместны, я должен сказать, что первая часть этой цели есть жить и наслаждаться здоровьем. Следовательно, речь идёт о физической, интеллектуальной, моральной, социальной, экономической и политической жизни человека. Наблюдая факты человеческой жизни в обществах и переводя их в цифры, мы всегда должны иметь в виду разрешение вопроса: достигает ли человек цели своей жизни соответственным этой цели образом? Нельзя не признать, что наука с такими задачами вполне заслуживает уважения, которым она пользуется. Примем же это уважение за доброе предзнаменование, тем более, что новая наука никогда не достигнет своего совершенства, если только все человечество не займётся ей.

2. Итак лучшие из современных представителей статистики понимают её как науку, занимающуюся исследованием законов общественных явлений (физика общества – Кетле, физиология общества – Баумгауера, демография – Энгеля и Рюмелина). Но такое понятие о ней сложилось не вдруг. В течение развития статистики этим именем назывались весьма различные вещи. Статистики то в том, то в другом видели предмет, метод и конечную цель своей деятельности. Одни из них понимали статистику как науку о достопримечательностях (Merkwürdigkeiten) или о состоянии (Zustandswissenschaft) или, наконец, о силах государства (études sur les forces d'état), другие считали её какой-то цифровой наукой (Zahlen-Wissenschaft) или, наконец, разумели под ней исследование законов различных явлений общественной жизни. То смешивали статистику с историей, с географией, с государственным правом и политикой, то связывали её с математикой и с естественными науками. В то время, как одни благоговели пред новой наукой, другие не удостаивали её даже и названия науки. Почти ни одна из отраслей человеческого знания не сопровождалась в своём развитии таким смешением и колебанием понятий о её сущности, как статистика, и мы рискнули бы заблудиться в лабиринте противоречий, если б вздумали разбирать и объяснять все существовавшие и существующие мнения о ней. Поэтому в настоящем очерке, мы только вкратце познакомим читателей с главными эпохами развития статистики и с главнейшими из существовавших на неё воззрений.

Среди хаоса данных в разное время определений статистики (Энгель насчитал их до 180), в постепенном развитии этой науки до той высоты, на которую она поставлена Кетле, заметно выделяются три главные вида её понимания: 1) прежде всего статистика понимается как изображение состояния государства; 2) потом от сравнения различных *состояний*, т. е. одного и того же государства в различное время, или же современных состояний различных государств, переходят к исследованию причин замеченного различия, и наконец, 3) от причин переходят к исследованию общих законов явлений общественной жизни, причём частное понятие о государстве заменяется более общим представлением об обществе во всех его видоизменениях.

Разграничить во времени эти три степени развития статистики невозможно, потому что, например, и теперь ещё сохранились у многих о статистике первобытные понятия. С другой же стороны такое разграничение невозможно ещё и потому, что Ахенваль, считающийся, хоть и неправильно, родоначальником описательной статистики, и Зюссмильх, старавшийся дать ей рациональное направление, были современники.

Статистика считается новой наукой. Строго говоря, это совершенно неверно. Новой наукой может назваться только выделяющаяся из статистики и обработанная Кетле с его последователями физиология общества. В смысле же, приданном статистике Ахенвалем, как описания *достопримечательностей* государства, происхождение её теряется в самой глубокой древности. Можно сказать даже, что мысль о статистике родилась вместе с понятием о государстве и осуществилась с первым сознанием у правителей необходимости ознакомиться с состоянием своего государства. А такое ознакомление прежде всего оказалось необходимым для военных и финансовых целей. Так, например, из Ветхого Завета известно, что в государственной жизни евреев переписи населения играли большую роль[3]. Из сообщений Геродота можно заключить о существовании в Персии при Ахеменидах обширной финансовой и военной статистики. В древней китайской книге *Шу-кинг* Конфуция, происхождение которой относится ко времени за 3000 лет до Рождества Христова, находятся статистические данные о земледелии, промышленности, торговле и о податях. В древнем Египте существовали по-видимому народоисчисления, даже род постоянной регистрации и кадастра. У греков также собирались статистические данные о народонаселении, территории и т. п.

Наконец, особенное развитие получила статистика в древнем Риме, в форме исследования таких явлений, которые могли иметь значение для устройства и преуспевания республики.

Первое исчисление населения с показанием имущественного состояния было произведено ещё при Сервии Туллии и затем во всё время республики повторялось через каждые пять лет. Исчисление производил цензор, при котором находилось своего рода статистическое бюро. Производилось исчисление юридического населения, причём глава семейства должен был давать сведения за себя и за членов своей семьи об имени, поле, возрасте, месте жительства и имуществе. В несколько изменённом виде повторялись такие переписи при императорах, причём были даже составляемы статистические обозрения. Цицерон требовал от государственного человека статистических познаний, говоря: *senatori est necessarium nosse republicam*. Нечего и говорить, что вся римская статистика служила только чисто практическим целям.

В таком же отношении занимала статистика государственных людей и в средние века. Так, есть основание думать, что она была развита в арабских халифатах и отчасти в Византийской империи. Во Франции и Германии при Карле Великом составлялись списки людей, способных в военной службе, а равно и списки государственных имуществ (breviarum rerum fiscalium). Последнего рода списки (Domesdaybook) составлялись и в Англии при Вильгельме-Завоевателе. В средние же века были заведены духовенством книги, известные теперь под названием метрических, в которых показывались родившиеся, умершие и браком сочетавшиеся. Эти книги дали впоследствии богатый материал для обработки научной статистики.

Вместе с тем как утверждалась в Европе государственная идея, у государственных людей возрастала потребность точного знания как своего собственного, так и иностранных государств. Явилась необходимость в способах достижения такого знания. Подобное стремление обнаружилось преимущественно в государственной жизни Венецианской республики, которой провинциальные правители и посланники уже с 13-го столетия обязаны были представлять правительству так называемые relazioni о состоянии военных и финансовых средств государства. Появились статистические описания государств, в которых статистика смешивалась, однако же, с географией. В посольствах развилась система взаимного наблюдения. Стремящиеся к централизации формы государственной жизни и переход к системе постоянных войск и к новым системам государственного хозяйства делали настоятельным собирание данных по военной и финансовой статистике. Государственная политика требовала людей и денег. Оказалось необходимым делать исследования о величине народонаселения и о податной способности страны, производить переписи населения, наблюдать за его движением и особенными условиями, важными в политическом и финансовом отношениях. Французский министр Сюлли имел даже настоящее

статистическое бюро, которое называлось *cabinet complet de politique et de finance*, занимавшееся собиранием разного рода сведений. Кольбер, основатель меркантильной системы, занимался преимущественно статистикой иностранной торговли. Лувуа [F.-M. Le Tellier, Marquis de Louvois] основал в 1683 году военно-статистическое бюро (dépot de la guerre). У Неккера [Jacques Necker] также было статистическое бюро.
В Англии с Вильгельмом III стала развиваться торговая статистика. В Германии также принялись за собирание статистических данных.

Таким образом, точно знать состояние государства и народа с незапамятных времён было первой потребностью всех государственных людей. Но, мало-помалу, сперва неверной ощупью, а потом с возрастающей уверенностью, часто в виде университетских лекций, часто же в форме учебников, стала заниматься тем же предметом и наука, которой впоследствии, в половине прошлого столетия, было дано название статистики. Наука расширила цели статистики, не ограничиваясь лишь теми познаниями, какие казались необходимыми правителям для управления. Затем явилось стремление очертить пределы статистики, очистить её от посторонних примесей и увеличить её область в других направлениях. При этом одни хотели возможно более ограничить статистику, другие, напротив, стремились к расширению её. Далее, уже не довольствовались одним представлением фактов, а стали требовать исследования производящих их причин.

Следуя в таком направлении ещё далее, пришли к сознанию необходимости исследования общих законов, усматриваемых в соотношениях между причинами и их следствиями. Точность статистических исследований думали усилить наблюдением возможно большей массы явлений и признанием численного выражения их за единственно правильное.

Таким образом, разносторонне вырабатывались понятия о сущности, предмете, пределах и о методах статистики, пока в заключение представление о ней не раздробилось в длинный ряд самых разнородных воззрений. Но при всём разнообразии взглядов, в самом начале научного развития статистики замечаются два главных направления, совершенно самостоятельно образовавшиеся, но слившиеся потом в одно русло под общим названием статистики. Одно из этих направлений, основанное Конрингом и развитое Ахенвалем, имело предметом представление состояния государства в данный момент и получило поэтому название описательной или исторической школы. Другое направление, развившееся сперва в Англии, а потом нашедшее себе блистательного представителя в лице Зюссмильха в Германии, занималось исследованием, правда, по большей части несовершенным и односторонним, общих законов в некоторых явлениях общественной жизни с помощью математического метода. Последователи такого направления были известны под именем школы *политических арифметиков*. Эта школа может быть рассматриваема, как зародыш рационального направления статистики, известного теперь под названием математической школы, основателем которой считается Кетле[4]. Рядом с этими главными направлениями развивалось ещё третье, французская школа статистиков, имевшая предметом учение о силах государства (Etude sur les forces de l'état)[5].

Профессор гельмштедтского университета Конринг сделал в 1660 году первый опыт систематического описания государства, выделив из своего описания географию, историю и политику. Целью своей науки, которую он называл *notitia rerum publicarum*, поставил Конринг познание настоящего состояния государства. Каждое государство он рассматривал отдельно. Со времени Конринга его учение сделалось предметом академическим и нашло многих последователей между немецкими учёными. Почти столетием позже является Ахенваль, считающийся неправильно основателем статистики. Он только дал этой науке настоящее её имя и ещё более распространил университетское её преподавание. По первоначальному своему смыслу, оставляемому многими за ней и доныне, слово *статистика* означало науку, имевшую предметом описание состояния государства в данный момент (Staatskunde, Gegenwartskunde). Производят это слово от итальянского *statista*, т. е. политический, государственный человек. Первоначально с ним связывалось понятие об искусстве политического человека, почему некоторые называли статистику *ars statistica*. Хотя Ахенваль и старался придать своему учению научный характер, но и у него, со всеми его последователями, до позднейшего времени статистика не шла далее описания достопримечательностей (Staatsmerkwürdigkeiten) государства, под которым Ахенваль разумел все обстоятельства, имевшие или особенно благоприятное, или особенно вредное влияние на благосостояние государства. Вся наука сводилась на уменье собирать факты и пользоваться ими при случае. Об анализе цифр и о выводе из них общих законов тут не было и речи.

Таким образом, по идее немецких учёных, введших в употребление название статистики, подразумеваемая под этим названием наука принадлежала к отделу наук политических. Её предмет составляло знание (в описательной форме) всего того, что касалось состояния государства. Её цель заключалась в просвещении будущих правителей и дипломатов. В то время, когда развивалась эта наука, понятие об обществе совершенно поглощалось представлением о государстве. Вот почему и наука, предметом которой были собственно явления общественной жизни, только слишком односторонне понимаемые и представляемые, получила характер описания состояния *государства*. А так как ряд подобных описаний выражал как бы последовательную историю страны, то школой этой и было впоследствии усвоено название *исторической*.

Описательная статистика началась с простого обсуждения бросавшихся в глаза общественных явлений и выражениями их общими фразами, вроде, например, таких: *прекрасные* мануфактуры, *цветущая* торговля, *несколько, много, мало* хлеба и т. п. Этот способ описания был до такой степени в ходу, что один из первых учёных того времени, фон Шлёцер, самым серьёзным образом утверждал, что достаточно побольше путешествовать, чтоб сделаться хорошим статистиком[6]. Для современного статистика такое воззрение, конечно, странно. Как ни полезны путешествия для разъяснения многих общественных явлений, едва ли кто станет ныне сомневаться, что одна толково произведённая перепись даст более существенных результатов, чем опытность целого десятка добросовестных учёных, пропутешествовавших для собирания фактов всю свою жизнь. Но для своего времени фон Шлёцер был прав. С дальнейшим развитием науки, употребляемые при описаниях общие выражения стали подкреплять цифрами, придававшими описаниям большую точность. Необходимость цифровых данных сознавалась ещё и Ахенвалем. Первый опыт описания государства в табличной форме был сделан в 1741 году датчанином Анхерсеном[7], собравшим цифровые данные для важнейших фактов. По его следам развилась к концу XVIII столетия целая таблично-статистическая литература, имевшая целью описание состояния государств. Против такого наплыва цифр восстала описательная школа Ахенваля. Спор дошёл до неприличной брани. Последователи Ахенваля обзывали своих противников табличниками и цифирниками, а те, в свою очередь, наградили их кличкой болтунов. Но как бы то ни было, введение в употребление таблиц заставило прибегать к вычислениям, что составляло уже шаг вперёд по рациональному направлению.

Ещё более односторонний взгляд на науку развился во французской школе статистиков, понимавших статистику как науку о силах государства (étude sur les forces d'état). Такой взгляд образовался под влиянием стремления правительства знать свои средства для достижения преимущественно целей военного честолюбия. *Если статистика*, говорит Моль, рассуждая об этой школе,

Ничего не в состоянии более сделать, как учить войнолюбивых и честолюбивых властителей, сколько может доставить им страна людей и денег для удовлетворения их несправедливых предприятий, то уж пусть лучше останется она совершенно неизвестной[8].

Но если выражение *силы государства* рассматривать независимо от одностороннего понимания его французской школой, то в ней оказывается уже шаг вперёд в определении понятия статистики. Некоторые из французских статистиков давали этому выражению весьма широкое значение, разумея под ним силы физические, моральные и политические.

Понятие о силах, действующих в живом организме, идёт уж несколько далее понятия о *состоянии государства* и наводит скорее на мысль о необходимости искать соотношения между причинами и следствиями. Необходимость исследования причин *состояния* проглядывает даже у Ахенваля, заметившего, что в статистике должны излагаться и причины его *достопримечательностей*. Но это замечание не было, по-видимому, следствием глубоко обдуманной системы, так как ни он, ни большая часть его последователей не вдавались в исследование причин. Далее пошли в этом направлении Джойя (M. Gioja), Фальяти (Fallati 1843) и один писатель, имя которого осталось неизвестным. Фальяти положительно говорит, что статистика должна не только изображать *состояние*, но обнимать и объяснять связь между причинами и следствиями. По мнению же неизвестного писателя, исследование законов в развитии общественного состояния есть важнейшая задача статистики.

Между тем, как историческая школа Ахенваля шла по такому направлению, совершенно независимо от неё развивалась школа политических арифметиков, основание которой положили англичане Джон Граунт, и Галлей в исходе XVII столетия. Последователи этой школы, между которыми находились и знаменитые математики, занимались преимущественно вычислениями таблиц смертности и приурочивали свои исследования к чисто практическим целям; эти исследования послужили впоследствии прочным основанием для учреждения различных обществ застрахования жизни и т. п. С такой слишком односторонней точки зрения занималась эта школа до Зюссмильха, положившего основание особому отделу статистики, популяционистике[9], т. е. статистике движения народонаселения.

Прусский полковой проповедник Зюссмильх, в своём, во всяком случае, замечательном исследовании законов рождения и смертности, не мог отрешиться от взглядов своей профессии. В правильности цифровых отношений он видит только влияние божественного промысла. Но при такой своеобразности своего научного воззрения, выразившегося и в самом названии изданного им в 1742 году сочинения, Зюссмильх поражает своей удивительной способностью аналитической комбинации цифр. Все главные его выводы остались в общих чертах верными до сих пор. Несмотря на тенденциозную свою подкладку, это был первый, чисто статистический труд, в котором видна попытка дать науке настоящее направление и заменить составление описаний исследованием общих законов[10].

Зюссмильх не имел прямых последователей. Напротив, тотчас после него популяционистика разделилась на две ветви, из которых одна, продолжая заниматься вычислением таблиц смертности, повернула на свою старую дорогу, тогда как другая часть исследований Зюссмильха о законах постоянного приращения населения чрез избыток числа родившихся над числом умерших, образовав особую группу подражателей, обратилась потом в средство для разъяснения важного политико-экономического вопроса о влиянии постоянного приращения народонаселения на благосостояние человеческих обществ и послужила Мальтусу для основания его некогда столь громкой теории.

Исследования Зюссмильха были как бы введением к образованию математической школы статистиков, простиравших свои стремления далее описания государства и поставивших себе задачей изучение общих законов социальной жизни во всех её проявлениях посредством приложения к их исследованию точного математического анализа и особенно с помощью применения *закона больших чисел* и теории вероятностей, подобно тому, как это делалось до тех пор при астрономических и метеорологических исследованиях. На такую рациональную точку отправления поставлена новая наука современником нашим, Кетле, основателем и вместе [с тем] самым блестящим представителем такого истинно научного её направления.

С теорией вероятностей, говорит он в своей *Physique Sociale* (1869, т. 1, p. 137),

Связано много чрезвычайно любопытных вопросов, заслуживающих особенного внимания и философа, и государственного человека. Наиболее интересующие нас вопросы суть именно те, которые относятся до человека и его социального состояния: мы находим там обильный источник для полезных открытий, которые предшественники наши едва предвидели и который остаётся до сих еще пор почти совершенно непочатым.

Исследованием больших рядов фактов Кетле старался доказать, что в различных обстоятельствах, касающихся физической и духовной жизни человека, господствует величайшая правильность, которая, однако, обнаруживается не в отдельных явлениях, а лишь в совокупности их. Все явления человеческой жизни он понимает как проявление общих законов, исследование которых считает задачей статистики или, по его выражению, *физики общества*.

Вполне достойных себе последователей нашёл Кетле во французских статистиках Дюфо и Моро-де-Жонесс (P. A. Dufau, Moreau de Jonnès) дополнивших и подтвердивших его выводы своими исследованиями. Эти два статистика ещё строже Кетле придерживаются математического направления в статистике, исключая из неё всё, что не выражается в цифрах[11]. Вечная заслуга Кетле в науке заключается в том, что, посредством приложения точного математического метода к общественным явлениям он создал из исследования их настоящую науку. За исключением односторонних работ политических арифметиков и единичного труда Зюссмильха, господствующим до Кетле направлением в статистике было составление описаний.

Из таких описаний, конечно, можно сделать себе представление об удобствах или неудобствах действительного положения общества, но и только. Понятно, однако, что, как скоро положение общества представляет некоторые невыгоды, сама собою является мысль об устранении их. Но установить неблагоприятные факты можно только тогда, когда будут известны производящие их причины. Таким образом, всё сводится на исследование законов в соотношениях между общественными явлениями и производящими их причинами.

Восходя таким образом до общих причин явлений, статистика в виде физики или физиологии общества становится в разряд наук положительных, имеющих общим основанием великий закон причинности (la grande loi de causalité). Даже поверхностное исследование фактов, представляемых опытной частью статистики, тотчас убеждает, что этот закон причинности обнаруживается с поразительной правильностью, даже в обстоятельствах, на первый взгляд совершенно ускользающих от всякого точного исследования и определения вследствие вмешательства элемента по-видимому, не подлежащего никакому вычислению, т. е. так называемой свободной воли человека.

Тем не менее правильность (Regelmässigkeit) всегда обнаруживается, как только берётся достаточно большое число наблюдений. Вследствие такой замечательной правильности, которая может быть доказана и аналитически, этому закону дали название *закона больших чисел*, так как он только при больших числах и обнаруживается. Его называют также, и, может быть с бОльшим основанием, *общим законом возможности или равновесия*. Закон этот может быть выражен следующим образом: *степень точности сделанного из известного числа наблюдений вывода возрастает как квадратный корень из числа всех наблюдений*. Из этого закона нет никаких исключений[12]; поэтому, в области статистических наблюдений он может быть считаем таким же основным законом, каким считается в механических явлениях закон тяжести, с той лишь разницей, что в первом случае влияющие причины гораздо многочисленнее и действуют не так непосредственно. Другими словами, в общественных явлениях связь, соединяющая следствия с постоянными их причинами, по большей части замаскирована и, так сказать, прервана, вследствие вмешательства причин переменных или чисто случайных. В точных науках, напротив, можно скорее открыть и проследить эту связь.

Е. Анучин. С.-Петербург. 10-го августа 1872 г.

Примечания

1. Конгрессами, разумеется, назывались съезды, но в данном случае также и постоянный международный институт (1853 – 1874), как его назвал автор. Среди прочих автор упоминает гаагский (1869) и предстоявший петербургский конгресс 1872 г. Кетле (см. чуть ниже) не был астрономом. На *своей* обсерватории возле Брюсселя он проводил лишь элементарные астрономические наблюдения, в основном же измерял атмосферное электричество.

2. В нынешнем смысле термин *демография* ввёл Guillard (1855).

3. Иудаизм запрещал переписи евреев.

4. Гораздо подробнее о Кетле автор упоминает ниже, и вполне возможно в духе своих современников, однако совершенно неверно, см. Шейнин (2013, § 11.5).

5. Мы не верим в подобную французскую школу. Достаточно назвать Moreau de Jonnès (1847), которого автор вскользь упоминает. Первые две главы его книги посвящены статистике в широком смысле.

6. Критика Шлёцера ошибочна. Мы перевели его книгу 1804 г. (**S, G,** 76) и описываем его мнение. Так, сведения, не выраженные в числах, *почти бесполезны* (§ 15, пункт 4). Там же Шлёцер упомянул в отрицательном смысле *процветающие мануфактуры*!

Путешествия в те времена были желательной составной частью образования, но Шлёцер резко критиковал путешествия, если они предшествовали пониманию многообразной общественной жизни и достижению должного общего развития, см. § 24, пункт 4 и § 29.

7. О табличной статистике см. Шейнин (2013, § 7.2.1). Так, ещё в 1734 г. И. К. Кириллов составил табличное описание России, которое, однако, было опубликовано лишь в 1831 г. Мы не видели книги Голицын (1807).

8. Знание *сил* государства (сведения о которых тщательно скрывались) требовалось и для того, чтобы судить о возможностях обороны.

9. Термин *популяционистика* ввёл, видимо, Christoph Bernoulli (1841). Впрочем, в названии его книги 1843 г. уже встретился термин *статистика населения* (*Bevölkerungsstatistik*).

10. Сведения автора о Зюссмильхе малоудовлетворительны. См. о нём Шейнин (2013, § 7.2.2). В частности, Эйлер видимо разделял его общие взгляды.

11. В статистике применяются и качественные вероятности. Курно (а чуть раньше, Фриз) ввёл их под названием *философских*, см. Шейнин (2013, § 11.1, пункт 2).

12. Этот закон крайне сомнителен. Это заметил уже Бейес по поводу неверного противоположного мнения Симпсона. По существу он указал на существование систематических ошибок (и мог бы добавить: и некоторой взаимозависимости наблюдений). Без упоминания Симпсона того же мнения придерживались Гаусс и Бессель, см. **S, G,** 14, наше предисловие к мемуару Симпсона.

Библиография

Голицын И., князь (1807), *Статистические таблицы Всероссийской Империи*. М.

Шейнин О. Б. (2013), *Теория вероятностей. Исторический очерк*. Берлин. **S, G,** 11.

Bernoulli Christoph (1841), *Handbuch der Populationistik*.

Guillard A. (1855), *Eléments de statistique humaine ou démographie comparée*.

Moreau de Jonnès A. (1847), *Eléments de statistique*. Paris.

Pearson K. (1978), *History of Statistics in the 17th and 18th Centuries* … Лекции 1921 – 1933 гг. Редактор E. S. Pearson. London.

Quetelet A. (1869), *Physique sociale*, tt. 1 – 2. Bruxelles.

III

О. Б. Шейнин

Статистика. Её история и суть

1. Ранняя история

В 1660-е годы Герман Конринг положил начало новой дисциплине, *государствоведению*, и уже в первые десятилетия XVIII в. её преподавали по всей Германии (Lazarsfeld 1961, с. 291). *Статистики* собирали сведения, включая и количественные данные, о политическом устройстве, географическом положении, климате, экономике и населении различных стран. Achenwall (1749/1752, с. 1), выдающийся представитель государствоведения, подходяще определил *так называемую* статистику как государствоведение отдельных стран.

Его последователь, Schlözer (1804, с. 86), придумал крылатое, но неудовлетворительное высказывание, которое, однако, не считал определением: *История это движущаяся статистика, а статистика – застывшая история*. Неудовлетворительное, потому что, как заявил ещё Лейбниц (Sheynin 1977, с. 224) в рукописи 1680 г., следовало сравнивать статистику различных стран и одной и той же страны в различные периоды. Иначе говоря, в статистике не должно быть ничего застывшего.

Государствоведение существует и сейчас, по крайней мере в Германии в новом виде и его можно считать приложением статистического метода к жизни государства (Шейнин 2014, с. 142 – 143). В её современном понимании статистика возникла из политической арифметики, одним из направлений которой было изучение населения. Впрочем, её основатели (Петти, Граунт) не определили этого термина.

Новая дисциплина основывалась на количественных данных и привела к развитию элементов теории вероятностей от Арбутнота к Ник. Бернулли, Муавру, Даниилу Бернулли и Лапласу. Классической задачей того времени оказалось изучение полового состава новорождённых. Другой существенной темой того времени была смертность, непосредственно связанная со страхованием жизни и обратившая внимание учёных к медицинским и социологическим проблемам. Так, Süssmilch (1758), самый влиятельный статистик до Кетле, заметил, что распространению эпидемий способствуют нищета и невежество.

И всё же Лондонское (впоследствии Королевское) статистическое общество, учреждённое в 1834 г., пыталось ограничить свои усилия установлением фактов (Anonymous 1839). Аналогичное стремление имело место во Франции. Деламбр (Delambre 1819, с. LXVII) считал, что статистика не должна ни вступать в дискуссии, ни стремиться усовершенствовать теории, а Fourier (1821, с. iv – v) заявил, что *дух рассуждений и предположений … препятствует истинному* *прогрессу статистики, которая в первую очередь является наукой наблюдения.*

На подобные *нелепые ограничения* по необходимости не обращали внимания, заметил Woolhouse (1873, с. 39) по поводу Лондонского общества. Уже Gatterer (1775, с. 15) заявил, что статистика должна *объяснять нынешнее нынешнее состояние нации, исходя из её предшествовавшего состояния*. Курно (1843) заметил, что статистика должна *проникать в существо вещей* (§ 106), *исследовать причины, управляющие явлениями физического мира и общественной жизни* (§ 120). Cauchy (1845, с. 242) утверждал, что статистика *в некотором роде безошибочна при оценке учений и институтов*. И вот великий медицинский вывод (Snow 1855): распространение холерных эпидемий обусловлено (в основном) неочищенной питьевой водой.

Следует, правда, признать, что уже сбор данных был важен и социологии, и естествознанию. Так, в 1821 – 1829 г. под редакцией того же Фурье вышло четыре тома статистических таблиц, описывающих Париж и департамент Сена. Французский врач Louis (1825) положил начало *количественному методу*, который оставался в моде примерно до 1850 г. и сводился к сбору и упорядочению количественных медицинских фактов.

Количественные сведения собирались и в биологии, метеорологии и астрономии. К примеру, к количественному методу можно отнести составление астрономических ежегодников.

Представляется, что Толстой (1884 – 1886, с. 27) высмеивал этот уже, видимо, не столь распространённый метод, заметив, что

Единственная задача была в том, чтобы сравнить вероятности блуждающей почки, хронического катара и болезни слепой кишки. Вопрос был не в жизни (пациента).

2. Массовые наблюдения и теория вероятностей

Начиная с Граунта статистики поняли, что их выводы должны основываться на большом числе наблюдений. Курно (1843, § 103) и Rümelin (1863 – 1864/1875, с. 222) так и заявили, но первыми, которые соединили при этом статистику и теорию вероятностей, были Double и др. (1835, с. 174): *статистика является приложением теории вероятностей к бесконечным* (?) *массам*. Чуть раньше Libri-Carrucci и др. (1834, с. 535) положительно отозвались о преимуществах, вытекающих из применения *высокой статистики,* и заявили, не упомянув больших чисел, что *наиболее возвышенные задачи социальной арифметики могут быть решены только с помощью теории вероятностей*. Недолговечный термин *социальная арифметика* (статистика населения, медицинская статистика и страховое дело) предложил Пуассон (Sheynin 1978, с. 296 – 297).

За несколько лет до 1826 г. Fourier, в письме Кетле (Quetelet 1826, с. 177), заявил, что статистические науки *смогут развиваться лишь в той же мере, в какой их поддерживают математические теории*. Неясно, правда, как это можно сочетать с его же высказыванием (§ 1) о том, что рассуждения и предположения препятствуют прогрессу статистики.

Необходимость в поддержке статистики стохастической обработкой наблюдения (не *математическими теориями* вообще) стала очевидной по крайней мере после труда Якоба Бернулли, хотя Кетле лишь поверхностно применял теорию вероятностей, а его смутное определение статистики (Quetelet 1848, с. xi) не упомянуло её. Статистика, как он заявил, это *новая наука, изучающая человека во всех его коллективах*. Некоторые высказывания Кетле просто беззаботны, и Knapp (1872, с. 124) слишком вежливо заметил, что его ум, *богатый мыслями, не методичный, а потому и не философский* (т. е. не научный). См. также Шейнин (1986).

После его смерти в 1874 г. немецкие статистики начали проклинать его скромное применение теории вероятностей. Bortkiewicz (1904) возражал против этого, однако кроме Пуассона и его соавторов (Double, Libri-Carrucci, см. выше) непосредственные определения статистики у других авторов не связывали её с вероятностью.

Якоб Бернулли (1713) соединил статистическую ($\hat{p}$) и теоретическую (p) вероятности, полагая, что первая основана на n испытаниях. Он доказал, что при неограниченном возрастании n $\hat{p} \to p$ и оценил скорость этого процесса (не очень удачно, потому что формула Стирлинга не была ещё известна).

Впрочем, целью Бернулли была замена неизвестного p известным $\hat{p}$. Фактически речь шла о двух различных задачах, о прямом и обратном законе больших чисел (термин Пуассона). И Бернулли, и Муавр (1733 и позднее) полагали, что эти задачи тождественны, хоть сразу же заметно, что это не так: в обеих задачах известны результаты испытаний но дополнительная информация, а именно вероятность p, была дана только в прямой задаче. Для достижения той же точности обратная задача должна была, следовательно, основываться на большем числе испытаний.

Первым это заметил и количественно изучил Bayes (1764, 1765), и потому мы полагаем, что именно он завершил построение первого варианта теории вероятностей. О его заслугах можно судить по тому, что в современной энциклопедии (Прохоров 1999) с его именем связано 14 понятий, например бейесовские оценки, бейесовский подход.

Начиная с Госсета (Стьюдента), см. E. S. Pearson (1990), статистика имеет дело и с малыми выборками, о чём ни Пуассон, ни его бывший студент Гаварре (Gavarret 1840), ставший врачом, не подозревали. Другой врач, Liebermeister (примерно 1876), решительно заявил, что в терапевтике нельзя рассчитывать на большое число наблюдений, и что, во всяком случае, разумные решения возможны при их небольшом числе.

Пирсон (K. Pearson 1925) обоснованно заметил, что оценка быстроты сходимости у Бернулли (см. выше) слишком груба, но недопустимо сравнил его закон больших чисел с ошибочной птолемеевой системой мира. Он, видимо, не придавал большого значения теоремам существования (в данном случае тому, что теоретическая вероятность была пределом статистической).

3. Новые задачи

Граунт (Graunt 1662/1939, с. 79) не был уверен, что статистика нужна кому-либо, кроме *государя и его главных министров*, однако со временем положение резко изменилось. В XIX в. судебная статистика постепенно стала незаменимой, а Кетле (1869, т. 1, с. 419) рекомендовал исследовать социальные последствия прокладки телеграфных линий и железных дорог.

Новые важные потребности возникли в XX в. с появлением государств всеобщего благосостояния, как они официально назывались, и принятием государственных решений (Bartholomew 1995), см. также высказывание Махаланобиса 1950 г. (Rao 1993, с. 339): *Задача статистики состоит в принятии решений на вероятностной основе по существующим данным*.

Другими областями исследований явились изучение общественного мнения и статистический контроль качества массовой продукции. Экономика, статистика и математика слились воедино при образовании эконометрики (Frisch 1933, с. 1): созданное в то время эконометрическое общество имело целью *продвижение экономической теории в её отношениях со статистикой и математикой*.

Но вот на протяжении быть может полутораста лет статистики отказывались признать закон больших чисел и вообще математику и не считали нужным изучать случайные события с переменными вероятностями его появления в отдельных испытаниях, а об оценке точности результатов и речи почти не было (Шейнин 2013, § 4.2.3).

Громадные изменения произошли в естествознании. В основном в XIX в. возникли новые дисциплины, связанные со статистикой: эпидемиология, общественная гигиена, т. е. предшественница экологии, география растений, зоогеография, климатология, звёздная статистика, биометрика и кинетическая теория газов. Многие фундаментальные проблемы, например, влияние солнечной активности на земные явления, начали изучаться статистически.

Оставляя в стороне возникновение статистического истолкования физических и биологических законов, заметим, что в астрономии астероиды составляли статистическое множество и параметры их орбит изучались статистически (Ньюком), и само существование неизвестных малых планет (ныне называемых карликовыми) стало объектом статистических выводов (Пуанкаре). То же можно сказать о размещении звёзд в пространстве (У. Гершель, с серединXVIII в.), а позднее об их собственном движении. По предложению Каптейна (Kapteyn 1906) был введён в действие план международного выборочного изучения звёздного неба.

Гумбольдт (Humboldt 1817) применил статистические данные о температуре воздуха для построения изотерм и тем самым выделил климатологию из метеорологии и ввёл климатические зоны (известные древним, которые основывались лишь на качественных понятиях). Введение контурных линий для представления статистических данных было блестящим примером предварительного исследования данных (Andrews 1978). Впрочем, ещё в 1701 г. Галлей опубликовал карту Северной Атлантики с линиями равного магнитного склонения (Chapman 1941, с. 5).

Гумбольдт (1845 – 1862, т. 1, с. 18 и 72; т. 3, с. 288) обусловил изучение естественных явлений исследованием средних значений (состояний). В последнем случае он упомянул *единственный решающий метод средних значений*. Бёйс-Баллот (Buys Ballot 1850, с. 629) заметил, что изучение уклонений от средних значений составляет вторую стадию развития метеорологии. Он мог бы назвать и другие науки (геодезию: изучение формы и размеров Земли, да и статистику!).

В начале XX в. появилась биометрическая школа, которая статистически исследовала наследие Дарвина, но вот на континенте Европы ничего похожего не произошло. Одной из причин могло послужить заявление Кетле (1846, с. 259), который заявил, что *растения и животные остались такими же, какими они вышли из рук Творца*. Дарвина он позже ни разу не упомянул.

В истории статистического метода можно выделить три этапа. Вначале выводы основывались на подмеченных качественных закономерностях, что соответствовало сути древней науки. Вот утверждение римского врача Цельса (Celsus 1935, с. 19):

Внимательные люди замечали, что именно, в общем, лучше подходит и начали назначать то же самое своим пациентам. Так возникло искусство врачевания.

Вторая стадия (Тихо Браге в астрономии, Граунт в статистике населения и медицинской статистике) отличалась сбором и наличием статистических данных. Важные открытия были сделаны при помощи простых стохастических идей и методов, или даже непосредственно (Сноу, см. § 1). На нынешней стадии, начавшейся в конце XIX в., выводы стремятся проверять количественными критериями.

4. Планирование эксперимента и теория ошибок

Планирование эксперимента (Cochran 1978) возникло в 1920-е годы при изучении сельскохозяйственных опытов Фишером. В него можно было бы включать изучение оптимальных методов наблюдений в практической астрономии и геодезии (Box 1964). Многое в этой дисциплине, не зависящее от случайностей, было предметом поглощённой ей детерминированной теории ошибок.

По Романовскому (1955) и Большеву (1963) стохастическая теория ошибок принадлежит статистике, но естественнее полагать её приложением статистического метода к обработке наблюдений в экспериментальной науке, а её значимость вряд ли достаточно осознаётся. По Романовскому, изучение систематических ошибок не относится к математической статистике, с чем мы решительно не согласны, и в любом случае оно относится к теоретической статистике, см. § 7.

Экспериментальная наука не может обойтись без понятия *истинного значения* неизвестной величины. Фурье (1826/1890, с. 534) определил его как предел среднего арифметического из наблюдений, число которых неограниченно возрастает. Это неизбежно означало, что в истинное значение включалась остаточная систематическая ошибка (Eisenhart 1963/1969, с. 31). Позднейшие авторы неоднократно повторяли определение Фурье независимо друг от друга, самого же Фурье никто из них не упомянул. Эвристически оно напоминает определение вероятности по Мизесу (Шейнин 2007).

Статистика отошла от истинных значений к оценкам параметров плотностей и функций распределения (Fisher 1922), но полностью избавиться от них не смогла. Хальд (Hald 1998) неоднократно упоминал их в гл. 5 и 6, а на с. 91 заметил: *оценка истинного значения, т. е. параметра сдвига* …

Стохастическая теория ошибок началась с Симпсона (Simpson 1756, 1757) и Ламберта (Lambert 1760, 1765a, 1765b), Шейнин (1966; 1971b). Симпсон по существу ввёл случайную величину (которую формально определил Пуассон (1837), хоть и назвал её временным термином, *вещь A*) и производящие функции. Ламберт изучал основы теории ошибок (не слишком успешно) и ввёл и этот термин, и принцип наибольшего правдоподобия.

Истинным изобретателем метода наименьших квадратов был Гаусс (1809, 1823), хоть Лежандр первым опубликовал его в 1805 г. В своём первом мемуаре Гаусс предположил, что среднее арифметическое из наблюдений является вероятнейшим значением неизвестной константы и соответственно вывел *закон ошибок*, нормальный, который впервые косвенно появился у Ник. Бернулли в 1713 г., в письме Монмору (Montmort 1708/1713, с. 388 – 394).

Гаусс не удовлетворился принципом наибольшего правдоподобия (и вряд ли единственностью закона ошибок). В 1823 г. он ввёл дисперсию (но не сам термин) в качестве меры точности наблюдений и смог бы сразу же определить её несмещённую выборочную оценку, пропорциональную сумме квадратов остаточных свободных членов исходной системы уравнений (см. ниже), см. Шейнин (2012).

Это немедленно привело бы его к принципу наименьших квадратов, фактически же Гаусс вначале весьма сложным путём обосновывал *технологию* применения этого принципа и даже не намекнул на указанную возможность. В результате громадное число учебников и руководств по-прежнему описывали только его мемуар 1809 г., и Eisenhart (1964, с. 24) заметил, что второй мемуар был известен лишь *студентам повышенных курсов математической статистики*. Недаром Фишер (Fisher 1925, с. 24) заявил, что метод наименьших квадратов является *специальным случаем применения метода наибольшего правдоподобия, исходя из которого его можно вывести*.

Несколько авторов, начиная с середины XIX в., всё же выступили против мемуара 1809 г., но сложности основного мемуара они, конечно же, не могли устранить. В России в пользу второго обоснования метода наименьших квадратов резко высказался Марков, который, однако, отрицал оптимальность этого метода (Марков 1899/1951, с. 246) и тем самым обесценил своё высказывание.

Несколько слов об уравнивании *косвенных наблюдений*. Задана система m уравнений с n неизвестными при $m > n$

$$a_i x + b_i y + \ldots + w_i = 0,\ i = 1, 2, \ldots, m. \qquad (1)$$

Коэффициенты a_i, b_i, … определяются соответствующей теорией, а свободные члены w_i измерены. Приближённые значения *косвенно* определяемых неизвестных x, y, … либо известны, либо могут быть вычислены по решению любой подсистемы n уравнений (1). По этой причине линейность системы (1), т. е. отсутствие в ней членов, содержащих, например, x^2, y^2 или xy, оправдана. Наконец, свободные члены физически независимы; линейная независимость была ещё неизвестна (быть может даже Гауссу).

Строгое решение системы (1) оказывалось невозможным, и приходилось довольствоваться любым набором значений $\hat{x}, \hat{y}, \ldots$, приводящим к разумным остаточным членам системы (назовём их v_i. В частности, условие метола наименьших квадратов

$$v_1^2 + v_2^2 + \ldots + v_m^2 = \min$$

и обеспечивало выполнение такого требования.

Ввиду неизбежных систематических ошибок точность наблюдений плохо оценивается дисперсией, и отбраковка отклоняющихся наблюдений является весьма деликатной процедурой.

5. Геометрическая вероятность и случайность

Геометрическая вероятность окончательно закрепилась в теории вероятностей в XVIII в., хотя уже Ньютон (1664 – 1666/1967) указал на возможность её применения. Многие авторы фактически применяли её при обращении со случайными величинами с непрерывными законами распределения, но лишь Бюффон впервые начал изучать её. Вот его основная задача, появившаяся в анонимной (несомненно, его самого) заметке 1735 г. Игла длиной $2r$ случайным образом падает на пучок параллельных прямых, расположенных на расстоянии $a > 2r$ друг от друга. Требуется определить вероятность того, что она пересечёт одну из них. Оказывается, что

$$P = 4r/\pi a.$$

Основной целью Бюффона (Buffon 1777/1954, с. 471) было *введение геометрической вероятности в свои права в науке о случае*.

Несколько раньше Мичел (Michell 1767) попытался определить вероятность того, что две звезды *случайно* расположены близко друг к другу. Его задача привела к общим рассуждениям о случайном.

Курно (1843, § 18) предложил общее определение вероятности, пригодное и для дискретных, и для непрерывных случайных величин: она является отношением протяжённостей [сейчас следовало бы сказать *мер*] благоприятных случаев ко всем случаям.

В другой знаменитой задаче (Bertrand 1888, с. 4) требовалось определить вероятность того, что случайная хорда заданного круга короче длины стороны вписанного в него равностороннего треугольника. Как и Мичел, Бертран имел в виду случайную величину с равномерным распределением. Его задачу обсуждали более столетия, причём вводили различные варианты задачи (например, хорда может перемещаться параллельно самой себе; перемещаться так, чтобы один её конец оставался неподвижным). В конце концов выяснилось, что, во-первых, возможных решений было несчётное количество, и, во-вторых, что разумно считать, что искомая вероятность равна половине. Никто не заметил, что половинная вероятность равносильна полному незнанию (Шейнин 2003).

Заметим, что книга Бертрана поражает своим часто необоснованным и неконструктивным отношением к теории вероятностей и обработке наблюдений (Шейнин 1994).

Мы подошли к фундаментальному понятию случайности, которая неизбежно проникает в статистику (Chaitin 1975). Уже Аристотель привёл примеры случайных событий: неожиданная встреча знакомых (*Физика*, гл. 4) и неожиданная находка клада [а не ржавого гвоздя] (*Метафизика*, кн. 5, гл. 13). Ср. Пуанкаре (Poincaré 1896/1999, с. 11): если при неустойчивом равновесии очень малая причина вызывает значительное следствие, *то этим следствием мы обязаны случаю*. Его рассуждение возвестило начало современного периода изучения случая (Шейнин 1991).

Среди предшественников Пуанкаре назовём Максвелла (Maxwell 1873/1969, с. 442), который сослался на неустойчивое преломление лучей в двуосном кристалле. Он же (1859/1927, с. 295 – 296) заявил:

В динамике существует весьма общая и очень важная проблема. […] *Отыскав частное решение уравнений движения любой материальной системы, определить, вызовет ли небольшое возмущение движения, указанное решением, небольшую периодическую вариацию или расстройство движения*.

Пуанкаре (1896/1999, с. 9) высказался и о связи случайного и необходимого, хоть и упустил закономерность массовых случайных событий:

Ни в одной области точные законы не определили всего, они лишь очерчивали пределы, в которых дозволялось пребывать случаю. В этой концепции слово <u>*случай*</u> *имело* [имеет] *точный, объективный смысл*.

В последние десятилетия начали изучаться *хаотические* процессы, при которых небольшое искажение начальных условий движения приводит к его экспоненциальному уклонению, что несравненно превосходит *расстройство движения* по Максвеллу и необычайно расширяет схему Пуанкаре *малая причина – существенные следствия*. Мы не нашли количественного определения подобных процессов, но можем предложить простой пример их отличия от *прежней* случайности. Как бы сложно и продолжительно ни было бы падение подброшенной монеты, ни количество возможных исходов, ни их вероятности не изменятся, тогда как хаотический процесс означает быстрое возрастание неустойчивости движения и появление несчётного количества его возможных траекторий. В теории вероятностей хаотичность можно понимать как совершенно беспорядочный закон (!) распределения.

В математике случайная переменная должна быть статистически устойчива, но в естествознании случайность понимается шире, и её можно иллюстрировать примером Ламарка (Lamarck 1815, т. 1, с. 133, 173): уклонения от лестницы живых существ должны были быть случайными. Вот подходящее утверждение Колмогорова (1983/1986, с. 467):

Нужно различать случайность в […] *широком смысле и стохастическую случайность* (*которая и является предметом теории вероятностей*).

Количественного критерия стохастической устойчивости, видимо, нет, но её следует, видимо, понимать как подчинение ошибок наблюдений одному и тому же закону распределения, т. е. как противопоставление хаотичности.

У. Гершель (Herschel 1817/1912, с. 579) ещё не знал, что размеры звёзд чудовищно различны и ошибочно посчитал, что размер звезды, выбранной наудачу из всех, видимых простым глазом, будет *вряд ли намного отличаться* от некоторого среднего размера из всех. Он также не учёл, что *из ничего ничего не следует*.

Это латинское изречение разъясняет некоторые результаты, связанные с субъективной вероятностью. Не имея никаких предварительных сведений и введя произвольное допущение о равной возможности различных вариантов поставленной задачи, Пуассон (1837, § 14) получил субъективную вероятность изучаемого события, равную половине, и разумно заключил (§ 4), что это означает *полное недоумение*.

Случайность появилась в системе мира. Кеплер (Kepler 1609/1992, с. 404 – 405) приписал эксцентричность планетных орбит случайным причинам. Кант (Kant 1755/1910, с. 337) согласился с Кеплером (но не сослался на него), хоть и должен был бы знать, что Ньютон доказал, что эксцентриситеты определились исходными скоростями обращения планет около Солнца (случайными или нет?). И уж трудно понять, как Лаплас (1796/1982, с. 328), не ссылаясь ни на кого, повторил их мысли. Последнее прижизненное издание его книги вышло в 1811 г. …

6. Социология

Зюссмильх (Süssmilch 1741) пытался выявить божественный порядок в статистике населения, но вот советские статистики отыскали порядок в схемах Маркса, поскольку считали целью статистики их количественное обоснование. Это ярко выявилось на московской статистической конференции 1954 г. (Аноним 1954; Шейнин 1998/2006, с. 107 – 109). Так (Аноним, с. 61), статистика не изучает массовых случайных явлений, притом же они не обладают никакими закономерностями (с. 74), и даже честные *буржуазные* статистики нарушают свой профессиональный долг (с. 46).

Вице-президент академии наук, К. В. Островитянов (с. 82), невежественно утверждал, что нельзя применять одни и те же статистические приёмы при изучении астрономии и экономики. Это заявление противоречило определению математической статистики по Колмогорову (Аноним, с. 46 – 47), который также упомянул *безопасные* области применения статистического метода (работа телефонной сети, страховое дело и т. д.). О статистике населения следовало умалчивать. Перепись 1937 г. выявила демографическую катастрофу, была объявлена вредительской, а Центральное статистическое управление разгромлено (Шейнин 1998/2006). *Статистика и деспотизм несовместимы* (Schlözer 1804, с. 51)!

Намного позже Рябушкин (1980) в соответствии с резолюцией конференции указал, что статистические описания должны быть *неразрывно связаны с качественной стороной явлений*. Так же считали Буняковский (1866, с. 154), Чупров (1903/1960, с. 42) и Fisher (1935, с. 1), но никто из них, в отличие от Рябушкина, не подразумевал … *связаны с марксизмом*. Вот Буняковский:

Тот не [прикладной] *математик, кто не вникает в смысл, свойственный числам, над которыми он производит какие-либо вычисления*.

Лишь Орлов (1990, с. 69) заявил, что отвергает решения конференции и выявил подлоги советской статистики и её отсталость (несомненно известную за рубежом).

7. Единство статистики обеспечивается одним лишь её методом, т. е. математической статистикой

Schlözer (1804) назвал свою книгу теорией статистики, но никакой теории в современном понимании в ней не было. Имея в виду и других авторов первой половины XIX в., мы можем предположить, что в то время теорией статистики называлась систематизация и упорядочение статистических данных в соответствии с разумно выбранными показателями. В подобном же виде Ахенваль представил теорию государствоведения.

Лишь в середине XX в. Мизес (1964, посмертно, с. 1) и Кендалл (Kendall 1978, с. 1093) заявили, что математическая статистика (отдел теории вероятностей, как решил Мизес) является математической теорией статистики.

Позднее Колмогоров (1948, с. 216) заметил, что, если математическая статистика это наука о математических методах изучения массовых явлений, *то теория вероятностей должна считаться её органической частью*; что (с. 218) *статистика лишь постепенно перестаёт быть прикладной теорией вероятностью, а математическая статистика это наука о математических методах изучения массовых явлений*.

Непонятно: где же малые выборки (конец § 2)? Через несколько лет Колмогоров (Аноним 1954, с. 46 – 47) лишь заявил, что математическая статистика не является прикладной теорией вероятностей, а много позже опубликовал иное мнение, см. ниже.

Следующие два определения можно было бы видоизменить, заменив статистику теорией статистики, а массовые наблюдения статистическими данными. Фишер (1925, с. 1) утверждал, что *статистика – ветвь прикладной математики, и её можно считать математикой, приложенной к данным наблюдения*, а К. Пирсон (1978, с. 3) заявил, что *статистика – приложение математической теории к истолкованию массовых наблюдений*.

Alph. DeCandolle (1833, с. 334) и Chaddock (1925, с. 26) полагали, что статистика является ветвью математики. Это неполное определение также можно видоизменить, чтобы оно соответствовало мыслям Мизеса и Кендалла.

В соответствии со сравнительно новым определением Колмогорова и Прохорова (1974, столбец 1428), математическая статистика это

Раздел математики, посвящённый математическим методам систематизации, обработки и использования статистических данных […, т. е. сведений] *о числе объектов в какой-либо более или менее обширной совокупности, обладающей теми или иными признаками*. […] *Метод исследования, опирающийся на рассмотрении статистических данных о тех или иных совокупностях объектов, называется статистическим*.

И, в частности (столбец 1429), статистический метод сводится *к рассмотрению* […] *количественных признаков, применению* при необходимости *выборочного метода* […], *использованию теории вероятностей*. […] *Эта формальная математическая сторона статистических методов* […] *и составляет предмет математической статистики*.

Авторы, видимо, исключили теорию ошибок; и неясно, считаются ли статистические данные исправленными (вначале или при систематизации при помощи предварительного исследования данных, § 3). Впрочем, такое исправление, и, конечно, не названный в определении сбор этих данных включаются в теоретическую статистику, которая оказывается шире математической. Статистический метод авторы упомянули и во множественном числе, безусловно имея в виду его различные разновидности. Это уточнение можно было бы выделить отдельно, а в основном определении оставить единственное число; ниже, мы на этом методическом изменении и будем основываться.

Многие определения схожи с описанным. Butte (1808, с. XI) заявил, что статистика – *наука об искусстве познания и должной оценки статистических данных, их сборе и систематизации*.

Журавский (1846, с. 173) назвал статистику *весьма обширной наукой*, *косвенным приложением математики, основанным на категорической нумерации*. Максвелл (1871/1927, т. 2, с. 253; 1877, с. 242) определил статистический метод как *оценку среднего состояния группы атомов*; как *изучение вероятного числа тел в каждой* исследуемой *группе*.

Свои определения предложили Эгон Пирсон (Bartholomew 1995, с. 7), Kendall (1950, с. 130), Kendall & Buckland (1971), Marriot (1991), Bancroft (1966, с. 530), Kruskal (1978, с. 1072), Wilks (1968, с. 162), анонимные авторы (1968, с. 166 и 1985, с. 230) и Dodge (2003, с. 388)

Первые два определения несколько абстрактны, таково же в меньшей степени и четвёртое, другие более или менее напоминают определение Колмогорова и Прохорова. И вот Dodge:

Статистика это наука сбора, исследования и истолкования данных, т. е. численных сведений, относящихся к совокупности отдельных элементов.

Следует оговориться: в английском языке уже сам термин *статистика* понимается широко, часто подразумевая и математическую статистику.

Некоторые авторы предложили более узкое и потому вряд ли удовлетворительное определение статистики. Чупров, в неопубликованной диссертации 1896 г. (Шейнин 1990/2010, с. 147) назвал [теоретической] статистикой *искусство точно определять меру* […] *незнания*. Lindley (1984, с. 360) и Stigler (1986, с. 1) полагали, что статистика измеряет наше невежество или неопределённость, а Чернов и Мозес (1959/1962, с. 9) даже заявили, что

Несколько лет назад было принято считать, что статистика занимается главным образом обработкой результатов наблюдения. Однако, статистики сегодняшнего дня имеют гораздо больше оснований сказать, что статистика связана с вопросами принятия решений в условиях неопределённости.

Ср. заявление Махаланобиса (начало § 3). В свою очередь, Bancroft заметил, что *статистические выводы делаются при наличии неопределённости.*

Некоторые авторы (Fox 1860, с. 331); Миклашевский 1901, с. 476) утверждали, что статистика это лишь метод. Alph. DeCandolle (1873, с. 12), вопреки своему намного более раннему мнению, согласился с этим и даже противопоставил статистику и математику, притом ошибочно полагая, что последняя (лишь) приходит к детерминированным выводам.

Особо выделим мнения нескольких авторов. В 1896 г. Чупров (Шейнин 1990/2010, с. 147) заявил, что статистический метод *изучает доступные более или менее точной численной характеристике массовые явления*. Повторим: не только массовые.

Колмогоров и Прохоров, см. выше: *формальная математическая сторона статистических методов* […] *и составляет предмет математической статистики*.

K. Pearson (1892, с. 15): ***Единство всей науки состоит только в её методе***. Мы можем заменить *всю науку* статистикой.

Наше заключение: теорией статистики может служить только математическая статистика.

Добавим другие соображения.

1. Статистика и статистический метод: иногда эти термины полагают равнозначными, но точнее было бы сказать, что статистический метод почти равнозначен математической (лучше, теоретической) статистике или теории статистики.

2. Выражения типа *звёздная* или *медицинская статистика* означают применение статистического метода к звёздной астрономии или медицине. Аналогичный вывод о теории ошибок противоречил бы определению математической статистики по Колмогорову и Прохорову, однако их понимание статистических данных можно расширить, включив в них результаты наблюдений (измерений). Социология или наука о жизни общества и его группах существенно применяет статистический метод.

Особое замечание: для статистики аксиоматическая теория вероятностей бесполезна.

Библиография

Сокращение: AHES = *Arch. Hist. Exact Sci*.

Источники, помеченные символом ■, не упомянуты в тексте статьи.

Аноним (1954), Обзор научного совещания по вопросам статистики. *Вестник статистики*, №. 5, с. 39 – 95. Также в *Вестнике экономики*, №. 12, с. 75 – 111.

Аристотель, *Метафизика.* М., 2006.

Физика. В книге *Философы Греции*. Харьков, 1999.

Бернулли Я. (1713, латин.), *Искусство предположений*. Перевод части 4 в книге автора *О законе больших чисел*. М. Ред. Ю. В. Прохоров.

Большев Л. Н. (1963), *Физич. энц. словарь,* т. 3, с. 577. М. Также в нескольких последующих источниках.

Буняковский В. Я. (1866), Опыт о законах смертности в России и т. д. *Зап. Имп. АН*, т. 8, прил. 6.

Гаусс К. Ф. (1809, латин.), Теория движения небесных тел, кн. 2, раздел 3. В книге автора (1957, с. 89 – 109.

--- (1823, латин.), Теория комбинации наблюдений … Там же, с. 17 – 57.

--- (1957), *Избр. геодезич. соч*., т. 1. М.

Журавский Д. П. (1846), Об источниках и употреблении статистических *сведений.* Киев.

Колмогоров А. Н. (1948), Основные проблемы теоретической статистики. Резюме. *Второе всесоюзное совещание по математической статистике 1948 г.* Ташкент, с. 216 – 220.

--- (1983, англ.), О логических основаниях теории вероятностей. В книге автора *Теория вероятностей и математическая статистика*. М., 1986, с. 467 – 471.

Колмогоров А. Н., Прохоров Ю. В. (1974), Математическая статистика. БСЭ, третье издание, т. 15, с. 480 – 484.

Курно О. (1843, франц.), *Основы теории шансов и вероятностей*. М., 1970.

Лаплас П. С. (1796, франц.), *Изложение системы мира*. Л., 1982.

■ **Лексис В.** (1879, нем.), О теории стабильности статистических рядов. В книге Четвериков Н. С., редактор (1968), *О теории дисперсии.* М., с. 5 – 38.

Марков А. А. (1899), Закон больших чисел и способ наименьших квадратов. *Избр. тр*. Без места, 1951, с. 231 – 251.

Миклашевский И. Н. (1901). Статистика. *Энц. Словарь Брокгауза и Ефрона*, полутом 62, с. 476 – 505.

Орлов А. (1990), О перестройке статистической науки и её применении. *Вестник статистики*, №. 1, с. 65 – 71.

Пирсон К. (1892, англ.), *Грамматика науки.* СПБ, 1911.

Прохоров Ю. В., редактор (1999), *Вероятность и математическая статистика. Энц*. М.

Романовский В. И. (1955), Ошибок теория. БСЭ, второе издание, т. 31, с. 500 – 501.

Рябушкин Т. В. (1980), Статистика. БСЭ, третье издание, т. 24/1, с. 437 – 439.

Толстой Л. Н., Tolstoy L. N. (1884 – 1886), The Death of Ivan Ilyich. В книге автора *The Death of Ivan Ilyich and Man and Master*. New York, 2003, pp. 3 – 59.
Чернов Г., Мозес Л. (1959, англ.), *Элементарная теория статистических решений*. М., 1962.
Чупров А. А. (1903), Статистика и статистический метод, их жизненное значение и научные задачи. В книге автора *Вопросы статистики*. М., 1960, с. 6 – 42.
Шейнин О. Б., Sheynin O. B. (1966), Origin of the theory of errors. *Nature*, vol. 211, pp. 1003 – 1004.
■ --- (1971a), Newton and the theory of probability. AHES, vol. 7, pp. 217 – 243. **S, G,** 47.
--- (1971b), Lambert's work in probability. AHES, vol. 7, pp. 244 – 256. **S, G,** 47.
--- (1977), Early history of the theory of probability. AHES, vol.17, pp. 201 – 259. **S, G,** 30.
--- (1978), Poisson's work in probability. AHES, vol. 18, pp. 245 – 300.
--- (1986), Quetelet as a statistician. AHES, vol. 36, pp. 281–325. **S, G,** 29.
--- (1990), *А. А. Чупров. Жизнь, творчество, переписка*. Берлин, 2010.
--- (1991), Poincaré's work in probability. AHES, vol. 42, pp. 137 – 172.
--- (1994), Bertrand's work on probability. AHES, vol. 48, pp. 155 – 199. **S, G,** 47.
--- (1998, нем.), Статистика и идеология в СССР. В книге *Российская и европейская экономическая жизнь: опыт Санкт-Петербурга*. СПБ, 2006, с. 97 – 119.
■ --- (2002), Newcomb as a statistician. *Historia Scientiarum*, vol. 12, pp. 142 – 167.
--- (2003), Geometric probability and the Bertrand paradox. Там же, vol. 13, pp. 42 – 53. **S, G,** 47.
--- (2007), The true value of a measured constant and the theory of errors. Там же, vol. 17, pp. 38 – 48. **S, G,** 47.
■ --- (2008), Bortkiewicz' alleged discovery: the law of small numbers. Там же, vol. 18, pp. 36 – 48.
--- (2012), New exposition of Gauss' final justification of least squares. *Math. Scientist*, vol. 37, pp. 147 – 148.
--- (2013), *Теория вероятностей. Исторический очерк.* Берлин. **S, G,** 11.
--- (2014), К истории государствоведения. *Финансы и бизнес*, № 1, с. 136 – 158.
Achenwall G. (1752), *Staatsverfassung der europäischen Reiche im Grundrisse*. Göttingen. Первое издание (Göttingen, 1749) называлось *Abriß der neuesten Staatswissenschaft* etc. Большое число последующих изданий вплоть до 1798, однако в 1768 г. название снова изменилось.
Andrews D. F. (1978), Data analysis, exploratory. В книге Kruskal & Tanur (1978, pp. 97 – 107).
Anonymous (1839), Introduction. *J. Stat. Soc. London*, vol. 1, pp. 1 – 5. **S, G,** 19.
Anonymous (1968), Statistics, mathematical. *Enc. Brit*., vol. 21, pp. 166 – 170.
Anonymous (1985), Statistics. *New Enc. Brit*., vol. 28, pp. 230 – 239.
Bancroft T. A. (1966), Statistics. *Enc. Amer.*, vol. 25, pp. 530 – 536a.
Bartholomew D. J. (1995), What is statistics? *J. Roy. Stat. Soc*., vol. A158, pp. 1 − 20.
Bayes T. (1764 – 1765), An essay towards solving a problem in the doctrine of chances. *Phil. Trans. Roy. Soc.*, vols 53 – 54 за 1763 – 1764, с. 360 – 418, 296 – 325. Немецкий перевод: Leipzig, 1908. Перепечатка первой части меуара: *Biometrika*, vol. 45, 1958, с. 293 – 315; также в книге E. S. Pearson & Kendall (1970, с. 131 – 153). **S, G,** 14.
Bertrand J. (1888), *Calcul des probabilités*. Второе издание: 1907. Перепечатка первого издания: New York, 1970.
Bortkiewicz L. von (1904), Anwendung der Wahrscheinlichkeitsrechnung auf Statistik. *Enc. Math. Wiss.* Leipzig, Bd. 1, pp. 822 – 851. **S, G,** 18.
Box G. E. P. (1964). Errors, theory of. *Enc. Brit.*, vol. 8, pp. 688 – 689.
Buffon G. L. L. (1777), *Essai d'arithmétique morale*. В книге автора (1954, с. 456 – 488). **S, G,** 16.
--- (1954), *Œuvres philosophiques.* Paris. Редакторы, J. Piveteau, M. Fréchet, C. Bruneau.
Butte W. (1808), *Die Statistik als Wissenschaft*. Landshut.

Buys Ballot C. H. D. (1850), Die periodischen Änderungen der Temperatur. *Fortschritte Phys*., Bd. 3 за 1847, pp. 623 – 629.
Campbell L., Garnett W. (1882), *Life of Maxwell*. London. [London, 1884; New York – London, 1969.]
Cauchy A. L. (1845), Sur les secours que les sciences du calcul peuvent fournir aux sciences physiques on même aux sciences morales. *Oeuvr. compl*., sér. 1, t. 9. Paris, 1896, pp. 240 – 252.
Celsus (1935, англ.), *De medicina*, vol. 1. London. Написано в первом веке н. э.
Chaddock R. E. (1925), *Principles and Methods of Statistics.* Boston.
Chaitin G. J. (1975), Randomness and mathematical proof. *Scient. American*, vol. 232, pp. 47 – 52. **S, G,** 51.
Chapman S. (1941), *Halley As a Physical Geographer*. London.
Cochran W. G. (1978), Laplace's ratio estimator. В книге *Papers in Honor of H. O. Hartley*. Редактор H. A. David. New York, pp. 3 – 10.
De Candolle Alph. (1833), Revue des progrès de la statistique. *Bibl. Universelle*, Cl. Litt., année 18, t. 52, pp. 333 – 354.
--- (1873), *Histoire des sciences*. Genève – Bale. Немецкие переводы: 1911, 1921.
Delambre, J. B. J. (1819), Analyse des travaux de l'Académie … pendant l'année 1817, partie math. *Mém. Acad. Roy. Sci. Inst. de France*, t. 2 за 1817, pp. I – LXXII раздела *Histoire*.
De Moivre, A. (1718), *Doctrine of Chances*. Позднейшие издания 1738 and 1756. Перепечатка последнего издания: New York, 1967.
De Moivre A. (1733, латин.), A method of approximating the sum of the terms of the binomial $(a + b)^n$ expanded into a series from whence are deduced some practical rules to estimate the degree of ascent which is to be given to experiments. Перевод автора, включён во второе издание *Doctrine* (1738) и в расширенном виде в третье издание, с. 243 – 254. **S, G,** 14.
Dodge Y. (2003), *Oxford Dictionary of Statistical Terms*. Oxford, University Press.
Double F. J., Dulong P. L., Larrey F. H., Poisson S. D. (1835), Отчёт о рукописи J. Civiale, "Recherches de statistique sur l'affection calculeuse." *C. r. Acad. Sci. Paris*, t. 1, pp. 167 – 177.
■ **Dufau P. A.** (1840), *Traité de statistique ou théorie de l'étude des lois, d'après lesquelles se développent des faits sociaux.* Paris.
Eisenhart C. (1963), Realistic evaluation of the precision and accuracy of instrument calibration. В книге Ku (1969, pp. 21 – 47).
--- (1964), The meaning of "least" in least squares. *J. Wash. Acad. Sci.*, vol. 54, pp. 24 – 33. **S, G,** 19.
■ **Finney D. J.** (1960), *An Introduction to the Theory of Experimental Design*. Chicago, Univ. of Chicago Press. Ссылки на предисловие 1967 г. русского издания М., 1970.
Fisher R. A. (1922), On the mathematical foundations of theoretical statistics. *Phil. Trans. Roy. Soc.*, vol. 222, pp. 309 – 368.
--- (1925), *Statistical Methods for Research Workers*. В книге Fisher (1990, отдельная пагинация, перепечатка издания 1973 г.). *Статистические методы для исследователей*. М., 1958.
--- (1935), *Design of Experiments*. Там же, отдельная пагинация.
--- (1990) *Statistical Methods, Experimental Design and Scientific Inference.* Oxford, Oxford University Press.
Fourier J. B. J., редактор (1821 – 1829), *Recherches statistiques sur la ville de Paris et de département de la Seine*, tt. 1 – 4. Paris.
--- (1826), Sur les résultats moyens déduits d'un grand nombre d'observations. *Œuvres*, t. 2. Paris, 1890, pp. 525 – 545.
Fox J. J. (1860), On the province of the statistician. *J. Stat. Soc. London*, vol. 23, pp. 330 – 336.
Frisch R. (1933), Editorial. *Econometrica*, vol. 1, pp. 1 – 4. **S, G,** 44.
Gatterer J.C. (1775), *Ideal einer allgemeinen Weltstatistik*. Göttingen.
Gavarret J. (1840), *Principes généraux de statistique médicale.* Paris. Немецкий перевод: Erlangen, 1844.
Graunt J. (1662), *Natural and Political Observations Made upon the Bills of Mortality*. Baltimore, 1939. Редактор, W. F. Willcox. **S, G,** 13.
Hald A. (1998), *History of Mathematical Statistics from 1750 to 1930.* New York.

Herschel W. (1817), Astronomical observations and experiments tending to investigate the local arrangement of celestial bodies in space. В книге автора (1912, vol. 2, pp. 575 – 591).
Herschel W. (1912), *Scientific Papers*, vols 1 – 2. London. [Bristol, 2003.]
Humboldt A. (1817), Des lignes isothermes. *Mém. Phys. Chim. Soc. d'Arcueil*, t. 3, pp. 462 – 602.
--- (1845 – 1862), *Kosmos*, Bde 1– 5. Stuttgart. Третье издание, тт. 1 – 4. Stuttgart, 1877. *Космос*. М., 1866 – 1871.
Kant I. (1755), *Allgemeine Naturgeschichte und Theorie des Himmels*. *Ges. Schriften*, Bd. 1. Berlin, 1910, pp. 215 – 368. [Erlangen, 1988).] *Всеобщая естественная история и теория неба*. *Избр. произв.*, т. 2. М., 1959, с. 8 – 296.
Kapteyn J. C. (1906), *Plan of Selected Areas.* Groningen.
Kendall M. G. (Sir Maurice) (1950), The statistical approach. *Economica*, vol. 17, pp. 127 – 145.
Kendall M. G. (1978), The history of the statistical method. В книге Kruskal & Tanur (1978, vol. 2, pp. 1093 – 1102).
Kendall M. G. & Buckland W. R. (1971). Statistics. *Dictionary of Statistical Terms.* Edinburgh, Oliver & Boyd.
Kendall M. G., Plackett R. L., редакторы (1977), *Studies in the History of Statistics and Probability*, vol. 2. London, Griffin.
Kepler J. (1609, латин.), *New Astronomy*. Cambridge, 1992.
Knapp G. F. (1872), Quetelet als Theoretiker. *Jarbücher f. Nationalökonomie u. Statistik*, Bd. 18, pp. 89 – 124.
Kruskal W. H. (1978), Statistics: the field. В книге Kruskal & Tanur (1978, vol. 2, pp. 1071 – 1093).
Kruskal W. H., Tanur J. M., редакторы (1978), *International Encyclopedia of Statistics*, vols. 1 – 2. New York, McMillan.
Ku H. H., редактор (1969), *Precision Measurement and Calibration. Nat. Bureau Standards Sp. Publ*. 300, vol. 1. Washington.
Lamarck J. B. (1815), *Histoire naturelle des animaux sans vertèbres*, t. 1. Paris. *Естественная история беспозвоночных животных*. *Избр. произв*., т. 2. М., 1959, с. 8 – 296.
Lambert J. H. (1760), *Photometria.* Augsburg.
--- (1765a), Anmerkungen und Zusätze zur practischen Geometrie. В книге автора *Beyträge zum Gebrauche der Mathematik und deren Anwendung*, Tl. 1. Berlin, 1765, pp. 1 – 313.
--- (1765b), Theorie der Zuverlässigkeit der Beobachtungen und Versuche. Там же, pp. 424 – 488.
Lazarsfeld P. F. (1961), Notes on the history of quantification in sociology. *Isis*, vol. 52, pp. 277 – 333.
Libri-Carrucci G. B. I. T., докладчик (1834), Au nom d'une Commission. *Procès verbaux des séances. Acad. Sci. Paris*, t. 10, pp. 533 – 535. Отчёт о представленной рукописи I. J. Bienaymé. Члены комиссии: S. F. Lacroix, S. D. Poisson.
Liebermeister, C. (примерно 1876), Über Wahrscheinlichkeitsrechnung in Anwendung auf therapeutische Statistik. *Sammlung klinischer Vorträge* No. 110 (Innere Medizin No. 39). Leipzig, pp. 935 – 961.
Lindley D. V. (1984), Prospects for the future. The next 50 years. *J. Roy. Stat. Soc*., vol. A147, pp. 359 – 367.
Louis P. C. A. (1825), *Recherches anatomico-pathologiques sur la phtisie*. Paris.
Marriot F. H. C. (1991), Statistics. *Dictionary of Statistical Terms*. Harlow (Essex), New York, p. 196**.**
Maxwell J. C. (1859), On the stability of the motion of the Saturn's ring. В книге автора (1890/1927, pp. 288 – 376).
--- (1871), Introductory lecture on experimental physics. В книге автора (1927, vol. 2, pp. 241 – 255). Вводная лекция по экспериментальной физике. В книге автора *Статьи и речи*. М., 1968, с. 20 – 36.
Maxwell J. C. (зачитано 1873), Does the progress of physical science tend to give any advantage to the opinion of necessity […] over that of contingency of events. В книге Campbell & Garnett (1882, pp. 357 – 366; 1969).
Maxwell J. C. (1877), Рецензия: H. W. Watson, *Treatise on the Kinetic Theory of Gases*. Oxford, 1876. *Nature*, vol. 16, pp. 242 – 246.

Maxwell J. C. (1890), *Scientific Papers*, vols 1 – 2. Cambridge. Перепечатки: Paris, 1927, New York, 1965.
Michell J. (1767), An inquiry into the probable parallax and magnitude of the fixed stars. *Phil. Trans. Roy. Soc. Abridged*, vol. 12, 1809, pp. 423 – 438.
Mises R. von (1964), *Mathematical Theory of Probability and Statistics*. Редакция и дополнения Hilda Geiringer. New York.
Montmort P. R. (1708), *Essay d'analyse sur les jeux de hazard*. Paris, 1713. [New York, 1980.]
Newton I. (1967), Рукопись без названия. *Mathematical Papers*, vol. 1, pp. 58 – 61. Cambridge. **S, G,** 14.
Pearson E. S. (1990), "Student". *A Statistical Biography of W. S. Gossett*. Редакция и дополнения R. L. Plackett при участии G. A. Barnard. Oxford.
S, G, 68.
Pearson E. S., Kendall M. G., редакторы (1970), *Studies in the History of Statistics and Probability* [vol. 1]. London, Griffin.
Pearson K. (1925), James Bernoulli theorem. *Biometrika*, vol. 17, pp. 201 – 210.
--- (1978), *The History of Statistics in the 17th and 18th Centuries*. Редактор E. S. Pearson. London, Griffin. Лекции 1921 – 1933 гг.
Poincaré H. (1896), *Calcul des probabilités*. Paris. Второе издание, 1912, его перепечатка: Sceaux, 1987. *Теория вероятностей*. Ижевск, 1999.
Poisson S.-D. (1837), *Recherches sur la probabilité des jugements, principalement en matière criminelle et en matière civile*. Paris. [Paris, 2003.] **S, G,** 52.
Quetelet A. (1826), À M. Villermé etc. *Corr. Math. et Phys*., t. 2, pp. 170 – 178.
--- (1846), *Lettres ... sur la théorie des probabilités.* Bruxelles.
--- (1848), *Du système social et des lois qui le régissent*. Paris.
--- (1869), *Physique sociale*, tt. 1 – 2. Bruxelles. Пересмотренное издание книги 1836 г. [Bruxelles, 1997.] *Социальная физика*, тт. 1 – 2. Киев, 1911 – 1913.
Rao C. R. (1993), Statistics must have a purpose: the Mahalanobis dictum. *Sankhya*, vol. A55, pp. 331 – 349. **S, G,** 82.
Rümelin G. von (1863 – 1864), Zur Theorie der Statistik. В книге автора *Reden und Aufsätze.* Tübingen, 1875, pp. 208 – 284.
Schlözer A. L. (1804), *Theorie der Statistik nebst Ideen über das Statium der Politik überhaupt*. Göttingen. **S, G,** 76.
Simpson T. (1756), On the advantage of taking the mean of a number of observations. *Phil. Trans. Roy. Soc.*, vol. 49, pp. 82 – 93. **S, G,** 14.
--- (1757), Расширенный вариант статьи. В книге автора *Miscellaneous Tracts on Some Curious… Subjects…* London, pp. 64 – 75. **S, G,** 14.
Snow J. (1855), On the mode of communication of cholera. В книге *Snow on Cholera.* New York, 1965, pp. 1 – 139.
Stigler S. M. (1986), *The History of Statistics.* Cambridge, Mass. Harvard Univ. Press.
Süssmilch J. P. (1741), *Die Göttliche Ordnung in den Veränderungen des menschlichen Geschlechts, aus der Geburt, dem Tode und der Fortpflanzung desselben.* Berlin, 1761. Несколько последующих изданий.
--- (1758), Gedanken von dem epidemischen Krankheiten. В книге Wilke J., редактор (1994), *Die königliche Residenz und die Mark Brandenburg im 18. Jahrhundert*. Berlin, pp. 69 – 116.
Wilks S. S. (1968), Statistics. *Enc. Brit*., vol. 21, pp. 162 – 166.
Woolhouse W. S. B. (1873), On the philosophy of statistics. *J. Inst. Actuaries*, vol. 17, pp. 37 – 56.

IV

Саймон Ньюком

Статистическое исследование вероятности причин появления определённого пола у младенцев

Simon Newcomb, *Statistical Inquiry into the Probability of Causes of the Production of Sex in Human Offspring.*
Carnegie Instn of Washington, Publ. 11, 1904

Предварительная заметка

Данная статья является попыткой применения строгой теории вероятных выводов к проблеме генетической биологии на основе статистических данных. Если покажется, что автор вышел за пределы своей профессиональной области, он ответит, что обсуждение биологической проблемы ни в коем случае не было его единственной целью. Ему казалось, что обработка большого массива статистических данных при помощи строгих методов вероятностной индукции приводит автора к сфере, работа в которой обещает важные результаты для науки будущего. И он надеется, что покажет, как подобные методы могут привести к результатам, которые ускользают от любого непосредственного исследования.

Автор обязан поблагодарить попечителей фонда Bache, которые предоставили ему грант для оплаты издержек по необходимому исследованию генеалогических данных, и Бюро переписей в лице W. C. Hunt, главного статистика по населению, который предоставил статистические данные по нескольким тысячам семей.

Вашингтон, ноябрь 1903

1. Предисловие

Целью этого исследования является приложение некоторых, до сих пор не разработанных статистических методов, к случаям, причины которых ускользают от непосредственного установления. Суть подобных методов, хоть их общие принципы вполне понятны, такова, что она может быть установлена гораздо подробнее, чем этого всерьёз пытались добиваться ранее.

Можно считать, что цель нашего исследования двояка: **1.** Пояснение и применение некоторых методов. **2.** Вывод заключений о физиологической проблеме широчайшего научного и общественного значения.

Мысль о том, что пол новорождённого может в какой-то степени зависеть от причин, которые могут быть выявлены, и быть может даже от таких причин, которые могут управляться родителями, весьма естественна. Вот примеры: относительный возраст родителей; их бодрость или состояние здоровья; бесконечное разнообразие их супружеских привычек; или же отношение момента зачатия к периоду менструации. Возможно, кроме того, что некоторые родители (мужчина или женщина) ввиду органических или иных причин обладают каким-то особым качеством, к большей возможности появления новорождённых либо одного, либо другого пола. Подобные качества, которые не видны на поверхности, могут и не поддаваться никаким непосредственным исследованиям.

Метод изучения указанной склонности при её выявляемых возможных причинах хорошо известен. Будут ли родители, обладающие определённой характеристикой А, вероятнее иметь детей того или иного пола, чем те родители, у которых характеристика А отсутствует? Это устанавливается при подсчёте достаточного числа детей каждого пола в каждом из обоих случаев и сравнении полового состава в каждом случае с составом в среднем. Если составы в этих классах заметно отличаются друг от друга, мы решим, что характеристика А связана с некоторой причиной, которая каким-то определённым образом влияет на пол новорождённых.

Автор предлагает применять этот простой и очевидный метод в некоторых случаях, но в основном пытается идти дальше и выяснять, существуют ли какие-то известные или неизвестные причины или обстоятельства, которые в решающей степени влияют на пол новорождённого. Если мы видим две семьи, все или почти все дети которых либо мальчики, либо девочки, то естественно заподозрить, что в каждом случае избыток детей того или иного пола возможно было вызван либо какой-то характеристикой или способностью родителей, либо какой-то особенностью их конституции. Эту особенность иногда можно исследовать и выявить.

Сами по себе подобные неравенства ничего не доказывают, потому что они возможно были естественным результатом таких случайностей, которые определяют пол новорождённых, но о которых мы ничего не знаем. Если допустить существование органических или иных склонностей предположенного вида, то можно будет обозначить их термином *однополых*. И тогда мы можем предположить, что в конституции или привычках родителей существует что-то, иногда приводящее к подобной однополой склонности рождения либо мальчика, либо девочки.

Но такие склонности можно изучать только при помощи статистического исследования их результатов. И желательно выявить критерий для разграничения случая и указанной склонности родителей при неравном числе мальчиков и девочек в семье. Такой критерий указан в первых четырёх параграфах нашей статьи, а его математическая теория разработана в Приложении[1].

2. Преобладание мужских рождений

Некоторые факты могут быть установлены до начала исследования, и они послужат для сравнений при согласовании наших выводов. Первый общий и хорошо известный факт состоит в том, что во всей семитской расе наблюдается небольшое, но хорошо заметное преобладание мужских рождений[2]. Примечательно, что оно однородно во всех европейских и американских странах, в которых имеется полная статистика рождений.

Майкл Джордж Мюлхол (Mulhall) счёл, что в целом в Европе соотношение мужских и женских рождений равно 1052:1000. Для нашей цели удобно выразить избыток в иной форме: в 2052 рождениях 1052 мальчика и 1000 девочек. Можно сказать также, что 51,3% новорождённых – мальчики и 48,7% – девочки. Нам представляется, что в конце концов удобнее всего указывать это соотношение для 100 рождений, т. е. что избыток E_m равен 2,6%.

Незначительные изменения избытка от страны к стране не превышают того, что может быть случайным. Но, хотя его значение почти одно и то же в различных странах, существуют некоторые обстоятельства, которые следует здесь учитывать. Важнейшим является заметное возрастание избытка при учёте мертворождённых. Во Франции он составляет 4 – 5%, что вероятно почти верно для большинства европейских стран. Если желательно, чтобы E_m выражало физиологическую вероятность рождения мальчиков, то мертворождённые должны учитываться, и тогда во Франции $E_m = 2{,}93$.

И всё же нашим рассуждениям более способствует рассмотрение только живорождённых, и тогда $E_m = 2{,}6$. По статистике штата Массачусетс

для живорождённых $E_m = 2{,}8$; для всех рождений $E_m = 3{,}3$.

Представляется поэтому, что между границами Атлантики нет существенного различия.

3. Является ли половой состав новорождённых одним и тем же у всех рас?

Насколько нам известно, кроме семитской, единственными расами, для которых имеются необходимые статистические сведения, являются монголоидная раса в Японии и негроидная в Америке [в США]. В последнем случае существует лишь ограниченная статистика рождений, однако она достаточна для того, чтобы по меньшей мере наметить вывод. Перепись 1900 г. указывает общее число рождений для цветной расы[3]

мальчиков по регистрации	13 526, а всего	136 350
девочек	13 244	136 625

По регистрации преобладание мужских рождений составило менее половины его значения для семитской расы, а общий подсчёт указал на преобладание женских рождений. Число младенцев этой негроидной расы:

в возрасте до 1 месяца	мальчиков 10 200,	девочек 10 322
до 3 месяцев	32 840	33 353
до года	121 329	123 181

Трудно понять, почему данные о поле новорождённых, которые сообщались регистратору, были систематически ошибочны[4]. Число младенцев в возрасте до одного месяца могло быть только числом рождений за месяц за вычетом умерших в тот же период. И если превышение мужской смертности негроидной расы в этом возрасте не выше той же смертности белой расы, то оказывается, что преобладание мужских рождений не характерно для первой расы, и что скорее имеет место обратное. Более того, сведения за первый год жизни видимо подтверждают этот вывод, и его же подтверждают все предыдущие переписи [США] с 1870 г. Вообще, во всех этих случаях существует небольшой избыток негритянок или лиц цветной расы женского пола в возрасте до одного месяца, и он значительнее, чем тот, который был бы вызван превышением мужских смертей над женскими в том же возрасте.

С другой стороны, при числе рождений большем миллиона в недавней переписи в Японии избыток мальчиков оказался практически таким же, как в странах Европы. Поэтому думается, что в этом отношении нет различия между семитской и монголоидной расами. Числа, относящиеся к негроидной расе в Америке, возможно сомнительны, и особенно потому, что зарегистрированные фактические рождения указывают на преобладание мальчиков[5]. Поэтому иногда предполагают, что подобный избыток присущ всем, или по крайней мере достаточно исследованным млекопитающим. Но подробная статистика лошадей в Англии и Германии указывает, что в целом существует почти одно и то же число жеребчиков и кобылок с общей тенденцией преобладания последних.

Странно также, что в тех странах Европы, в которых существует полная статистика, избыток мужских рождений меньше в незаконных рождениях, чем для рождений в браках. Пояснение этого различия, в которое мы почти не можем поверить, мы должны оставить для других исследователей.

4. Исследование вопроса о существовании у родителей какой-либо постоянной склонности к появлению новорождённых того или иного пола

Хорошо известно, что диспропорция полов является почти всеобщим правилом: одни семьи имеют почти только или исключительно мальчиков, другие – девочек. Но вызвано ли это явление просто результатом случая или же оно указывает на однополую тенденцию родителей? Нам нужен критерий для различения этих возможностей. Но для разъяснения принципа предлагаемого критерия мы приведём пример его применения.

Выберем случайно сто семей с двумя детьми в каждой. Если этот выбор соответствует среднему [средней семье], и если не принимать во внимание небольшого преобладания мужских рождений, то мы получим 50 семей, первенцы в которых были мальчики и другие 50 с первенцами-девочками. При отсутствии однополой тенденции в этих ста семьях второй ребёнок будет мальчиком в 25 семьях из каждых 50 и девочкой в остальных семьях. Итак, мы получим …

[Мы не смогли разобраться в расчётах автора, но решение его задачи элементарно: комбинации а, а; а, б; б, а; и б, б появляются в одном и том же числе случаев.]

Но допустим теперь, что по какой-то причине некоторые родители склонны иметь мальчиков, а другие родители – девочек. Пусть для семей в классе А вероятность рождения мальчика равна 3/5, и той же самой будет вероятность рождения девочки для семей в классе В. Принадлежность семей к тому или иному классу остаётся неизвестной.

[Аналогично: комбинации а, а и б, б появляются с весом 3 каждая, а комбинации а, б и б, а – с весом 2 каждая, сумма весов 10 и т. д.]

Результат окажется разительнее для семей с тремя детьми. При любом числе детей теория вероятностей и комбинаторика приведут к определённому распределению детей по полу, к наиболее вероятному результату чистого случая, а именно к трём случаям двуполых детей на один случай однополых.

Но если у некоторых родителей существует тенденция к рождению однополых детей, отношение числа семей с однополыми детьми к числу остальных семей окажется бОльшим. Пусть эта тенденция остаётся такой же, как в предыдущем примере. [Следует аналогичный подсчёт.]

Перейдём теперь к общему случаю. Мы отметили общую или среднюю тенденцию в направлении мужских рождений у родителей семитской расы. Но одинакова ли эта тенденция у всех родителей? Начнём с известного. Если у некоторых родителей она сильнее нормальной [средней], то у других родителей должна проявляться такая же тенденция производства женских рождений. В обоих указанных случаях мы назовём подобную тенденцию *однополой*.

Для исследования мы выбрали данные из двух источников. **1.** Хант (Hunt), глава отдела статистики населения в Бюро переписей, очень любезно передал мне подсчёт по двум тысячам семей нескольких национальностей в соответствии с переписью 1900 г. **2.** Я также проделал соответствующие подсчёты, исходя из генеалогии всех известных семей, происшедших от некоего Эндрью Ньюкома, умершего примерно в 1650 г. Я расширил свои вторые сведения, включив в них очень большое число генеалогий других семей. Этот источник оказался ценным, потому что он, вероятно, основывался на большем разнообразии условий, чем в случае первых данных.

Ниже представлена сводка, в первой колонке которой учтены числа для белых семей из списка Бюро переписей; вторая колонка указывает соответствующие числа из генеалогий. В третьей и четвёртой даются сведения по семьям негров и индейцев, опять же по данным Бюро переписей. В пятой колонке указаны итоги. Затем мы привели вероятные [ожидаемые] числа, вычисленные по теории случаев (!) при отсутствии у родителей однополой тенденции.

Первая строка каждой колонки – общее число семей, вторая – число семей с однополыми детьми, мальчиками или девочками. Следующие строки указывают числа двуполых семей в каждом классе [т. е. по переписям и генеалогиям]. Так, для семей с четырьмя детьми в строке 3 и 1 приводятся объединённые числа семей с тремя мальчиками и одной девочкой и тремя девочками и одним мальчиком. Данные объединялись ввиду недостаточного числа семей. Читатель может сразу же увидеть, в какой мере может быть выявлена двуполая тенденция, если она существует.

[Приводятся отдельные сводки для семей с двумя, тремя, …, шестнадцатью детьми. Вот общий вывод:]

В 2838 семьях с 13 257 детьми их распределение следует законам случая в пределах вероятных отклонений. Но, исходя только из этих чисел, нельзя обоснованно утверждать, ни что нет ни малейшей однополой тенденции, ни что нет никаких возможных условий, чтобы она возникла. Наши выводы только препятствуют существованию условий, влияющих на пол ребёнка с определённой частостью. […] Если только одна пара родителей из всего списка обладает однополой тенденцией, или если в громадном большинстве случаев она очень незначительна, её не было бы заметно. Любая такая тенденция, сколь угодно небольшая, была бы исключительно интересна в научном отношении, но практического значения она не имела бы. […] Весьма маловероятно, чтобы какая-либо очень редкая или очень искусственная причина могла бы вызвать однополую тенденцию, если уж обычные причины не приводят к ней. Отсутствие в исследованных семьях существенно заметной однополой тенденции обосновывает, по крайней мере, с высокой вероятностью, тот вывод, что причиной появления пола нельзя управлять.

5. Однополая тенденция при множественных рождениях

Теперь мы рассмотрим семьи, особо благоприятные для заключений об общей проблеме причины появления пола. Это – семьи, дети в которых появились при рождениях двойняшек или троен[6]. Начнём с первых и рассмотрим влияние двух крайних гипотез о причинах пола.

Первая гипотеза. *Расхождение мужского и женского начала существует в первоначальных зародышах* (germs) *и видимо исходит от отца.*

При действии этой гипотезы произойдёт то же самое случайное распределение двойняшек по полу, что и в случае семей с двумя детьми. При четырёх рождениях двойняшек мы должны будем иметь чисто мужское и чисто женское рождения и два двуполых рождений. Этого вывода можно избежать только в двух случаях: **1.** Предположить, что зародыш любого пола вероятнее приведёт к тому же полу, что видимо недопустимо, потому что подобное последствие не может быть постоянным. **2.** Предположить, что в определённых промежутках времени существует аномальный избыток мужских зародышей, а в других промежутках у того же отца – аналогичный избыток женских зародышей. Но при отсутствии постоянной однополости у любого отца, что было показано в § 4, подобное неравенство не может быть постоянным. Это предположение также слишком искусственно и его вряд ли следует рассматривать. Поэтому мы можем считать статистическое распределение полов двойняшек критерием указанной гипотезы.

Вторая гипотеза. *Пол младенца целиком определяется условиями, при которых происходят ранние стадии развития зародыша*.

Все эти условия одни и те же с самого начала для каждого из двойняшек, так что эта гипотеза привела бы к появлению только однополых двойняшек.

Статистика показывает, что каждая из этих гипотез сама по себе ошибочна, и что фактический результат является каким-то средним из них. Двойняшки вероятнее оказываются однополыми, но этот вывод лишь вероятнее противоположного. Отрицание первой гипотезы означает, что первоначальные зародыши у отца либо никак не влияют на пол, либо в крайнем случае имеют лишь слабую тенденцию развития в тот или иной пол. Существования подобной тенденции нельзя отрицать, но первое предположение вероятнее, так что пол новорождённого целиком определяется матерью. Это заключение противоречит некоторым предположенным выводам из статистики (§ 6), которая, впрочем, могла быть неверно истолкована.

Перейдём теперь к статистике Франции и Германии. В приведённой таблице первая строка показывает число рождений двух мальчиков, вторая – то же для разнополых двойняшек, третья – для двух девочек. В следующих двух строках даётся общее число мальчиков и девочек во всех этих рождениях. Преобладание мужских рождений в целом является нормальным и указывает, что при рождении двойняшек не было причины, влияющей на образование пола как-то иначе, чем при обычных рождениях.

Далее приводится обычное число двуполых рождений, будь определение пола, как и в случае рождения двух детей, совершенно независимо, что следует из первой гипотезы. Относительный недостаток двуполых рождений по сравнению с указанным вероятным числом можно использовать для определения однополой тенденции при рождении двойняшек. Вот как может быть описан наблюдённый факт:

Вероятное соотношение одно- и разнополых двойняшек, если их пол определялся независимо друг от друга, равняется (в скобках указаны фактические соотношения)

два мальчика 0,260 (0,332)   мальчик и девочка 0,500 (0,354)
две девочки 0,240 (0,314)

[Приведена упомянутая таблица.]

Формальное алгебраическое обсуждение однополой тенденции, которая намечается в этих числах, приведено в Приложении. Но эти алгебраические методы не нужны для описания идеи тех принципов, которые поясняют результаты. Обсуждение этих принципов интересно тем, что статистические числа для двойняшек можно применять и для троен, и для сравнения статистик троен и двойняшек.

Мы предполагаем, что в течение какого-то промежутка времени, начиная с зачатия, оба зародыша подвергаются ряду общих влияний либо в мужском, либо в женском направлении, что склоняло беременность к рождению однополых двойняшек. Без ощутимой ошибки мы можем отвлечься от небольшого обычного преобладания мужских рождений и заключить, что в общем среднем эта однополая тенденция окажется одинаково частой в обоих направлениях.

Но эти преобладающие влияния не определяют пол окончательно. Существуют случайные причины, по-разному воздействующие на два растущих организма, которые поэтому могут оказаться разнополыми. Мы приходим к пояснению статистики двойняшек, предполагая, что в одной группе А существует вероятность 0,77 в пользу появления мужского пола у какого-то одного из двойняшек и вероятность 0,23 в пользу появления у него женского пола. В другой же группе Б эти вероятности противоположны.

Таково, я говорю, заключение из статистики двойняшек в предположении, что между обоими организмами нет такого взаимодействия, которое склоняло бы их стать однополыми. Но могу заметить, что это предположение не имеет особого значения, к такому же выводу приводит сочетание вероятностей. Главное здесь в том, что в некоторых случаях существует какая-то преобладающая тенденция однополости двойняшек, в остальных случаях – такая же тенденция разнополости. Вероятности результатов таковы:

группа А	вероятность двух мальчиков	0,77 = 59,3%
	вероятность двух девочек	0, 23 = 5,3%
	общая однополая тенденция	64,6%
	общая разнополая тенденция	35,4%

В группе В результаты противоположны (они совпадут после перестановки мужских и женских рождений).

Заметим, что эти числа относятся к статистическим данным. Математический метод (см. Приложение) указывает, что результаты можно объяснить, если предположить некоторую однополую тенденцию, значение которой равно α = 0.27. Можно считать, что этот коэффициент выражает эффективность всех причин, склоняющих [будущих] двойняшек к однополости. Другими словами, допустив этот коэффициент, мы получим 77%

однополых двойняшек и 23% разнополых, что является фактическим результатом наблюдений.

Весьма интересно, что методы, разработанные в Приложении, могут применяться для приложения коэффициента α к подразделению полов у троен. Можно рассуждать двояко. **1.** Можно предположить, что однополая тенденция у троен та же самая, что у двойняшек, и естественно, что так оно и должно происходить на самом деле. Мы поэтому сможем определить долю однополых троен и сравнить вычисления со статистикой. **2.** Можно определить значение однополой тенденции по статистике троен и понять, насколько оно отличается от результатов статистики двойняшек.

Вот проблема в первом методе: три организма подвержены таким условиям, что для каждого существует вероятность 0,77 его принадлежности к одному полу, и вероятность 0,23 его принадлежности к противоположному полу. Какова вероятность однополости всех трёх организмов? Вероятность одному из них иметь один пол, а двум другим – противоположный пол? В Приложении мы определили эти вероятности:

Вероятность однополости	46,9%
разнополости	53,1%

Мы собрали сведения о поле троен во Франции в 1858 – 1900 гг. и в Берлине в 1853 – 1880 гг.

3 мальчика	342	32
3 девочки	304	28
однополых	646	60
разнополых	667	43
доля однополых троен	49.9%	

Сравнение с вероятностями, выведенными для двойняшек, выявляет расхождение. Исходя из результатов для двойняшек, мы должны заключить, что 46,9% троен должны быть однополыми, на самом же деле 49,9%, т. е. на 3% выше. Это расхождение может проявиться в другой форме при таком же количественном определении однополого преобладания для троен, как ранее для двойняшек. Это преобладание равно 0,79 вместо 0,77. Иначе говоря, при таком же объединении троен, как и двойняшек, появляется вероятность 0,79 того, что кто-либо из тройни в группе А станет мальчиком, а из группы В – девочкой. Поэтому коэффициент однополой тенденции для троен α = 0, 29.

Теперь мы должны априорно предположить, что отношение однополого преобладания к результатам случайных причин, которые окончательно определяют пол, одно и то же для двойняшек и троен. Верно, конечно, что расхождение между 0,27 и 0,29 или между 46,9 и 49,9% не превышает того, что легко могло оказаться результатом случайного уклонения, но оно всё же значительнее ожидаемого.

Если считать его выражением реального закона, можно будет предположить, что помимо действия независимых причин, склоняющих пол либо в одном, либо в противоположном направлении, существует такое взаимодействие между двумя организмами, при котором пол одного из них склоняет другой организм в своём направлении.

Кроме того, общие выводы из рассмотренных троен подтверждают то, что было получено при изучении двойняшек, то, что не существует мужских и женских зародышей. Здесь мы, видимо, пришли к практически неопровержимому отрицанию теории полностью определённого пола в первоначальных зародышах и можем временно принять полную независимость таких зародышей от пола. Но этот вывод, конечно же, следует подвернуть дальнейшим статистическим испытаниям.

6. Процессы, происходящие при определении пола, на которые наводится мысль статистикой множественных рождений

Существует мнение о том, что если пол не определён окончательно при первоначальном образовании зародышей, он должен быть установлен в какой-то определённый момент его развития, т. е. что не может быть никакого промежуточного состояния между полной независимостью от пола и его окончательным установлением. Это мнение на первый взгляд представляется почти аксиоматичным. И всё же приведённая выше статистика множественных рождений видимо показывает, что на самом деле может существовать ряд причин, которые действуют вначале в одном направлении, затем – в другом, притом каждая из них склонна всё более повысить вероятность одного или другого пола, пока постепенно он не будет окончательно определён. Аналогию этому установлению серией случайных причин можно представить себе следующим образом.

Пусть А будет большой трубой или каналом, из устья В которой (которого) вытекает поток в постепенно расширяющуюся реку. На определённом расстоянии мыс раздваивает реку на две части. На одной стороне мыса, которую мы назовём мужской, река немного шире, чем на другой стороне. На каком-то протяжении река протекает над ухабистым дном со многими водоворотами, но в конце концов каждая капля воды попадает либо в одну, либо в другую сторону от мыса, причём сторона, на которую эта капля воды попадает, не устанавливается в какой-либо определённый момент.

Когда капля, или, для уточнения, небольшая плывущая частичка подходит к мысу, она с равной вероятностью может оказаться в любой части реки. Если она случайно подвергнется некоторому отклонению вправо, то с более высокой вероятностью попадёт в правый поток. Но она останется там только до того, как достигнет некоторой точки. К примеру, частичка вероятно попала бы в женский поток, но водоворот перенесёт её в сторону ещё до того, как это произойдёт. Лишь после пересечения некоторой прямой частичка окончательно окажется в каком-то определённом потоке.

Случай двойняшек или троен аналогичен случаю двух или трёх таких частичек, следующих одна за другой. Вероятнее, что они, а не отдалённые друг от друга частички останутся (окажутся) вблизи одна от другой и попадут в один и тот же водоворот. С вероятностью 0,77 они пройдут мыс с одной и той же стороны и с вероятностью 0,23 отделятся друг от друга. У троен соответствующие вероятности будут равны 0,79 и 0,21, но это только вероятности. В любой момент любые две частички могут отдалиться одна от другой и окончательно втянуться в различные потоки.

Поэтому мы можем сказать, что поток, в который окончательно попадёт частичка, определяется серией случайных воздействий, склоняющих её в одну или другую сторону. Вероятнейшее заключение, которое следует из статистики двойняшек, состоит в том, что их пол определяется аналогично.

7. Влияние возраста родителя на пол новорождённого

Изменения, вызываемые возрастом в системе человека, таковы, что их следует считать вероятнейшими причинами, которые влияют на пол новорождённых. Несколько исследователей изучали эту проблему, особенно Розенфельд, Садлер и Бертильон[7]. Я не смог ознакомиться с первоначальным сочинением Бертильона и поэтому ограничусь цитированием одного из его выводов (см. ниже). Розенфельд опубликовал таблицу пола более 30 тысяч новорождённых в Вене в соответствии с возрастом отца [и матери, см. ниже], к которой я добавил E_m в процентах. Колонки в его таблице: возраст отца; количество рождённых мальчиков (m) и девочек (f); отношение $100m{:}f$ и E_m:

до 25 лет	873	767	113,7	6,5
25 – 30	6090	5717	106.5	3,3
30 – 35	11,987	11,291	106,2	3,1
35 – 40	3605	3559	101,3	0,6
40 – 50	622	592	128,9	10,7

Таблица указывает на существенное преобладание мужских рождений у молодых и старых отцов и к противному выводу для остальных отцов.

Исходя из статистики Норвегии Франке пришёл к такому же выводу относительно молодых отцов, но к противоположному выводу о старых отцах.

[В приводимой таблице нет ни количества наблюдений, ни чисел мужских и женских рождений, мы же оставили лишь несколько её строк.]

до 20 лет	117,0	7,9
20 – 25	101,5	6,7
50 – 55	98,4	– 0,8
55 – 60	97,9	– 1,0
старше 60 лет	99,8	– 0,1

Розенфельд также указал соответствующие данные в соответствии с возрастом матери:

до 17 лет	19	7	271.4	46,1
17 – 20 лет	366	341	107,3	3,6
20 – 25	4444	4161	106,8	3.3
25 – 30	7287	6759	107,8	3,7
30 – 40	9907	9356	105,9	2,8
Свыше 40	1412	1396	101,1	0,5

Громадное преобладание мужских рождений в первой строке возможно является случайным и не выражает общего закона рождаемости, поскольку 26 рождений слишком мало для определённого вывода. Объединяя первые две строки, мы получим

$100m{:}f = 110{,}6$ и $E_m = 5{,}0$.

Эти числа указывают на заметное преобладание мужских рождений у очень молодых матерей, которое опускается до обычного уровня в возрасте 20 лет и опускается ещё ниже, начиная с возраста 40 лет. Можно заметить, что отношение мужских и женских рождений, в общем, несколько выше обычного и возможно указывает на несовершенство регистрации, а именно на пропуск некоторых девочек. Впрочем, это замечание не изменит нашего вывода. Все выводы о возрасте родителя не полностью подразделены, см. ниже.

Все эти выводы, относящиеся к возрасту родителя, поэтому видимо лишены солидного обоснования. Я остановлюсь на этом затруднении после обсуждения собранных мной результатов генеалогической статистики.

Садлер исследовал влияние различия возрастов отца и матери и сформулировал общий закон: преобладающее влияние на пол новорождённого оказывает более старый родитель. Впрочем. Альфельд пришёл к иному утверждению: если отец старше матери более, чем на 10 лет, у них рождается больше девочек, чем мальчиков, что противоречит обычному избытку мужских рождений, но число его наблюдений слишком невелико, и никаких выводов из них нельзя было делать. То же вероятно верно и по отношению к Садлеру.

Я сам не пытался исследовать эту проблему, потому что не было под рукой соответствующих данных. Но я проследил за порядком следования детей по генеалогиям американских семей. Для каждой семьи я составил таблицу пола их детей с указанием этого порядка. В приведённой таблице [опущена] первая колонка указывает порядок рождения, затем – количества первенцев, вторых по счёту и т. д. каждого пола. В семьях более чем с 14-ю детьми сведения по всем детям начиная с 14-го объединены, поскольку оказалось слишком мало отдельных наблюдений.

В четвёртой колонке дано общее число детей, а в пятой и шестой колонках – избыток мужских рождений и тот же избыток в процентах. В общем среднем этот избыток существенно превосходит своё обычное значение, что следует считать фикцией и приписывать её большей склонности пропуска девочек при регистрации. Подобное упущение вероятно происходит вне зависимости от порядка рождений, и можно предположить, что ввиду этой причины все значения E_m равно ошибочны. В соответствии со статистикой рождений обычное значение этой величины составляет около 2,4, тогда как подсчёт приводит к 4,6. Вычитая 2,2 из каждого значения E_m, мы получим его исправленные значения, которые внесены в последней колонке.

Избыток мужских рождений среди первенцев превышает 6 %, т. е. примерно 8 мальчиков приходятся на 7 девочек. Для второго ребёнка избыток уменьшается до 2,2%, что немного ниже нормы, а для третьего ребёнка он оказывается отрицательным. Это означает, что после исправления записей фактически имеет место небольшой избыток женских рождений.

Скорость падения этого показателя от 6,7 до 2,2%, а затем и до отрицательной величины для третьего ребёнка, видимо вполне убедительно показывает, что избыток мужских рождений первенцев следует приписывать не влиянию возраста матери, а тому, что он первенец вне зависимости от этого возраста. Это обосновывается следующим образом. В общем среднем разность возрастов при рождениях первого и третьего ребёнка вряд ли превышало три года. И убывание на 4% за три года намекает на удвоенное убывание этой величины при изменении возраста матери от 17 до 24 лет, т. е. в течение вероятного размаха возраста в случае первенца. Приближение к однородности в процентах в тех случаях, когда женитьба должна была состояться при подобных различиях возраста, препятствует предположению о том, что возраст – основной фактор.

Продолжая изучать таблицы, мы обнаруживаем примечательное однообразие в числе мужских и женских рождений вплоть до восьмого ребёнка. В случае вторых рождений избыток ещё хорошо заметен, и можно заключить, что тенденция к избытку мужских рождений, хоть весьма значительно ослабленная, вероятно не полностью исчезла в случае второго ребёнка. Но с четвёртого ребёнка до восьмого включительно уклонения настолько малы, что их можно считать влиянием случая. Представляется, что для шести детей, с третьего до восьмого, мужские и женские рождения равновероятны. Начиная с девятого ребёнка избыток мужских рождений, как правило, неизменно превышает своё нормальное значение.

Но никак нельзя быть уверенным, что это объясняется однополой тенденцией в случае боле старых родителей. Этот факт вполне возможно вызван появлением первенца после повторной женитьбы. Таблица была составлена без какого-либо учёта матерей и указывала детей в семье только от одного и того же отца. И, кроме того, после десятого ребёнка суммарные числа становятся слишком незначительными для обоснования весьма достоверных выводов. Для достоверного утверждения, что, либо результат Розенталя (!) для старых родителей верен, либо, что мы здесь имеем дело с первенцами от вторых или третьих жён, необходимо более полное исследование нашей темы.

При первом взгляде может показаться, что собранные статистические данные не решают, вызваны ли изменения в соотношении полов при возрастании семьи отцами или матерями. Но рассмотрение отношений между количествами актов (?), вызванных родителями, указывают на вероятности в пользу матери.

Для совершенно достоверного решения о том, что отец не играет никакой роли в определении пола ребёнка (как было здесь предположено), требуется более убедительное исследование. Необходимо сравнить статистики рождений матерями одной и той же возрастной группы от отцов различных возрастов. Поскольку соотношение полов по крайней мере у третьих – восьмых детей постоянно, лучше всего ограничиться теми рождениями, которые можно сгруппировать по отношению к матери. Затем можно будет сравнить пол каждого ребёнка с возрастом отца и удостовериться, изменяется ли указанное соотношение с этим возрастом.

9. Исследование некоторых иных условий, которые, как считалось, влияют на пол новорождённого

Иногда предполагалось, что уничтожение значительной доли мужского населения страны в войне, которое иногда происходило в разные времена, приводило там к большему преобладанию мужских рождений. Уже весьма поверхностное исследование этой предположенной причины покажет, что она требует очень убедительного доказательства. Если указанное предположение верно, поскольку убитые не могли участвовать в размножении расы, то окажется, что тот, кто благополучно вернулся с войны, выказывает однополую мужскую тенденцию.

Вряд ли требуется опровергать, что подобная тенденция может возникнуть у одного мужчины просто ввиду смерти другого[8], но если это влияние реально, оно должно быть результатом лишений и других бедствий, перенесённых на войне, а не уничтожения жизней, которое неизменно происходит естественно. Вопрос тогда будет в том, производят ли, как правило, лишения и страдания однополую мужскую тенденцию. Думается, что эта мысль достоверно опровергается тем, что не было установлено, что преобладание мужских рождений зависит от богатства страны или состояния громадного большинства её населения.

И всё же, чтобы ни один из моих выводов не был основан лишь на априорных рассуждениях, и для того, чтобы ответить на довод о том, что что-то особое может заключаться во влиянии именно военных лишений, я исследовал статистику населения по нью-йоркской переписи 1865 г. и переписи США 1870 г. Я сосчитал, сколько детей каждого пола, которые, судя по их возрасту, родились примерно при окончании гражданской войны. Во втором случае я ограничился южными штатами, потому что именно там было больше страданий и лишений. Учёт более ста тысяч детей показал, что преобладание мужских рождений было почти так близко к обычному как возможно, и ни малейшего влияния войны нельзя было обнаружить.

Утверждалось, далее, что многожёнство оказалось причиной однополой тенденции в женском направлении. Данных для исследования было недостаточно, но в единственном районе США, в котором подобное влияние вероятно было бы заметно[9], имеет место обычное преобладание мужских рождений. Анализ покажет, что это предположение также относится к наименее вероятным. Единственная практика многожёнства, которая могла бы благоразумно засвидетельствовать подобное, настолько обычна, что любая однополая тенденция выявилась бы при всяком поверхностном исследовании[10]. Мы полагаем, что в предыдущем (preceding paper) содержится достаточно материала, чтобы опровергнуть это предположение без дальнейших исследований.

9. Сводка выводов

Я не считаю эту сводку настолько достоверно обоснованной во всех случаях, что дальнейшее исследование оказалось бы никчёмным. Хорошо она обоснована или нет, но наши заключения были указаны статистикой, и я всерьёз надеюсь, что другие исследователи, более заинтересованные в данной проблеме, примутся за неё на основе более обширных данных и проверят каждый вывод по отдельности. Оговорившись подобным образом, мы можем сказать, что следующие положения указаны статистикой с большей или меньшей степенью вероятности.

1. Преобладание мужских рождений вероятно изменяется от расы к расе. Оно примечательно постоянно во всех ветвях семитской расы, но видимо либо не существует, либо очень незначительно в негроидной расе.

2. Нет никаких постоянных важных отличий у данного человека в способности родить младенцев одного пола предпочтительнее, чем другого пола. Все отцы и матери могут с одной и той же вероятностью иметь детей любого пола. Существуют слабые изменения, которые могут быть вызваны возрастом. Ввиду громадного отличия условий, от которых зависит этот вывод, в высшей степени маловероятно, чтобы родитель мог как-то повлиять на пол своего ребёнка.

3. Наиболее естественное заключение из всех статистических материалов состоит в том, что отец нисколько не влияет на пол своего младенца и что этот пол целиком определяет мать. Поэтому нельзя сказать, что один отец вероятнее другого будет иметь детей какого-то определённого пола. Это заключение требует проверки пола третьего ребёнка и последующих детей в зависимости от возраста отца.

4. Ни в какой определённый момент и ни в результате какого-либо одного действия пол новорождённого не определяется окончательно. Пол оказывается результатом ряда случайных причин, которые действуют либо в одном направлении, либо в другом пока он не будет окончательно установлен преобладанием одного из направлений. Статистика двойняшек и троен видимо очень сильно указывает, что эти случайные причины происходят после зачатия, но она ничего не сообщает о времени их действия.

5. Первенец любой матери вероятнее окажется мальчиком при соотношении вероятностей, примерно равном 8:7. Вероятно существует более слабое преобладание в случае вторых детей. Но нет никаких убедительных свидетельств того, что после двух рождений тенденция матери изменится.

6. Отмеченное преобладание мужских рождений в семитской расе в основном вызвано однополой тенденцией матери при первом рождении.

Приложение

Математическая теория влияния однополой тенденции. Теперь мы выведем статистическую теорию (!), на которой основано предыдущее исследование и которая, видимо, применима и к другим случаям. Поскольку имеется в виду общность, ничего не будет упущено, если вернуться к специальной проблеме § 4 в качестве основы исследования. Вот исходные данные.

1. Неопределённое число пар родителей, каждая из которых может иметь неопределённое число детей любого пола. Мы рассмотрим общий случай неопределённого числа причин, каждая из которых может повлиять двояко при любом испытании.

2. В общем среднем всех пар родителей [в дальнейшем просто пар] существует определённая нормальная вероятность p того, что случайно отобранный ребёнок будет мальчиком и вероятность $(1 - p)$ того, что он будет девочкой.

3. Эта вероятность может быть одной и той же для всех пар, но возможно, что для некоторых пар она окажется выше. В таком случае для некоторых других пар эта вероятность должна будет быть ниже p, т. е. ниже общего среднего.

4. Чтобы не слишком усложнять задачу, мы предположим, что каждая пара принадлежит одному из трёх по необходимости равночисленных классов А, В или С в зависимости от присущей ей вероятности иметь мальчика

$$\text{классы А, В и С: вероятности } p,\ p + \alpha,\ p - \alpha. \qquad (1)$$

Обозначим долю пар, принадлежащих к классу А или С через h и долю принадлежащих классу В через h_1, причём $h + h_1 = 1$. Следуя методу вероятностей (!), случайно выберем пару. Она будет принадлежать к указанным классам с вероятностями $h/2$, h_1 и $h/2$. В соответствии с принципами теории вероятностей вероятность того, что эта пара родит мальчика, будет равна соответственно

$$h(p + \alpha)/2,\ h_1 p,\ h(p - \alpha)/2.$$

Сумма этих вероятностей равна p.

Требуется указать критерий ощутимости величины α, которую можно считать фактором или *коэффициентом однополости*. Такой критерий предоставляется подсчётом мальчиков и девочек в семьях с двумя детьми или с бОльшим их числом. Для семьи с заданным числом детей мы должны будем выразить вероятное число мальчиков и девочек через α. Наша задача теперь принимает следующий вид: *Случайно выбранная пара имеет n детей. Какова вероятность, что s из них мальчики и* (*n* – *s*) – *девочки*?

Обозначим

$$\begin{bmatrix} n \\ s \end{bmatrix} = \frac{n(n-1)...(n-s+1)}{s!}.$$

По хорошо известной теореме вероятность событию произойти *s* раз в *n* испытаниях равна

$$P_s^n = \begin{bmatrix} n \\ s \end{bmatrix} \mu^s (1-\mu)^{n-s},$$

где μ – вероятность этого события в единичном испытании.

Подставляя значения вероятностей из формулы (1), мы получим для классов A, B и C формулы (3) [не выписаны].

Обозначив $n - s = r,\ l - p = q$ и подсчитав суммы произведений, мы определим искомую вероятность

$$P = \left\{ \frac{h}{2}\ [(p+\alpha)^s (q-\alpha)^r + (p-\alpha)^s (q+\alpha)^r] + h_1 p^s q^r \right\} \begin{bmatrix} n \\ s \end{bmatrix}. \quad (4)$$

Это выражение можно разложить в ряд по чётным степеням α, потому что все коэффициенты нечётных степеней α исчезнут. Значения первых двух коэффициентов в выражении

$$\mathrm{P} = (A_0 + A_2\alpha^2 + A_4\alpha^4 + \ldots) \begin{bmatrix} n \\ s \end{bmatrix}$$

оказываются равными

$$A_0 = (h + h_1)p^s q^r = p^s q^r,$$

$$A_2 = hp^{s-2} q^{r-2} \left(p^2 \begin{bmatrix} r \\ 2 \end{bmatrix} + q^2 \begin{bmatrix} s \\ 2 \end{bmatrix} - rspq\right) =$$

$$\frac{h}{2}[n(n-1)p^2 - 2(n-1)sp + s(s-1)]p^{s-2} q^{r-2}.$$

Для нашей цели этих членов достаточно. Для исследования однополых отклонений можно без ощутимой погрешности принять, что $p = q = 1/2$. Вероятность того, что в семье с n детьми окажется s мальчиков и r девочек, будет равна

$$P = \begin{bmatrix} n \\ s \end{bmatrix} [\frac{1}{2^n} + \frac{(r-s)^2 - n}{2^{n-1}} h\alpha^2]. \qquad (5)$$

Эту формулу можно применять, чтобы выразить искомую вероятность для семей с любым числом детей при любом распределении их полов. При этом мы объединим семьи, в которых распределения полов взаимно обратны. К примеру, мы сложим равные вероятности пятерым детям полностью состоять из мальчиков и из девочек, и поступим так же, если только четверо из них одного пола и пятый – другого пола.

Объединённые пары вероятностей будут в точности равны друг другу только при равной вероятности появления обоих полов. Но погрешность, происходящая от предположенного неравенства (?), для нашей цели не имеет значения, и кроме того, она происходит от приписывания слишком низкой вероятности для преобладания мужских рождений и слишком высокой – для преобладания женских рождений и потому она почти компенсируется при указанном объединении.

Пример вычисления по формуле (5) указан в таблице, см. ниже. Чтобы облегчить понимание её основных чисел я укажу их значимость и возможность приложения. Слева выписаны возможные значения n, т. е. количества детей в семье от двух до 12 включительно. Все числа, связанные с некоторым единственным значением n, относятся только к семьям с этим же числом детей.

В следующей колонке даются все возможные распределения полов в семье. Взаимно дополняющие друг друга семьи объединены. К примеру, при трёх детях они все могут быть либо мальчиками, либо девочками, или двое и только двое из них однополы. Эти случаи указаны в двух строках.

Последующие три колонки содержат числа, которые используются при подсчёте вероятностей, упомянутых в выражении справа. Дроби, относящиеся к одному и тому же значению n, приведены к общему знаменателю, чтобы проще было выявлять закон образования чисел и продолжать таблицу. Вероятность выражена суммой двух членов; один из них числовой, второй – коэффициент при $h\alpha^2$. Первый член показывает, что соответствующие вероятности распределения полов, приведённых во второй колонке, относятся к отсутствию однополой тенденции. Например, для семьи с четырьмя детьми один случай характеризует однополых детей, три случая относятся к одному ребёнку, пол которого противоположен полу другого[11] и три случая распределения полов поровну, а всего 8 случаев. Поэтому при очень большом числе таких семей восьмая часть будет иметь однополых детей, 4/8 или 1/2 семей – детей с соотношением полов 3:1 и 3/8 с равным числом мальчиков и девочек.

Далее показано, как эта вероятность изменяется при однополой тенденции. Через h [теперь] обозначена доля родителей, обладающих ей поровну в мужском и женском направлении и через α неизвестное значение этой тенденции. Эти выражения вероятности [указанные в таблице] строги при $n = 2$ и 3, но при возрастании n члены с более высокими степенями α уже должны [были бы] учитываться. Наивысшая степень α окажется равной n для чётных n и $(n - 1)$ для нечётных n. Но как всегда α должно быть довольно малым, и этими более высокими степенями можно пренебречь.

Построение численных формул[12]. [Приведена указанная выше таблица.] Метод применения чисел таков. По статистике для каждого значения n образуются условные уравнения с неизвестными h и α, которые следует определить. Эти неизвестные нельзя определить по отдельности, вычисляется только $h\alpha^2$. Пусть без потери общности $h = 1$. Применим теорию к определению численного значения однополой тенденции α для двойняшек и троен как указано в § 5. Приведённая там статистика двойняшек показывает, что 0,646 из них обладает однополой тенденцией и 0,351 – двуполой [т. е. никакой]. Приняв эти величины в выражениях вероятности, мы находим

$$1/2 + 2h\alpha^2 = 0{,}646,\ 1/2 - 2h\alpha^2 = 0{,}354$$

и, при $h = 1$, $\alpha^2 = 0{,}073$, $\alpha = 0{,}27$.

Случай троен можно рассматривать двояко. Поступая так же, как и в примере с двойняшками, мы получим

$$1/4 + 3h\alpha^2 = 0{,}499;\ 3/4 - 3h\alpha^2 = 0{,}501$$

и, при $h = 1$, $\alpha^2 =0{,}0831$, $\alpha = 0{,}29$.

Можно поступать иначе. Подставим в выражения соответствующих вероятностей для однополых и двуполых троен значение $h\alpha^2$, полученное в случае двойняшек. Тогда, как было уже замечено, мы получим 46,9% для однополых троен вместо 49,9% по наблюдениям. Можно добавить, что это значение не изменится при изменении h.

Примечания

1. Такова была основная цель теории случаев Муавра (Шейнин 2013, § 5.3).

2. Понятие расы по существу не установлено, но Ньюком применял этот термин почти как попало.

3. Число рождений за какой срок? И что означает *общее*?

4. Место этого утверждения в общем описании неясно.

5. Смысл замечания неясен.

6. Только часть двойняшек являются близнецами, т. е. только часть беременностей является однояйцевой.

7. Ньюком назвал также Франке и Альфельдта (см. ниже), а также Мюлхолла в § 2, но не привёл ни одной ссылки и тем самым снизил научный уровень своего исследования; Розенфельда он назвал также Розенталем и не заметил, что мог иметь в виду и Жака, и Луи Адольфа Бертильона. Вопреки своему обещанию он не цитировал Бертильона. Вот фамилии этих авторов в оригинале: Rosenfeld, Sadler, Bertillon, Francke, Ahlfeldt. При поверхностном поиске мы не нашли ни одного из них кроме Бертильона.

8. Согласен ли Ньюком с этим мнением или нет?

9. Этим районом был видимо *мормонский* штат Юта. Впоследствии мормоны отказались от многожёнства.

10. То ли данных достаточно, то ли нет.

11. Здесь явная описка, но чуть ниже она фактически разъясняется.

12. В заглавии была допущена орфографическая ошибка: *formules* это ни единственное, ни множественное число (ни формула, ни формулы).

Библиография

Ньюком С. (1876, англ.), Абстрактная наука в США, 1776 – 1876. **S, G,** 19. Сокращённый вариант: *Вопр. экономики*, № 9, 2011, с. 42 – 65. Перевод О. Б. и Л. Б. Шейниных.

--- (1894, англ.), Элементы, которые составляют наиболее ценного гражданина. **S, G,** 44.

Шейнин О. Б., Sheynin O. (2002), Simon Newcomb as a statistician. *Hist. Scientiarum*, vol. 12, pp. 142 – 167.

--- (2013), *Теория вероятностей. Исторический очерк*. Берлин. **S, G,** 11.

V

О. Б. Шейнин

Переписка В. И. Романовского с К. Пирсоном и Р. А. Фишером

O. B. Sheynin, Romanovsky's correspondence with K. Pearson and R. A. Fisher. *Archives intern. d'hist. des sciences*, t. 58, NNo. 160 – 161, p. 365 – 384

1. Предисловие

Всеволод Иванович Романовский (1879 – 1954) был выдающимся математиком и статистиком. Ниже мы ссылаемся на его работы [1 –26], но в нескольких случаях молчаливо отсылаем читателей к полной библиографии его сочинений в книге А. Н. Боголюбова и Г. П. Матвиевской [27]. Эти авторы описали жизнь и творчество Романовского и, в частности, на с. 85 упомянули о его личном знакомстве с Карлом Пирсоном (что не отражено в сохранившихся письмах и пожалуй ошибочно) и Роналдом Эйлмером Фишером, мы же публикуем перевод его переписки с этими крупнейшими английскими (и вообще зарубежными) статистиками, уточняя и/или добавляя библиографические сведения[1], но исключая малозначащие, в основном общежитейские подробности. Оригиналы писем хранятся соответственно в University College London, Pearson Papers 831/3, и в University of Adelaide, Barr Smith Library.

Предваряя наш основной текст, мы приведём некоторые сведения о Романовском, дополняющие [27].

В 1923 г. А. А. Чупров заинтересовался работами Романовского. Иногда обнаруживая в них *довольно крупные огрехи*, он тем не менее почувствовал в авторе крупного учёного и вступил с ним в переписку [29, с. 40 – 44], ср. начало Письма № 23. Там же, на с. 30 и 93, указано, что в начале своего творческого пути Романовский явно переоценил значение так называемого закона малых чисел Борткевича [30] и подчёркивал естественнонаучный характер закона больших чисел. Этот последний он [24, с. 18; 25, кн. 1, с. 127] называл физическим.

Связи Романовского с зарубежными коллегами отнюдь не ограничивались перепиской. В Европе вышел в свет ряд его важных статей; одна из них [12], например, послужила отправной точкой для исследований Э. Ш. Пирсона (сына К. Пирсона) и Ю. Неймана, о чем первый из них не забыл упомянуть даже через несколько десятилетий [31, с. 467]. Более того, в Гронингене в 1970 г. вышел перевод его монографии 1949 г. ([170] в Библиографии Боголюбова и Матвиевской) о цепях Маркова.

В 1939 г. Среднеазиатский государственный университет (Ташкент), в котором и работал Романовский с его основания в 1918 г. до своей смерти, опубликовал по случаю его юбилея статьи многих виднейших отечественных и зарубежных математиков и статистиков [32].

Пропагандировать работы английских статистиков Романовский начал в 1924 г. [2]. Особо отметим, что он написал четыре рецензии на сочинения Фишера. Он [17] подробно описал содержание книги [33], справедливо назвав её *замечательным явлением* и отметив, что она уже была переведена и издана *на правах рукописи* в небольшом числе экземпляров (с. 127, см. Письмо № 28). Тем не менее, полноправное русское издание появилось лишь в 1958 г. [34], притом с критическим комментарием издательства (с. 5). Там Фишеру приписывались *буржуазная узость и формализм во взглядах*, игнорирование качественной стороны социальных явлений и т. п. Совместная работа математиков и социологов и не мыслилась.

В [16] Романовский отметил, что труды Фишера и его сотрудников основаны на долголетнем экспериментировании, пояснил его основные мысли и предсказал им большое будущее. Далее, он [16] описал *новейшие* методы приложения статистики в полевых опытах, а вскоре [19] сообщил о новой книге Фишера [35] и заявил, что она *заслуживает величайшего внимания*. Тем не менее книга не была переведена. Наконец, Романовский [22] описал статистические таблицы Фишера и Иейтса [36]. Отметив их ценность, он всё-таки указал, что их следовало бы перевести в переработанном и дополненном виде. Этого, однако, также не произошло.

Примерно с 1927 г. обстановка в статистике резко ухудшилась, и, в частности, ссылаться на Пирсона в положительном смысле стало опасно [37][2]. Даже Фишер (о котором, в отличие от Пирсона, см. ниже, Ленин ещё не мог ничего сказать), видимо, оказался под подозрением. Помимо обстоятельств, описанных выше, укажем ещё на редакционное примечание к статье Романовского [10, с. 224] о работах этого учёного. В нем было заявлено, что

Редакция не разделяет ни основных предпосылок построения Фишера, принадлежащего к англо-американской школе эмпириков, ни отношения к этому построению автора настоящей статьи …

Подчеркнём, что хотя англо-американская школа (но всё-таки в основном именно школа Пирсона) действительно была эмпирической[3], единственным поводом к подобному отношению могла быть общая установка на отрицание всего *буржуазного*. Вот подтверждение. В 1927 г. вышла в свет статья Марии Смит с нелепыми обвинениями в адрес Романовского (и Л. К. Лахтина). Они, дескать, рассматривали случайные величины с неизменными законами распределения, а это ведь противоречило и духу дарвинизма, и диалектике Энгельса [38, с. 8 – 9]. Нам уже пришлось цитировать эту достойную троглодитку [37], и мы не видим смысла что-либо добавлять, кроме разве её стилистического перла: мнение Энгельса *сохраняет свою валидность*.

И всё-таки даже в 1938 г. Романовский [21, с. 17] назвал Пирсона главой современной математической статистики, – или, точнее [20, с. 409], – её со-основателем (вместе с Ф. Гальтоном). Во втором случае он добавил, что *следует ещё назвать* Фишера, К. В. Л. Шарлье и Чупрова[4]. Позднейшие заслуги Фишера выдвинули его на самое первое место в статистике.

Вскоре после войны математическая статистика подверглась новому натиску. В 1948 г. в Ташкенте состоялось Второе всесоюзное совещание по этой дисциплине [39], и председателем его оргкомитета оказался, естественно, Романовский [27, с. 92]. Колмогоров, который выступил там с докладом, упомянул *огромную* работу Романовского и его школы [40, с. 220], но вот другой докладчик осуждающе заметил, что Романовский *следовал за англо-американским направлением* [41, с. 222]. Более того, принятая резолюция отметила, хоть и без указания фамилий, имевшие место *раболепие и низкопоклонство перед иностранщиной* и с одобрением сообщила, что Романовский признал свои прежние идеологические ошибки [39, с. 314]. Там же, на с. 313, был *решительно* осуждён В. С. Немчинов, с которым Романовский состоял в переписке [27, с. 93], за противодействие народному академику (как его называли) Т. Д. Лысенко.

Совещание имело неожиданное продолжение. В 1938 г. Романовский опубликовал неудачное пособие по теории ошибок [23]. Как и многие другие математики, он просто не был достаточно знаком с этой дисциплиной[5]. И вот А. С. Чеботарев [42], высказав разумные критические мысли о пособии, воспользовался случаем, вспомнил ленинскую характеристику Пирсона как махиста и врага материализма и обрушился на Романовского (и астронома и историка астрономии Н. И. Идельсона) с идеологической точки зрения, всё это в духе Марии Смит, см. выше. Так (с. 8), Романовский, по примеру Маха и Пирсона, стремится описывать вероятность тем или иным законом, Маркс же установил, что мир следует изменить, а не описывать …

Романовский [24, с. 17 – 18] указал, что не следует смешивать Пирсона-математика с Пирсоном-философом, и что он, Романовский [20], улучшил построения биометрической школы, подведя под них теоретико-вероятностное обоснование[6]. Чеботарев [45], однако, повторил свои обвинения, но в дальнейшем начал вынужденно признавать Романовского [46, с. 571 и 586][7].

2. Письма Романовского Пирсону

Письмо № 1, 18.12.1924

Прилагаю рукопись о распределении средних и стандартных уклонений в выборках произвольного объёма из нормальных совокупностей с одним и двумя аргументами[8]. Полагаю, что моя работа сможет заинтересовать читателей *Биометрики*, поскольку она содержит полное и строгое решение нескольких задач, которые, насколько мне известно, либо решены не полностью, либо новы. Очень прошу обратить внимание на следующие места моей работы.

С. 7, формула (21). Производящие функции моментов стандартного уклонения для одной переменной; (22): их общее выражение.

С. 10, (33). Точное значение средней ошибки стандартных уклонений для выборок объёма *s*. На с. 11 я привожу краткую таблицу для $s = 2 - 30$ истинных значений вероятной ошибки стандартных уклонений[9], равно как и её приближённых значений, приведённых в Ваших таблицах [47].

С. 18, (44). Производящие функции моментов средних для выборок объёма *s* из совокупностей нормального распределения с двумя аргументами; с. 19, (52): их общее выражение.

С. 28, (81). Производящие функции смешанных моментов стандартных уклонений для выборок из совокупностей с двумя аргументами; с. 31, (87): их общее выражение.

С. 35, (101), (102). Уравнение поверхности распределения стандартных уклонений для того же случая.

Опускаю многие другие результаты. Я получил их методом, который обнаружил несколько месяцев назад и который до сих пор считал новым. После окончания своей работы и некоторых иных исследований с применением этого метода я получил от проф. Чупрова несколько его статей и в том числе его заметку [48] о книге Сопера [49], которую я до сих пор не сумел достать, и которая мне не известна. Из этой заметки я узнал, что некоторые существенные моменты моего метода описаны в книге Сопера. Я не знаю содержания этой интересной книги и могу только предположить, основываясь на заметке проф. Чупрова, что мой метод в нескольких немаловажных аспектах отличается от его метода (например, по символическому исчислению моментов и его приложению к непрерывным распределениям). Впрочем, я не претендую на многое, я лишь утверждаю, что независимо пришёл к тем же основным идеям, что и г. Сопер и что я развил их в нескольких новых направлениях.

Я не знал, как включить все эти замечания в послесловие, но в конце концов решил опустить их. Если Вы примете мою рукопись к публикации в *Биометрике* (что было бы для меня весьма желательно и важно), и если Вы найдёте необходимым сопроводить её какими-либо замечаниями о её соотношении с методом г. Сопера, то очень прошу отметить мою независимость от него.

Я теперь закончил другое исследование о смешанных моментах для выборок из нормальной совокупности $\bar{\mu}^{h}_{11}, \bar{\mu}^{k}_{20}, \bar{\mu}^{l}_{02}$, где[10]

$$\bar{\mu}_{11} = (1/s)\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y}); \; \bar{x} = (1/s)\sum x;$$
$$\bar{y} = (1/s)\sum y; \; \bar{\mu}_{20} = (1/s)\sum (x - \bar{x})^2; \; \bar{\mu}_{02} = (1/s)\sum (y - \bar{y})^2,$$

а также и об уравнении распределения величин $\bar{\mu}_{11}$, $\bar{\mu}_{20}$, и $\bar{\mu}_{02}$. Я определил производящие функции этих моментов и уравнение распределения этих трёх величин. В частности, из последнего следует точное значение средней ошибки коэффициента корреляции

$$\sigma_{\bar r}^2 = \frac{1-r^2}{s-1}\Big[F(1;\,1;\frac{s+1}{2};\,r^2) + \frac{(s-1)^2 r^2}{(s+1)(1-r^2)}\,F(1;\,1;\,\frac{s+3}{2};\,r^2) -$$

$$\frac{4r^2\Gamma^4(s/2)}{(s-1)(1-r^2)\Gamma^4[(s-1)/2]}\,F^2(1/2;\,1/2;\,\frac{s+1}{2};\,r^2)\Big].$$

Здесь F обозначает гипергеометрическую функцию, $\bar r$ – коэффициент корреляции для выборок объёма s, а r – тот же коэффициент для генеральной совокупности. Из этой формулы нетрудно получить обычно применяемое первое приближение

$\sigma_{\bar r}^2 = \frac{(1-r^2)^2}{s-1}$, равно как и приближения высших порядков.

Теперь я готовлю статью с изложением этих результатов и вышлю её Вам, если Вы не откажитесь принять её. Я очень рад, что моя статья о моментах гипергеометрического ряда [7] будет опубликована в Вашем журнале. Если Вы решите, что мою рукопись следует исправить или видоизменить, очень прошу сделать это. К своему замечанию о $\sigma_{\bar r}$ добавлю, что

$$\{\Gamma^4(s/2)/\Gamma^4[(s-1)/2]\} = (s^2/4)\,[1 - (3/s) + (5/2s^2) - (1/8s^4) + \ldots\,].$$

Письмо № 2, 9.1.1925

Возвращаю корректуру своей статьи [7] с большой благодарностью за Ваши исправления. Корректура прекрасная, мне почти ничего не пришлось править. Я запоздал, так как она была задержана на несколько дней в нашем университете [в иностранном отделе для проверки].

Письмо № 3, 5.5.1925

Весьма обязан Вам за Ваше очень интересное письмо. Задачи, о которых Вы мне пишете, трудны и привлекательны, и вот сейчас я не вижу, как их решать (я имею в виду распределение $\sqrt{\beta_1}$ и β_2, ${}_x\mu_3$, ${}_x\mu_4$, и т. д., $r_{\sigma_x\sigma_y}$ и т. д. намного легче)[11].

Для этих задач методы Р. А. Фишера и производящих функций видимо малополезны. Я владею методом получения моментов весьма различных классов для произвольного распределения двух переменных, однако в приложении к Вашим задачам он привёл бы к появлению бесконечных рядов весьма сложной природы, сходимость которых будет весьма трудно доказать. Очень сожалею, что не смогу несколько месяцев работать в области статистики, потому что сейчас пишу учебник по анализу[12], чтобы иметь средства для поездки в Англию, которая, надеюсь, состоится в начале 1926 г.

По этой же причине я не смог очень тщательно переработать свою статью о распределении стандартных уклонений[13]. Но я значительно сократил её и добавил свои результаты по коэффициенту корреляции. Посылаю Вам эту переработанную статью и надеюсь, что она окажется более удовлетворительной. Прошу опубликовать её в *Биометрике*.

Письмо № 4, 2.6.1925

Очень сожалею, что наши работы в некоторой степени пересекаются, и что моя статья не может быть опубликована в *Биометрике*. Я постараюсь опубликовать её в *Метроне* или в *Nordisk statistisk tidskrift*. Буду очень рад, если Вы дополнительно укажете в Вашей статье, что многие результаты, содержащиеся в ней, получены мной другим методом и независимо от Вас[14]. Я могу, например, указать на Ваши формулы (v), (viii), (x), (xiv), (xxiii), (xliii), (xliv) и (xlv), имеющиеся и в моей статье помимо других результатов, которых я у Вас не нахожу (общие формулы для смешанных моментов $\overline{\mu}_{20}$, $\overline{\mu}_{02}$, $\overline{\mu}_{11}$, для $\overline{\sigma}_x$, $\overline{\sigma}_y$, $\overline{\mu}_{11}$ и для коэффициента корреляции, для их производящих функций, уравнений распределения $\overline{\mu}_{20}$, $\overline{\mu}_{02}$ и $\overline{\mu}_{11}$ и т. д.). Быть может интересно было бы указать среднюю ошибку коэффициента корреляции в моей форме, т. е. (в Ваших обозначениях) [здесь Романовский переписывает те же формулы, что и Письме № 1, но в несколько иных обозначениях], что отличается от Вашего уравнения (xxv).

Очень благодарен за присылку Вашей весьма интересной статьи[15].

Письмо № 5, 1.9.1925

Должен просить извинения за то, что только сейчас отвечаю на Ваше письмо от 15-го июня. Меня не было в Ташкенте. Я теперь готовлю статью о распределениях $\overline{\mu}_{11}$ и $\overline{\rho}_{xy} = \overline{r} \cdot \overline{\sigma}_y / \overline{\sigma}_x$ и надеюсь вскоре послать её Вам для *Биометрики*.

Этим летом я получил некоторые чисто математические результаты, равно как и другие, статистического характера. Например, я доказал, что среднее некоторой случайной величины в выборке объёмом s из совокупности с произвольным распределением стремится при $s \to \infty$ стать нормальным[16], если на возрастание моментов этой случайной величины наложены некоторые ограничения. Далее, я обнаружил некоторые интересные соотношения между моментами любого распределения и коэффициентами его разложения в ряд Тейлора. Я также построил пример нелинейной корреляции с коэффициентом корреляции, который может быть сделан сколь угодно близким к единице. Если эти результаты могут заинтересовать *Биометрику*, я смогу выслать Вам краткие заметки о них.

Наконец, я систематизировал несколько общих теорем о распределениях (например, дано распределение $\varphi(x_1; x_2; \ldots; x_n)$, определить распределение любых функций от $x_1, x_2, \ldots, x_n$; дано распределение x, y, z в генеральной совокупности, определить распределение любых функций для выборок объёма s из этой совокупности и т. д.)[17]. Я рассматриваю только непрерывные распределения.

Письмо № 6, 2.10.1925

Очень сожалею, что Вам может показаться, что я, опубликовав свои заметки в *Comptes rendus*, некорректно поступил по отношению к Вам, Фишеру и другим. Я не заявлял, что мои результаты новы. Я лишь написал, что *цель этой заметки – указать новый метод исследования* и т. д.[18] и я полагаю, что мой метод действительно нов. Это утверждение не оспаривает [приоритета] заметки [52] г. Фишера, содержащей решение интегрального уравнения, которое я получил в одной из своих заметок [6], но не смог решить.

Кроме того, цель их публикации была не притязание на приоритет или новизну, но указание метода, который может быть применён ко многим подобным вопросам. Очень сожалею, что, стараясь записывать как можно более сжато, я опустил все указания на уже известные результаты и на их авторов. Но полагаю, что никто, знакомый с современным состоянием математической статистики, не будет введён в заблуждение.

К моему разъяснению могу добавить, что обе свои заметки я послал одновременно в феврале, до того, как в конце мая или начале июня (точно не помню) получил письмо с Вашей статьёй [50].

Меня страшно огорчает, что я, как Вы пишете, не смогу публиковаться в *Биометрике*, – в лучшем журнале по теоретической статистике, – и мне ещё более прискорбно, что потерял Ваше уважение. Буду весьма обязан, если Вы сообщите мне, как Вы воспринимаете мои разъяснения[19].

Письмо № 7, 5.11.1925

Думаю, что неверно понял правила [для авторов] *Биометрики*. Я полагал, что весьма краткие резюме статей, предназначенных для *Биометрики*, могут быть помещены в других местах, – такова практика многих математических журналов. Прошу извинить меня за это недоразумение и за посылку своей рукописи о распределении коэффициента регрессии; теперь я вижу, что она не может быть опубликована в *Биометрике*[20].

Чтобы полностью прояснить положение, очень прошу Вас сообщить мне, не смогли бы Вы принимать другие мои работы, которые не были и не будут опубликованы в других журналах, или же Вы вообще отказываетесь публиковать мои работы в *Биометрике*.

Статистический кабинет юридического факультета нашего университета приобрёл бы […] экземпляр [комплект] *Биометрики* для своей библиотеки […].

3. Переписка Романовского с Фишером

Письмо № 8, Романовский – Фишер, 9.10.1929, Лондон

Был бы весьма рад повидать Вас и посетить Ротамстедскую станцию[21].

Письмо № 9, Фишер – Романовский, 10.10.1929

Мне было приятно получить Вашу открытку и узнать, что Вы действительно в Лондоне. Быть может Вы смогли бы посетить нас и, если Вас это устроит, остаться у нас на некоторое время.

Письмо № 10, Романовский – Фишер, 18.10.1929, Лондон

Видимо мне придётся оставаться в Лондоне дольше, чем я предполагал. Поэтому, если Вы не будете возражать, я вновь посещу Вас в понедельник. Буду рад снова увидеть Вас и всех Ваших друзей в Харпендене.

Письмо № 11, Романовский – Фишер, 28.10.1929, Париж

В Париже находится мой друг, который несколько лет назад был лектором политэкономии в Ташкентском университете, последние же два года проживает в Париже как эмигрант. Он – способный учёный, написал две книги с кратким английским резюме [в каждой?][22]. Их сильно хвалили как оригинальные произведения, содержащие новые взгляды и исходившие из статистических данных. Должен добавить, что они написаны вовсе не в ортодоксальной марксистской манере. Автора зовут Александр [Петрович] Демидов. Сейчас ему 36 лет, и он имеет визу на въезд в США. В Париже он зарабатывает на жизнь себе, жене и маленькой дочери службой в банке (получая, должен добавить, весьма немного), а в свободные минуты работал в парижских библиотеках над серьёзной проблемой: нынешнее экономическое положение Англии, его развитие и будущее. Насколько могу судить, его взгляды весьма интересны и по некоторым вопросам вполне оригинальны.

Теперь я подхожу к цели своего письма. Демидов живёт в весьма стеснённых обстоятельствах, и у него нет надежды закончить и опубликовать свою только что названную работу. Быть может Вы и проф. Хотеллинг[23] смогли бы помочь ему получить годичную рокфеллеровскую стипендию, чтобы он спокойно работал над своей проблемой? Он вышлет Вам проспект своей работы, и я прошу Вас и проф. Хотеллинга прочесть его и сообщить г. Демидову, может ли он надеяться на помощь и как он может действовать дальше для достижения этой цели. У Вас и проф. Хотеллинга много американских друзей, и если Вы сочтёте это возможным, то сможете ему серьёзно помочь.

И ещё один очень важный момент. Если Вы и проф. Хотеллинг решите помочь г. Демидову, пожалуйста совсем не упоминайте моё имя, потому что ГПУ – самое ужасное и влиятельное учреждение в нынешней России[24], может арестовать меня. Моя попытка помочь эмигранту, хоть в моих действиях нет политики, а только желание помочь способному учёному, который в хороших условиях мог бы выполнить много важных работ, с точки зрения этого учреждения является преступлением и очень тяжёлым. Действуйте так, будто Вам известен лишь проспект г. Демидова и его книга, которую, я надеюсь, он Вам также вышлет.

Завтра я еду в Берлин, а оттуда в Москву. Мои лучшие воспоминания о зарубежной поездке относятся и будут относиться к Ротамстедской экспериментальной станции и к людям, которых я там встретил. Всем вам я желаю доброго здоровья и счастья. Пожалуйста не упоминайте г. Демидова в письмах в Россию и прочитайте это письмо проф. Хотеллингу.

Письмо № 12, Романовский – Фишер, 22.12.1929

[Новогодние поздравления Фишеру и его семье.] Получил Вашу рождественскую открытку и последнюю статью и благодарен за это. Сообщите, пожалуйста, имя автора, которого я видел у Вас и название его книги о статистике в инженерном деле, я куплю её для себя. Очень прошу также кратко описать схему повышения точности полевых опытов, которую я видел в Вашей лаборатории на Ротамстедской станции. Я позабыл эту схему, а некоторые здешние исследователи-агрономы очень ей заинтересовались.

Письмо № 13, Фишер – Романовский, 6.1.1930

Книга, которую Вы упоминаете, это [53]. Я не уверен, что именно Вы имеете в виду под полевыми опытами. У Вас есть моя книга[25] и различные статьи по этой теме. В моей лаборатории есть схема, показывающая логическое соотношение трёх принципов этих опытов[26]. Может быть Вы имеете в виду именно её.

Письмо № 14, Романовский – Фишер, 22.3.1930

Получил несколько статей, Ваших и Ваших друзей, и внимательно прочёл их с большим удовольствием. Двадцать лет тому назад я много занимался теорией простых чисел и опубликовал несколько статей о них. Затем, не имея в своём распоряжении таблиц простых чисел, я сам составил таблицу вплоть до 2000 по тому же принципу, как в Вашей заметке о решете Эратосфена [54]. И поэтому мне было очень приятно увидеть Вашу заметку и узнать, что и Вы не избежали завлекающей силы простых чисел, – одного из самых замечательных объектов в мире.

Я много занят в нашем университете, и у меня всё ещё нет времени изучить Ваши и Крейга статьи по теории моментов[27]. Я сделаю это летом. Несколько редких часов свободного времени я потратил на исследование одного класса интегральных уравнений, к которым я пришёл в связи с дальнейшим совершенствованием [теории] цепей Маркова[28] (у Вас есть заметка о них). Эти уравнения, видимо, новы, и я разработал их теорию, аналогичную теории Фредгольма. Я представлю сообщение об этой теории и о дальнейших обобщениях цепей Маркова этим летом на съезде математиков СССР в Харькове.

Как раз сию минуту я получил письмо от оргкомитета съезда (я – член комитета), и там указано, что многие зарубежные математики (Борель, Адамар, Лихтенштейн, Леви-Чивита, Блашке, Картан, Данжуа, Монтель, Мандельбройт и др.) примут участие в съезде и прочтут свои сообщения. Вам, быть может, тоже следует приехать и доложить о своих исследованиях по математической статистике. Было бы прекрасно встретить Вас на съезде!

Письмо № 15, Фишер – Романовский, 11.4.1930

Боюсь, что не смогу приехать, потому что, как кажется, весь этот год буду очень занят другими делами. Очень благодарен за предложение и надеюсь, что ваш съезд будет удачным.

Приятно узнать про новый класс интегральных уравнений; это предмет, которым я восхищаюсь со стороны[29]. В этом отношении комбинаторный метод оценки более высоких моментов алгебраических статистик может, однако, оказаться весьма интересным. Только после длительного времени я понял причину всех упрощений, которые появляются в этом методе. И для меня всё ещё загадка, почему алгебраические коэффициенты, соответствующие *структурам*, оказываются столь простыми.

Несколько дней тому назад я вычислил коэффициенты, соответствующие трём символическим фигурам, которые только и нужны (в случае нормального распределения) для чего-нибудь вроде 4-го семиинварианта распределения k_4, например (при двух случайных величинах) для любого семиинварианта 4-го порядка совместного распределения k_{40}, k_{31}, k_{22}, k_{13}, k_{04}[30]. Ну, каждая структура имеет восемь рядов, и число разложений восьми частей очень велико, так что мне пришлось очень тяжело поработать прежде, чем я вывел коэффициенты. Но когда всё было сделано, оказалось, что они просто равны

$$n(n+1)\,(n^4-8n^3+21n^2-14n+4)/(n-1)^3\,(n-2)^3\,(n-3)^3,$$
$$n^2(n+1)^2\,(n-2)\,(n-3)/(n-1)^3\,(n-2)^3\,(n-3)^3,$$
$$n(n+1)\,(n^4-9n^3+23n^2-11n+4)/(n-1)^3\,(n-2)^3\,(n-3)^3.$$

И потому, если обозначить эти выражения через N_1, N_2, N_3, то семиинвариант 4-го порядка k_4 оказывается просто равным

$$4\cdot 12^3\,(9N_1+8N_2+36N_3)k_2^8$$

и, к примеру, для 4-го инварианта k_{22} в двумерной задаче нам остаётся только подразделить числовые коэффициенты, полагая, что из четырёх стержней, встречающихся в каждой точке, два черных и два красных, и пронумеровать число способов их соединения с 0, 2, 4, 6, или 8 черно-красными узлами (в отличие от черно-черных или красно-красных узлов равной численности, которые определяют множители k_{20}, k_{02}). Таким образом, в каждой задаче алгебраические коэффициенты те же самые, и они настолько просты, что чувствуется, что их можно выписать глядя на структуру или на её символическую схему.

Мне приятно, что Вам понравилось Решето. Чувствуется, что Эратосфен слишком долго подвергался покровительственным замечаниям критиков!

Письмо № 16, Романовский – Фишер, 28.10.1930

Я очень благодарен за оттиски Ваших работ и работ Ваших сотрудников. Они приходят регулярно и они очень интересны и важны мне, особенно потому, что я более тесно связан с учреждённым здесь, в Ташкенте, НИИ Хлопка. Работы Ротамстедской экспериментальной станции и Ваши методы полевых опытов очень мне полезны, и я весьма усердно пропагандирую их.

Много времени теряется на исполнение моих профессиональных обязанностей, и я почти не могу оформлять свои личные исследования. Я сильно продвинулся в исследовании явлений, связанных в цепи и зависящих от случая (цепи Маркова, как я их называю) и результаты очень интересны с точки зрения временных рядов. Хочу написать мемуар об этих результатах, но трачу всё своё время на новые исследования; не очень приятно терять его на запись полученных результатов. Было бы прекрасно иметь возможность использовать всё своё время только на спокойную работу в библиотеках, как я это делал в прошлом году в Берлине, Париже и особенно в Лондоне (Британский музей – самая прекрасная и удобная библиотека).

Над чем Вы работаете?

Письмо № 17, Фишер – Романовский, 14.11.1930

Очень рад слышать, что мои оттиски благополучно дошли и буду весьма заинтересован увидеть Ваши дальнейшие исследования. Я давно собирался собрать воедино наиболее важные математические исследования последних лет в книге по математической статистике, но до сих пор не нашёл времени, чтобы действительно продвинуться с этим делом.

Очень рад, что Библиотека Британского музея была удобна для Вашей работы и надеюсь, что Вам снова представится возможность посетить нас и провести те более существенные исследования, которые Вы задумали. Моя семья здорова. Надеюсь, что г-жа Романовская и Ваша дочь также в добром здравии[31].

Письмо № 18, Романовский – Фишер, 17.3.1931

Я очень благодарен Вам за экземпляры [оттиски] статей, и Ваших собственных, и Ваших учеников. Ваша статья об обращённой вероятности [61] очень интересна, но я не могу полностью согласиться с ней. Возьмём простейший случай: событие, вероятность p которого неизвестна, наблюдается ns раз $(0 < s < 1)$ при очень большом числе n испытаний. Пусть $f(p)dp$ будет <u>любой</u> непрерывной (continued) априорной плотностью распределения p, тогда можно будет показать (см., например, мою заметку [14] об апостериорной вероятности), что

$$\int_{s-\alpha M}^{s+\alpha M} f(x)x^{ns}(1-x)^{n(1-s)}dx \div \int_0^1 f(x)x^{np}(1-x)^{n(1-s)}dx,$$

где $M = \sqrt{2s(1-s)/n},$ и α – произвольное положительное число, асимптотически совпадает с [той же дробью без $f(x)$]. Полученное таким образом выражение соответствует предположению о том, что $f(x)$ = Const. Я уверен, что во многих более сложных случаях мы получим аналогичные результаты, а тогда теория обращённой вероятности[32] будет в этих случаях спасена, если только у нас окажется достаточно большое число соответствующих испытаний. Но следует признать, что в случае малых выборок эта теория негодна: мы при этом не сможем избавиться от функций, подобных $f(p)$.

Более того, я полагаю, что Ваш [принцип] набольшего правдоподобия если не логически, то аналитически очень тесно связан с обращённой вероятностью. Действительно, равносильность приведённых выше выражений и все другие аналогичные им основываются на существовании определённых максимумов.

В заключение я сообщу Вам о теореме, которую я недавно доказал. Пусть $x_1^{(1)}, x_2^{(1)},\ldots$ будет последовательностью таких независимых переменных, у которых $\mathrm{E}\,x_i^{(1)} = 0$, $\mathrm{E}[x_i^{(1)}]^2 = \sigma_x^2 =$ Const, $\mathrm{E}[x_i^{(1)}\,x_{i+1}^{(1)}] = 0$, $i = 1, 2, \ldots$, где E – символ математического ожидания. Рассмотрим [равенства]

$$x_i^{(2)} = x_i^{(1)} + x_{i+1}^{(1)} + \ldots + x_{i+s-1}^{(1)},$$
$$x_i^{(3)} = x_i^{(2)} + x_{i+1}^{(2)} + \ldots + x_{i+s-1}^{(2)}, \ldots,$$
$$y_i \equiv x_i^{(n)} = x_i^{(n-1)} + x_{i+1}^{(n-1)} + \ldots + x_{i+s-1}^{(n-1)},$$

где s – любое целое число, не меньшее двух и

$$z_i = \Delta^m y_i = z_{i+m} - C_m^1 z_{i+m-1} + \ldots + (-1)^m z_i.$$

Тогда, если $m/n \to \alpha \neq 1$ при $n \to \infty$, последовательность $z_1, z_2, \ldots$ будет подчиняться предельному синусоидальному закону с периодом L, который определяется уравнением $\cos(2\pi/L) = r_1$, где r_1 – коэффициент корреляции z_i и z_{i+1}. Иначе говоря, при достаточно больших n эта последовательность со сколь угодно близкой к единице вероятностью и на протяжении любого выбранного нами числа последовательных периодов будет сколь угодно близка к упомянутой синусоиде.

Эта теорема [15] является обобщением специального случая $s = 2$, доказанного Слуцким [63], и стоила мне серьёзных усилий. Ясно, что с её помощью можно построить такие последовательности зависимых случайных величин, которые будут подчиняться любому наперёд заданному предельному гармоническому закону.

Мне это представляется в высшей степени примечательным. Имеет смысл упомянуть, что стохастическая схема, лежащая в основе последовательности $z_1, z_2, \ldots$ является простой дискретной или непрерывной цепью Маркова.

Письмо № 19, Фишер – Романовский, 31.3.1931

Я благодарен Вам за Ваше интересное письмо от 17 марта. Я полностью признаю, что приведённое Вами выражение для $n \to \infty$ верно, но ощущаю трудности в том, что если не установить верхний предел для $d(\ln f)/dp$ в окрестности возможного значения (population value) p, то нельзя будет сказать, что наша выборка достаточно велика для обоснования вывода по обращённой вероятности. Иногда существование подобного предела наверняка нельзя предполагать. Так, корреляция внутри класса для совокупности (fraternities) k не может быть менее $-1/(k-1)$, и потому, полагая, что не существует закона природы, по которому k не может превысить некоторого определённого предела, то в этой совокупности (population) корреляция внутри класса никак не может быть отрицательной. Но она вполне может равняться нулю и таким образом в этом случае окажется резкий разрыв в f, и я сомневаюсь, что в других случаях (хоть мы и не можем доказать существования разрыва) мы имеем какое-то право полагать, что он не существует.

Когда были выявлены менделевские соотношения [расщепления], Мендель обнаружил многие семейства[33], у которых оно было примерно равным 3:1, но наблюдения равным образом подходили теории, по которой соотношение было бы выражено трансцендентным числом, достаточно близким к трем. Его вывод о том, что истинное соотношение было как раз целым числом, должно было быть основано на том, что априорно целочисленное соотношение более вероятно, чем близкие к ним иррациональные. И здесь f тоже разрывно.

Ваша новая теория представляется мне весьма примечательной, и я надеюсь, что Вы опубликуете всё своё исследование[34]. В настоящее время я не понимаю её полностью, но наверняка вернусь к этому вопросу, как только у меня окажется меньше требующей внимания переписки.

Письмо № 20, Романовский – Фишер, 22.12.1931

Новогоднее поздравление и привет семье Фишера.

Письмо № 21, Фишер – Романовский, 5.1.1932

Примите мои (запоздалые) новогодние пожелания. Искренне надеюсь, что Ваша страна пожнёт в своё время плоды нынешних громадных усилий и жертв.

Письмо № 22, Романовский – Фишер, 19.1.1934

Мне очень приятно поздравить Вас с профессурой в Лондонском университете. Поле Вашей деятельности теперь расширяется, и я надеюсь, что это пойдёт на пользу и науке, и Вам.

Был бы весьма счастлив получить от Вас проспекты или планы исследований тех лабораторий, которыми Вы теперь ведаете. Это, равно как и всё, относящееся к организации Ваших лабораторий, очень меня интересует.

Наш исследовательский физико-математический институт постоянно развивается, и я надеюсь очень скоро представить Вам доказательство этого, т. е. послать Вам оттиски статей своих и моих сотрудников, написанных в институте. Живёте ли Вы теперь в Лондоне, или, как раньше, в Харпендене?

Письмо № 23, Фишер – Романовский, 5.2.1934

Был очень рад получить Ваше письмо и снова увидеть Ваш почерк. Рад услышать про физико-математический институт в Ташкенте. Недавно я начал замечать некоторые косвенные последствия Вашей деятельности по улучшению методов экспериментирования при исследовании [выращивания] хлопка. Я полагаю, что новый институт будет также интересоваться технологией прядения хлопка.

Боюсь, что мой новый факультет не сможет быть быстро организован. Я хочу предоставить работающим здесь студентам-евгеникам возможность основательно ознакомиться с современной генетической наукой на животном материале. У меня, оказывается, есть хорошее помещение для животных, и с момента своего появления здесь, я занимаюсь получением надлежащего оборудования для фотомастерской, а теперь для лаборатории. Всё здешнее оборудование было очень старым и плохим. Я надеюсь позднее заиметь ассистента по биологии, но он ещё не назначен, и сейчас у меня по биологии только два добровольца.

Факультет статистики был отделен от гальтоновской лаборатории[35], и это избавляет меня от обязанности организовывать обучение по статистике, но зато приводит к тому скверному обстоятельству, что студенты не всегда чувствуют себя достаточно уверенными, чтобы при необходимости консультироваться со мной по статистическим вопросам. Я читаю лекции по логике экспериментирования, а также по количественному наследованию [признаков], и ко мне приходят очень хорошие слушатели, в основном преподаватели. Боюсь, однако, что не являюсь опытным лектором; подготовка к лекциям занимала у меня больше времени, чем следовало бы.

Я буду жить как и раньше в Харпендене, поскольку отсюда удобно добираться до новых лабораторий, и я надеюсь когда-нибудь принять Вас или может быть какого-нибудь студента Вашего университета в гальтоновской лаборатории.

Письмо № 24, Романовский – Фишер, 4.12.1935

Был бы весьма признателен за указание, как установлены две приближенные формулы на с. 221[36]. Я также озадачен тем, что Вы применяете в дисперсионном анализе

$$z = {}_{1/2}\ln(s_1^2/s_2^2)$$

вместо s_1^2/s_2^2.

Заранее благодарен за ответы на мои вопросы.

Письмо № 25, Фишер – Романовский, 20.12.1935

Насколько помню, я получил эти приближенные формулы на с. [пропуск в рукописи] для критерия значимости z при больших n_1 и n_2 после того, как вывел моменты распределения z, или точнее, его семиинварианты, исходя из его характеристической функции. Я забываю эти подробности, но ясно, что множитель $[(1/n_1) - (1/n_2)]$ простым образом учитывает третий момент, тогда как первый член определяется по нормальному распределению.

У меня было много причин использовать z вместо какой-либо его функции в критерии значимости в дисперсионном анализе. Одна из существенных причин заключалась в том, что для составления компактной таблицы необходимо, чтобы испытываемое значение хорошо интерполировалось при помощи асимптотического интерполирования, как я его называю, с использованием обратных значений степеней свободы, а для этого z подходит лучше, чем любая другая простая функция. Во-вторых, табулирование сокращается вдвое, поскольку при изменении знака z и круговой замене n_1 на n_2 мы получаем 5- и 1-процентные точки на противоположных краях распределения.

Наконец, существенная аналогия корреляций между классами и внутри них сопровождается подобной аналогией между значениями *z,* полученными из *r* при помощи того же преобразования. Преимущества этого преобразования я описал в книге. Примите мои добрые пожелания Вам и Вашей семье на приближающийся год. Посылаю Вам экземпляр своей недавней книги [35], которая, надеюсь, заинтересует Вас.

Письмо № 26, Романовский – Фишер, 23.1.1936

Большое спасибо за Вашу отличную и очень интересную книгу [35]. Я прочту её и напишу о ней краткое сообщение, подобное тому, которое я написал о [33] и выслал Вам некоторое время тому назад[37]. Получили ли Вы его? Через несколько дней я пошлю Вам оттиск своего последнего мемуара [18].

Письмо № 27, Фишер – Романовский, 1.2.1937

Весьма обязан Вам за высылку вырезок двух рецензий[38]. Сейчас они переводятся для меня на английский.

Письмо № 28, Романовский – Фишер, 15.10.1937

Один из моих учеников, В. Перегудов, который теперь работает в Москве, перевёл на русский язык Вашу книгу [33]. Этот перевод будет скоро опубликован[39], и имеется в виду снабдить его Вашим портретом. Перегудов не смеет просить Вас выслать ему портрет и попросил меня написать Вам об этом. Я делаю это с большим удовольствием, так как очень ценю Вашу книгу. Мы все будем Вам очень благодарны.

Я прочёл доклад о Вашей книге на заседании Общества естествоиспытателей при нашем университете и теперь готовлю его к публикации. Сейчас я очень занят (я теперь декан физико-математического факультета нашего университета) и очень мало занимаюсь статистическими исследованиями, а публикуюсь и того меньше. Но надеюсь вскоре опубликовать некоторые свои последние исследования по теории вероятностей и математической статистике. В конце года появится моя книга [21], – солидный том, содержащий многое из недавних исследований с доказательствами. Работа скорее математическая, нежели практическая. Буду рад выслать Вам экземпляр.

Письмо № 29, Фишер – Романовский, 1.11.1937

Очень рад, что один из Ваших учеников перевёл мою книгу [33] и, естественно, желаю самого большого успеха этой публикации. И всё-таки Ваша просьба о фотографии немного смущает меня. Насколько я понимаю, Советское правительство формально не признает авторского права других стран, хотя фактически заключает соглашения с издателями, которые владеют такими правами. Я не думаю, что моих издателей просили разрешения на перевод, или что они дали на него разрешение, а при таких обстоятельствах я не могу сотрудничать в том, что они могут посчитать ущемлением своих прав.

У меня есть основания полагать, что если заинтересованное ведомство обратится [к моим издателям] с предложением небольшой суммы, притом выплачиваемой только в рублях, то они удовлетворятся подобным формальным признанием своих прав, и по моей просьбе не будут препятствовать тому, что может оказаться ценной публикацией. Если Вы или г. Перегудов поднимете этот вопрос перед русскими властями, я буду счастлив сотрудничать с Вами.

Я рад, что Ваши труды по организации университета теперь признаны, даже притом, что дополнительный труд может отвлечь Вас от математической статистики. Я действительно очень хотел бы получить экземпляр Вашей книги, когда она выйдет.

Письмо № 30, Романовский – Фишер, 14.10.1938

Я получил Ваши *Таблицы* [36]. Большое спасибо за этот ценный подарок. Я, конечно же, напишу и опубликую рецензию в каком-нибудь нашем журнале, потому что очень высоко ценю Ваши новые статистические таблицы. Надеюсь осуществить это как можно скорее (мои обязанности намного возросли: я теперь избран депутатом Верховного Совета нашей республики) [что, видимо, послужило причиной окончания переписки].

Признательность. Английский текст данной статьи появился в журнале *Archives Internationales d'Histoire des Sciences*, vol. 58, No. 160 – 161, 2008, pp. 365 – 384. Мы признательны редакции этого журнала за разрешение опубликовать перевод статьи.

Примечания

[1] Оригинальные тексты писем Романовского содержат многочисленные орфографические ошибки, см., например, Прим. 24 к Письму № 11. Два письма, №№ 18 и 19, были уже опубликованы [28, с. 200 – 202], и мы перевели их, воспользовавшись этим источником.

Укажем ещё, что в Архиве РАН (ф. 173, оп. 1, дело 17, № 1) хранится письмо Романовского А. А. Маркову от 2.11.1916 г. Приняв во внимание критические замечания, А. А., Романовский пересмотрел доказательство одной из своих теорем, привёл дальнейшие соображения и спросил, нельзя ли будет опубликовать свою работу в *Известиях* АН. Речь явно шла о много позднее опубликованной статье, – о *фундаментальной теореме* [13, с. 86 – 87].

[2] Боголюбов и Матвиевская [27, с. 98 – 101] излагают взгляды Романовского [1] на научный прогресс и социальные явления и упоминают о его восхищении Менделем и евгеникой. Они справедливо заключают, что выводы автора *ещё можно было делать в начале 20-х годов*.

[3] Романовский [10, с. 225 – 226] почему-то приписал Фишеру мизесовское понимание вероятности. Во всяком случае, однако, Фишер был эмпириком.

[4] Ранее Романовский [8, с. 1088] назвал Чупрова *величайшим русским статистиком*. О взаимоотношениях этих учёных см. [29, с. 40 – 44].

[5] Назовём того же Фишера [33, с. 23], который ошибочно заявил, что метод наименьших квадратов является следствием принципа наибольшего правдоподобия.

[6] Колмогоров [43, с. 63] положительно отозвался о [21], равно как и о западной школе статистики. Впрочем, он очень скоро весьма критически оценил работу биометрической школы [44, с. 143].

[7] Книга [46] написана на уровне середины XIX в. с добавлением элементов линейной алгебры и математической статистики. На с. 579 мы узнаем, что птолемеева система мира *держала в духовном плену человечество в течение 14-ти веков*.

[8] В нынешней терминологии: одно- и двумерных совокупностей. Выражение *уравнение распределения* (ниже в этом же письме) также устарело. Эту же рукопись Романовский упоминает и в двух последующих письмах №№ 3 и 4. Она не появилась в *Биометрике*, однако Чупров [29, с. 40 – 41] позднее представил ее в *Метрон*, уже в новом варианте [13]. Романовский сократил ее и добавил новый материал, см. Письмо № 3. Из Письма № 4 следует, что добавление относилось к вопросу, описанному в Письме № 1.

[9] Вероятные ошибки, вычисленные по выборкам, являются случайными величинами и потому не обладают истинными значениями.

[10] Вместо *x* и *y* следует понимать x_i и y_i соответственно.
[11] Только последние два обозначения встречались в статье Пирсона [50, с. 181] и относились они к коэффициентам корреляции. Он, однако, и там применял *передние* индексы.
[12] Подобный учебник появился лишь в 1939 г.
[13] См. начало Письма № 1.
[14] Пирсон [50, с. 199] действительно указал:
Работая, не зная ни о статьях в Биометрике, … ни, естественно, о моей нынешней статье, Романовский чисто алгебраически получил и многие из опубликованных результатов, и некоторые дополнительные.
Я хотел было опубликовать эти последние, однако нынешняя стоимость печатания не позволила воспроизвести большой объем материала уже опубликованного или принятого к публикации в этом журнале. … Я послал ему корректуру данной статьи и попросил его телеграфировать мне, не хотел бы он, чтобы я добавил его имя к своему под названием статьи. Он [Письмо № 4?], *однако, удовлетворился заявлением, что многие результаты, содержащиеся здесь и в предшествующих статьях, были получены также им вполне независимо и другим методом. Ради его дополнительных результатов я надеюсь, что его рукопись сможет быть вскоре опубликована в другом журнале. Данное добавление объясняет задержку в издании этих выпусков* [№ 1 – 2 тома 17 *Биометрики*].
И вот *Замечание* Романовского [4, с. 208]:
Когда эта статья была закончена, проф. К. Пирсон послал мне (*в корректуре*) *свою статью* [50] … *В эту статью входят некоторые результаты моей настоящей статьи, выведенные совершенно другим методом*.
[15] Статья [50], см. также Прим. 14 и Письмо № 6.
[16] Выражение *среднее стремится стать нормальным* неудачно. По поводу указанных результатов см. [21]. Соотношения *между моментами … и коэффициентами* … у Романовского мы не нашли; см., однако, [51] (без ссылки на него).
[17] См. [25, т. 2, с. 47 – 50].
[18] Романовский процитировал несколько слов из французского текста одной из своих заметок [5], они же приведены на с. 7 её русского перевода.
[19] См. также Письмо № 7. В дополнение к [11] Романовский впоследствии опубликовал в *Биометрике* ещё две статьи, в 1933 и 1936 гг. Его первые работы там появились в 1923 и 1924 гг. Во второй из них он [3] изучал обобщение системы кривых Пирсона, и сам Пирсон добавил к ней свои замечания.
[20] Рукопись была опубликована в *Изв. АН СССР* [9].
[21] Старейшая в Англии агрономическая станция [28, с. 123] в бывшем поместье того же названия возле населённого пункта Харпенден в графстве Хартфордшир.
[22] Фундаментальный каталог *National Union Catalog pre-1956 Imprints* упоминает три книги Демидова (в том числе указанные Романовским), опубликованные в России/СССР в 1923 – 1926 гг. и ещё одну, *Современный Китай и СССР*, вышедшую в Париже в 1931 г.
[23] Гарольд Хотеллинг (1895 – 1973), американский статистик и экономист. Переписывался с Фишером примерно с 1927 г., а в 1929 г. провёл несколько месяцев на Ротамстедской станции.
[24] Вот соответствующее место в оригинале (с сохранением орфографии): *the most dreadfull and mightfull organisation in the present Russia*.
[25] Очевидно [33].
[26] Фишер выписал пять терминов (пронумеровав лишь первые три, которые, видимо, и представляли его *принципы*): 1. Повторение опыта. 2. Случайное распределение. 3. Локальный [полевой] контроль. 4. Реальность оценки погрешности. 5. Уменьшение погрешности. Кроме того, Фишер указал стрелками направления 1 – 2, 1 – 3, 1 – 4, 1 – 5 и 2 – 4.
[27] Видимо [55], [56] и [57], если только [56] было уже опубликовано и доступно.

[28] Термин *цепи Маркова* (chaines de A. Markoff) С. Н. Бернштейн употребил уже в 1926 г. [58, с. 40], а Романовский – в работах 1929 и 1930 гг. Упомянутая Романовским заметка Фишера нам неизвестна.

[29] См., однако, Письмо № 6.

[30] Подобных двумерных формул видимо 34. Фишер, замечание на полях письма.

Так называемые k-статистики Фишера $k_r(x_1; x_2; \ldots; x_n)$, $r = 1; 2, \ldots$ – это наиболее общие однородные многочлены степени r, симметричные относительно наблюдений x_i со средними $\mathrm{E}k_r$, равными r-м семиинвариантам соответствующего выборочного распределения. Кендалл [59, с. 442 – 443] назвал [55] *самой замечательной* статьёй Фишера [видимо: по изобретательности] и засвидетельствовал, что последний, каким-то образом найдя метод определения коэффициентов k_r, впоследствии так и не смог обосновать его. Письмо Фишера интересно, в частности, именно в этом отношении, но и оно лишь частично объясняет его мысли. В указанной статье [55] он исследует для той же цели разложения (partitions) чисел r, а в письме применяет при этом термин separation. Мы не останавливаемся на этом вопросе, по поводу которого даже Уилкс [60, с. 213] отсылает читателей к специальной литературе. См. также [25, с. 88 – 89].

Нарисованными Фишером *символическими фигурами* были три квадрата. Вершины первого из них последовательно соединялись друг с другом не одним, а двумя отрезками, квадрат получился двойным. Во втором квадрате вертикальные стороны были обычными, а горизонтальные – двойными. В третьем квадрате вертикальные стороны были обычными, а горизонтальные – тройными и вдобавок были показаны обе диагонали. Пояснения были явно недостаточны.

Так, он упомянул точки (points) и узлы (junctions), но не указал различия между ними, см. ниже. Другие подобные рисунки см. [55, с. 233]; разъяснения к ним отсутствуют.

[31] Дочь Романовского умерла в 1925 г. [27, с. 85].

[32] Обращённая вероятность не признавалась в течение примерно первой половины XX в. [62, с. xii]. Отрицал её в указанной статье и Фишер, предложивший понятие фидуциальной вероятности, споры о котором ведутся до нынешнего времени.

[33] Фраза неудачна: эти соотношения обнаружил сам Мендель.

[34] Романовский [15] действительно опубликовал своё исследование, в котором содержалось много больше, чем в данном письме. Приведём из него две формулы, одна из которых уточняет соответствующее выражение в письме, а вторая во всяком случае помогает понять суть выражения:

$$\mathrm{E}[x_i x_{i+k}] = 0,\ k \neq 0.$$
$$z = \sum_{h=0}^{m} (-1)^h C_m^h y_{i+m-h}.$$

[35] Лаборатория национальной евгеники, учреждённая в начале XX в. в Лондонском университете. В 1933 г. Фишер заменил Пирсона на новом факультете (математической) статистики, однако обучением статистики занимался Э. Ш. Пирсон. Фишеру осталась евгеника и биометрия, и он на самом деле был этим расстроен [64, с. 353] (о чем Романовскому не написал).

[36] Следует читать [35, с. 221]. Величина z (известное и ныне z-преобразование Фишера, введённое им в статье 1915 г. в *Биометрике*), которую Романовский упоминает чуть ниже, есть функция выборочного коэффициента корреляции r:

$$z = \ln \frac{1+r}{1-r}.$$

В книге 1935 г. Фишер ввёл её на с. 200 и там же, на с. 207, перечислил её достоинства, а в своём Письме № 25 привёл и дополнительные соображения по этому поводу. Романовский [17, с. 126] видимо согласился с ним. Частное s_1^2/s_2^2 (это обозначение стандартно) действительно общеупотребительно в дисперсионном анализе, но вот соотношение между $s_1 s_2$ и коэффициентом r не таково, как это следовало бы по Романовскому. Иначе говоря, $(1 + r)/(1 - r) \neq s_1^2/s_2^2$. Впоследствии Романовский [25, т. 2, с. 21] применил в дисперсионном анализе функцию $1/2\ln(s_1^2/s_2^2)$.

[37] По поводу рецензий, упомянутых и в Письме № 27, см. п. 1.

[38] На книгу Фишера [35] нам известна только одна рецензия Романовского [19].

[39] См. п. 1.

Признательность. Профессор Герберт А. Дейвид и профессор И. Пфанцагль указали нам некоторые статистические источники, а доцент А. Л. Дмитриев прислал нам ксерокопии нескольких труднодоступных статей Романовского.

Библиография

В. И. Романовский

1. Статистическое мировоззрение // Военная мысль. Ташкент. 1921. Вып. 1. С. 59 – 76.
2. Теория вероятностей и статистика. По некоторым новейшим работам западных учёных // Вестник статистики. 1924. Кн. 17. №4/6. С. 1 – 38. Кн. 18. № 7/9. С. 5 – 34.
3. Generalization of some types of the frequency curves of Prof. K. Pearson // Biometrika. 1924. Vol. 16. P. 106 – 117.
4. О моментах стандартных уклонений и коэффициента корреляции в выборках из нормальной совокупности [26, с. 159 – 208]. (Впервые опубликовано на английском языке в 1925 г.)
5. Распределение средних квадратических отклонений в наблюдениях нормально распределённых величин [26, с. 7 – 10]. (Впервые опубликовано на французском языке в 1925 г.)
6. Sur certaines espérances mathématiques et sur l'erreur moyenne du coefficient de corrélation // Comptes rendus Académie des Sciences Paris. 1925. T. 180. P. 1897 – 1899.
7. On the moments of hypergeometrical series //Biometrika. 1925. Vol. 17. P. 57 – 60.
8. О распределении средней арифметической в сериях независимых испытаний // Известия Академии наук СССР. Сер. 6. 1926. Т. 20. С. 1087 – 1106.
9. О распределении коэффициента регрессии в выборках из нормальной совокупности [26, с. 18 – 24]. (Первоначально опубликовано на английском языке в Известиях АН СССР в 1926 г.)
10. Теория статистических констант. По некоторым работам Р. А. Фишера // Вестник статистики. 1927. Кн. 25. № 1. С. 224 – 266.
11. Note on orthogonalising series of functions and interpolation // Biometrika. 1927. Vol. 19. P. 93 – 99.
12. О критерии принадлежности двух данных выборок к одной и той же нормальной совокупности [26, с. 25 – 74]. (Первоначально опубликовано на английском языке в 1928 г.)
13. О моментах средних величин функций одной и многих случайных переменных [26, с. 75 – 121]. (Первоначально опубликовано на английском языке в 1929 г.)
14. Sur les probabilités a posteriori // Comptes rendus Académie Sciences Paris. 1929. T. 189. P. 515 – 517.
15. Generalisation d'une théorème de E. Slutsky // Comptes rendus Académie Sciences Paris. 1931. T. 192. P. 718 – 724.
16. О новейших методах математической статистики, применяемых в полевом опыте // Социалистическая наука и техника. 1934. № 3/4. С. 75 – 86.
17. Рецензия на [33] // Социалистическая реконструкция и наука. 1935. Вып. 9. С. 123 – 127.
18. Recherches sur les chaines de Markoff // Acta Mathematica. 1935. T. 66. P. 147 – 251.
19. Рецензия на [35] // Социалистическая наука и техника. 1936. № 7. С. 123 – 125.
20. Математическая статистика // БСЭ. Изд. 1-е. 1938. Т. 38. С. 406 – 410.
21. Математическая статистика. М. – Л., 1938.

22. Рецензия на [36] // Социалистическая наука и техника. 1939. № 2/3. С. 106.
23. Основные задачи теории ошибок. М. – Л., 1938.
24. О математической обработке результатов измерений // Труды Московского института инженеров геодезии, аэрофотосъёмки и картографии. 1953. Вып. 15. С. 17 – 20.
25. Математическая статистика, тт. 1 – 2. Ташкент, 1961 – 1963.
26. Избранные труды. Т. 2. Ташкент, 1964.

Другие авторы

27. *Боголюбов А. Н., Матвиевская Г. П.* Всеволод Иванович Романовский, 1879 – 1954. М., 1997.
28. *Bennett J. H.* Statistical Inference and Analysis. Selected Correspondence of R. A. Fisher. Под ред. *Bennett J. H.* Oxford, 1990.
29. *Шейнин О. Б.* А. А. Чупров. Жизнь, творчество, переписка. М., 1990, 2010.
30. *Sheynin O*. Bortkiewicz' alleged discovery: the law of small numbers // Historia Scientiarum. 2008. Vol. 18, pp. 36 – 48.
31. *Pearson, E.S.* The Neyman – Pearson story: 1926 – 1934 // Studies in the History of Statistics and Probability. Vol. 1. Под ред. E. S. Pearson и M. G. Kendall. London, 1970. P. 455 – 477. (Первоначально опубликовано в 1966 г.)
32. Сборник, посвящённый 30-летию научной и педагогической деятельности В. И. Романовского. Сборник Среднеазиатского государственного университета. Серия математическая. Выпуски 19 – 32 с отдельными пагинациями. Предваряется вступительной речью о В. И. Романовском. Ташкент, 1939.
33. *Fisher R.A.* Statistical Methods for Research Workers. Edinburgh – London, 1934. Первое издание 1925, 14-е издание 1970. (Три книги автора, каждая со своей пагинацией, сведены в едином томе: Statistical Methods, Experimental Design and Scientific Inference. Oxford, 1990.)
34. *Фишер Р. А.* Статистические методы для исследователей. Перевод В. Н. Перегудова. М., 1958.
35. *Fisher R.A.* Design of Experiments. Edinburgh, 1935. (Не менее семи последующих изданий. Три книги автора, каждая со своей пагинацией, сведены в едином томе: Statistical Methods, Experimental Design and Scientific Inference. Oxford, 1990.)
36. *Fisher R. A, Yates F.* Statistical Tables for Biological, Agricultural and Medical Research. London – Edinburgh, 1938. (Не менее шести последующих изданий.)
37. *Шейнин О. Б.* Статистика и идеология в СССР // Историко-математические исследования. Сер. 2. 2001. Вып. 6 (41). С. 179 – 198.
38. *Смит М*. Диалектика количества // *Смит М.*Теория и практика советской статистики. М., 1930. С. 7 – 29. (Первоначально опубликовано в 1927 г.)
39. Второе всесоюзное совещание по математической статистике. Ташкент, 1948.
40. *Колмогоров А. Н*. Основные задачи теоретической статистики. Резюме // [39, с. 216 – 220].
41. *Сарымсаков Т. А*. Статистические методы и задачи в геофизике // [39, с. 221 – 239].
42. *Чеботарев А. С.* О математической обработке результатов измерений // Труды Московского института инженеров геодезии, аэрофотосъёмки и картографии. 1951. Вып. 9. С. 3 – 16.
43. *Колмогоров А. Н*. Роль русской науки в развитии теории вероятностей // Учёные записки МГУ. 1947. Вып. 91. С. 53 – 64.
44. *Колмогоров А. Н*. Некролог. Е. Е. Слуцкий // Успехи математических наук. 1948. Т. 3. С. 143 – 151.
45. *Чеботарев А. С.* К вопросу о математической обработке результатов измерений // Труды Московского института инженеров геодезии, аэрофотосъёмки и картографии. 1953. Вып. 15. С. 21 – 27.
46. *Чеботарев А. С.* Способ наименьших квадратов с основами теории вероятностей. М., 1958.
47. Tables for Statisticians and Biometricians, vols 1 – 2. London, 1914. Под ред. *Pearson K.*
48. *Tschuprov A.A.* Рецензия на [50] // Nordisk Statistisk Tidskrift. 1922. Bd. 3. P. 414 – 417.
49. *Soper H.E.* Frequency Arrays. Cambridge, 1922.

50. *Pearson K.* Further contributions to the theory of small samples // Biometrika. 1925. Vol. 17. P. 176 – 199.
51. *Delsarte J.* Sur la détermination des coefficients du Taylor d'une fonction de probabilité dont on connaît les moments // Comptes rendus Académie Sciences Paris. 1930. T. 191. P. 917 – 918.
52. *Fisher R. A.* Sur la solution de l'équation intégrale de Romanovsky // Comptes rendus Académie Sciences Paris. 1925. T. 181. P. 88 – 89.
53. *Фрай Т.* Теория вероятностей для инженеров. М. – Л., 1934. (Первоначально опубликовано на английском языке в 1928 г.)
54. *Fisher R. A.* The sieve of Eratosthenes // Mathematical Gazette. 1929. Vol. 14. P. 564 – 566.
55. *Fisher R. A.* Moments and product moments of sampling distributions // Proceedings London Mathematical Society. 1929. Ser. 2. Vol. 30. P. 199 – 238.
56. *Fisher R. A.* The moments of the distribution for normal samples of measures of departure from normality // Proceedings Royal Society. 1930. Ser. A. Vol. 130. P. 16 – 28.
57. *Craig C. C.* The semi-invariants and moments of incomplete normal and Type III frequency functions // Annals Mathematics. 1930. Ser. 2. Vol. 31. P. 251 – 270.
58. *Bernstein S. N.* Sur l'extension du théorème limite du calcul des probabilités aux sommes de quantités dépendantes //Mathematische Annalen. 1926. Bd. 27. P. 1 – 59. (Перевод: Собрание сочинений. Т. 4. М., 1964. С. 121 – 176).
59. *Kendall M. G.* Fisher //Biometrika. 1963. Vol. 50. P. 1 – 15. (Перепечатка: Studies in the History of Statistics and Probability. Vol. 1. Под ред. E. S. Pearson и M. G. Kendall. London, 1970. P. 439 – 453).
60. *Уилкс С.* Математическая статистика. М., 1967. (Первоначально опубликовано на английском языке в 1962 г.)
61. *Fisher R. A*. Inverse probability // Proceedings Cambridge Philosophical Society. 1930. Vol. 26. P. 528 – 535.
62. *Dale A. I.* History of Inverse probability. New York, 1999. (Первоначально опубликовано в 1991 г.)
63. *Slutsky E. E*. Sur une théorème relative aux séries des quantités éventuelles // Comptes rendus Académie Sciences Paris. 1927. T. 185. P. 169 – 171.
64. *Bartlett M.S.* Fisher // International Encyclopedia of Statistics. Vol. 1. Под ред. W.H. Kruskal, Judith M. Tanur. New York – London, 1978. P. 352 – 358.

VI

А. А. Марков

О проекте П. С. Флорова и П. А. Некрасова преподавания теории вероятностей в средней школе

Журнал Министерства народного просвещения, май 1915,
с. 26 – 34 из отдела *Современная летопись*

Инициалов упоминаемых лиц мы почти никогда не указываем и вместо *академик Марков* часто пишем просто *Марков*.

Ввиду того, что проект Флорова и Некрасова подвергнут обсуждению в *Журнале* […] (ЖМНП; я буду указывать только страницу и первую букву месяца)[1], я считаю также нелишним высказаться об этом предмете. Из различных мнений о проекте […] приведённых в ЖМНП, довольно близко подходят к моему мнения проф. А. В. Васильева и Б. М. Кояловича[2], с той, однако, разницей, что я не стою за введение в среднюю школу начал аналитической геометрии и высшего анализа. Впрочем, я не намерен останавливаться на вопросе о постановке математики в средней школе, а хочу только выяснить негодность плана преподавания теории вероятностей, который намечен программами и объяснениями Флорова и Некрасова.

Уже самый порядок изложения, указанный в этих программах и объяснениях, надо признать недопустимым. Некрасов (108 ф), возражая Васильеву, оправдывает такой порядок ссылкой на Ермакова (1878; 1879). Но эта ссылка ничего не доказывает и неправильна, ибо в книге Ермакова теорема Якова Бернулли следует за теоремами сложения и умножения вероятностей, а не предшествуют им. Нельзя, конечно, допускать также, чтобы бином Ньютона был превращён в какое-то предложение теории вероятностей.

Для теоремы Бернулли Флоров предлагает своё доказательство, хотя сам же (77 ф) говорит:

Прежде других Ермаков, пользуясь идеей Чебышева, упростил до естественного предела доказательство теоремы Бернулли …

Со своей стороны замечу, что Чебышев на лекциях сам применил подобным же образом свою идею к доказательству теоремы Бернулли, как справедливо указано Тихомандрицким (1898). Доказательство Флорова правильно, но неполно и ненужно, так как оно действительно не проще доказательства Чебышева – Ермакова, а для необходимого дополнения надо ещё усложнить его.

Приведённое же Флоровым простое объяснение (75 – 76 ф) теоремы Бернулли неправильно, как отметил уже Коялович (19 м). Некрасов (там же) в защиту Флорова указывает на его статью (1912). Статья эта в общем написана правильным математическим языком, чего нельзя сказать о другой статье того же автора (1892), и даже не лишена интереса, но в заключительном параграфе он придал теореме Бернулли тот же неверный смысл. И нельзя это объяснить случайной обмолвкой, так как подобное же смешение понятий играет важную роль в статье Некрасова *Задачи и игры* (1912), рекомендуемой Флоровым для двухчасового, а затем для четырёхчасового курса теории вероятностей.

Мы имеем здесь дело с недопустимым для математика злоупотреблением бесконечностью, осложнённым ссылкой на предельную вероятность[равную] 1. Из слов же *Не <u>оцеживая</u> <u>комара</u> простая речь Флорова зато не проглатывает <u>верблюда</u>* (*теорию вероятностей*)[3], которыми заканчивает Некрасов своё примечание к мнению Кояловича, можно заключить, что для него такое смешение понятий ничего недопустимого не представляет и едва ли даже не является существенно необходимым для теории вероятностей.

Следующая выдержка (с. XIV) из предисловия к книге Некрасова (1912) показывает, что он в том же духе рассуждает и об иррациональных числах:

Вообразим среди учеников скептика в отношении иррациональных чисел, усвоившего, однако же, геометрические фигуры и знающего скалу положительных рациональных чисел $x = a/b$, *где* a *и* b *суть целые взаимно простые числа натурального бесконечного ряда* 1, 2, 3, … *Такие скептики существуют не только среди детей, но и взрослых, впервые знакомящихся с миром иррациональных чисел.*

Подобный отрицатель вправе построить следующие два правильных (*по содержанию предпосылок и по форме*) *силлогизма, однако же, парадоксальных по своим заключениям:* ***А.*** *Никакое нечётное число не может равняться чётному. Если существует число* a/b, *равное* $\sqrt{2}$, *то можно выбрать нечётное число, равное чётному. Следовательно, не существует числа* a/b, *равного* $\sqrt{2}$. ***Б.*** *Числа* a/b, *равного* $\sqrt{2}$, *как сказано, не существует. Если существует длина диагонали квадрата, сторона которого равна* 1, *то она по пифагоровой теореме выражается числом* a/b, *равным* $\sqrt{2}$. *Следовательно, не существует длины диагонали названного квадрата. Наш скептик, делающий столь нелепый* (*перед судом здравого смысла*) *выводы, не хочет сделать относительной бесконечно малой погрешности против формальных правил логики.*

Если бы он согласился сделать бесконечно малую ошибку, то нашёл бы число a/b, *равное* $\sqrt{2}$ *в пределе при* $b = \infty$. *Он, как сказано в Писании, <u>оцеживает комара</u>, но в то же время <u>проглатывает верблюда</u>, т. е. отвергает крупную по значению теорию иррациональных чисел*.

Хотя, по мнению Некрасова, приведённые им силлогизмы правильны, однако во втором из них содержится неверное утверждение, что длина диагонали выражается числом a/b. Приняв такое ложное утверждение за верное, Некрасов уничтожает теорию иррациональных чисел. К этому (?) и направлен его совет *сделать относительно бесконечно малую* *погрешность против формальных правил логики*, не имеющий ничего общего со здравым смыслом.

Злоупотребление бесконечностью не исчерпывает всей смутности понятий, царящей в статье *Задачи и игры* …, которой Флоров и Некрасов придают большое значение. Вот что говорит об этой статье первый из них:

Чтобы увенчать надлежащим образом сообщённые учащимся новые идеи, необходимо сейчас же показать им приложение теоремы Якова Бернулли к вопросам, требующим статистических наблюдений. Мысль о введении в курс элементарной теории вероятностей понятия о статистических взаимоотношениях принадлежит профессору Некрасову и пропагандируется им в статье <u>*Задачи и игры*</u> 1912 г. (81 – 82 ф).

Оказывается, что подстрочное примечание содержит в себе приём доказательства теоремы Чебышева, совершенно освобождённый от громоздких перемножений, свойственных (? А.М.) *теореме. Именно этот приём, доставляющий теореме максимум простоты и изящества, и должен быть внесён в элементарный учебник по теории вероятностей* (112 ф).

Некрасов, в подстрочном примечании вносит поправку к последним словам Флорова (там же), признавая, что упрощение доказательства принадлежит не ему, но зато решается заявить:

Я же перенёс это упрощение на поток зависимых переменных (*см. с. 96*) …

А ранее, в подстрочном примечании (95 ф) к предлагаемой им программе говорит:

В цитированной выше статье моей <u>*Задачи и игры*</u> *… предложено в выноске весьма упрощённое элементарное обоснование теоремы Чебышева, относящееся к случаям как связанных* (*зависимых*), *так и независимых величин* […]. *Те же вопросы трактовал ранее академик Марков, но менее элементарным способом* [см. vii, прим. 2.9].

Из сопоставленных слов Некрасова видно, что ему не принадлежит ни распространение теоремы Чебышева на случай связанных величин, ни упрощение её доказательства. Тот же, кто познакомится со статьёй *Задачи и игры* … увидит, что в ней не только не намечено надлежащим образом никакого доказательства теоремы Чебышева, обобщающей теорему Я. Бернулли, но и теорема не высказана как следует.

Некоторое понятие об этой статье может дать следующая выдержка из неё:

Не требуя безошибочности ответа, вообразим, что субъект А обязан отвечать как честный человек по правилам статистической теории, приспособляющей формулу (2) *к задаче честного посредника, согласующего личную свою способность ошибаться* (<u>*закон погрешности*</u>) *с объективной достоверностью того, что средняя арифметическая из всех погрешностей* Δ *при множестве s независимых опытов сдачи колоды будет колебаться в чрезвычайно узких пределах, притом около нуля* (с. 233)[4].

Всё это наговорено по поводу требования угадать целое число Е (вероятно для большей ясности оно же обозначено буквой К), связанное с другими целыми числами m и n простым[5] равенством

$$Е = n + 13(m – 4),$$

когда известно только m, а n остаётся неопределённым (подробных условий задачи не стОит приводить). Конечно, никаких действительных правил для угадывания, хотя бы в большинстве случаев, автор не даёт, а указывает только рецептуру способа наименьших квадратов для определения Е по эмпирической формуле

$$Е = \alpha + \beta m \text{ с неизвестной погрешностью } \Delta, \quad (1)$$

когда из опытов найдено много пар значений Е и m.

Таким образом, ученики средней школы будут привлечены к производству пустяковых опытов с картами. И в результате ни на что не нужная формула, которая притом обычно будет давать для целого числа Е дробное значение. Вместе с тем устанавливается неправильный взгляд на способ наименьших квадратов как на что-то обязательное. Однако, именно в данном случае, не приписывая произвольных требований *честному человеку*, мы можем из всех формул вида (1) предпочесть такую:

$$Е = 13(m – 4) + 6 \text{ с погрешностью от } – 6 \text{ до } + 6,$$

для которой наибольшая возможная погрешность меньше, чем для всякой другой[6], ибо по условиям вопроса $0 \le n \le 12$.

Можно было бы принять также

$$Е = 13(m – 4) + \text{среднее значение } n \text{ с некоторой погрешностью } \Delta,$$

причём пришлось бы отыскивать одно число: среднее значение n. Последнюю формулу можно подкрепить ссылкой на предложение теории вероятностей о средних величинах[7]. И мы имеем полное основание предпочесть её всякой формуле (1), оба коэффициента (?) которой определяются по наблюдениям.

Если же поставить обратную задачу об отыскании m по данному Е, то применение к ней способа наименьших квадратов, соединённого с производством опытов, совершенно лишено смысла так как для m можно написать точное равенство

$$m = 4 + \text{целая часть } Е/13,$$

чего, конечно, в статье *Задачи и игры* … не указано.

Изложение этой статье придан внешний вид математической строгости со ссылками на теоремы Я. Бернулли и Чебышева. Автор как будто настоящим образом доказывает какие-то статистические законы (18) и (18’)

y (=) $r\sigma_2/\sigma_x$, x (=) $r\sigma_x/\sigma_2$,

сочетание которых при x не = 1, не только может показаться, как говорит автор, но и [на самом деле] было бы абсурдом[8], если бы x и y, согласно определению автора, не были такими же ничтожными величинами, как и принятые им за нуль[9]. Противоречие таким образом устраняется, но вместе с тем отпадают и воображаемые *статистические законы*, ибо при условиях автора *будем достоверно иметь приблизительное соотношение* (как он выражается в другом своём выводе того же рода)

Ax (=) By,

где A и B любые числа.

Чтобы покончить со статьёй *Задачи и игры* …, сопоставлю ещё две выдержки из неё (с. 270 и 271):

Величина r' называется коэффициентом связи совместимых явлений x и y. Если эта связь окажется нулём, то явления x и y оказываются независимыми.

Если r' = 0 (*или близко к нулю*), *то, вообще говоря, тут можно улавливать связи нелинейные, более точные, например, связи вида*

$$y = \alpha + \beta x + \gamma x^2 \ \textit{или}\ y = \frac{\alpha+\beta x}{1+\gamma x}\ \textit{или}\ y = \frac{\alpha+\beta x}{\alpha_1+\beta_1 x+\gamma_1 x^2}\ \textit{и пр.}$$

Второе утверждение, указывающее на сомнительную возможность улавливать связи, вид которых остаётся неопределённым, свидетельствует о неправильности первого утверждения, ибо нет смысла улавливать связи между независимыми величинами (явлениями).

Свою статью Некрасов вводит в четырёхчасовой курс, для двухчасового же курса указывает теорему Пирсона. Это указание представляет также недопустимую путаницу понятий. Можно, конечно, говорить о приближённых и эмпирических формулах Пирсона, но никакой теоремы они не образуют.

Некрасов предлагает (87 ф) искать теорему Пирсона на с. 519 своей книги (1912). Но, конечно, совершенно напрасно; там намечены основные типы эмпирических формул Пирсона и затем показано, как от давно известного решения одной задачи можно не доказать что-либо, а только путём скачка придти к формулам Пирсона. Что касается упомянутой задачи, которая большой роли в теории вероятностей не играет, то она довольно обстоятельно рассмотрена в книге Meyer (1879), где ей посвящена особая статья [глава?] Ausdehnung des Bernoullischen Theorems auf Faktoriellen von Binomen, с. 509 – 520), имеющая целью, как видно из заглавия, распространение теоремы Бернулли на указанный случай.

Вот что говорит сам Некрасов (1912, с. 518 – 519) о формулах Пирсона:

Одни интерполяционные формулы пирсоновских <u>*кривых вероятности*</u> *теперь можно считать теоретически обоснованными с помощью нашей критики и выше доказанных теорем; другие же формулы оказываются сомнительными, парадоксальными, наводящими на подводные камни. Критика позволяет застраховаться от накопления лжи в работах смелого некритического эмпиризма, необходимого в предприятиях. Критицизм не должен удерживать смелых своей скептической рефлексией, но должен быть достаточен для прикрытия смелых.*

От частного примера гипергеометрического ряда Пирсон без доказательства, по некритической интуиции, но ради благонамеренной популяризации делает скачок к общему случаю … (там же, с. 520).

Однако же, вопреки Пирсону этот ряд статистических кривых, как мы уже сказали (*с.* 505 – 506), *не может быть доказательно подведён под аналитическую форму* III *с минимумом ординаты у как на фиг.* 18 *и* 19. *Тут имеет место в массовых явлениях парадоксальный случай борьбы*[10], *который назовём парадоксом Пирсона. Согласиться здесь с Пирсоном было бы ошибочно* (там же, с. 531).

Со своей стороны скажу, что формулы Пирсона как эмпирические не требуют теоретического доказательства и могут вполне оправдываться согласием с наблюдениями. Критика Некрасова ровно ничего не доказывает и не опровергает, хотя и вооружена тяжеловесной учёностью. Вывод формул Пирсона или подобных им, изложенный на с. 504 – 505 (1912) проведён по способу откидывания, который напоминает известный рассказ, как солдат сварил суп из топора.

Руководящая идея проекта Флорова и Некрасова состоит, можно сказать, в необходимости познакомить с их трудами учеников средней школы. Ради неё признаётся, что до Флорова никто не сумел просто и понятно изложить решение основных задач страхования жизни: академикам помешали научные цели (85 ф), притом же они решили только пять задач из восьми (114 ф), а у М. Волкова (1913) *объяснительный текст его как бы начинает расходиться с его формулами* (85 ф).

Ради той же идеи в программу введён самый слабый отдел теории вероятностей о свидетельских показаниях, который с полным основанием можно пропускать в университетском курсе (у Ермакова (1878, 1879) этого отдела вовсе нет, в моей книге ему посвящено пять страниц и на примере показано, что решению задач, сюда относящихся, нельзя придавать большого значения)[11]. Отдел о свидетельских показаниях оказался нужным в средней школе, чтобы ученики познакомились с упомянутой статьёй Флорова (1892), которая напечатана слишком 20 лет назад и оставлена без внимания. Некоторое понятие о ней можно составить по тому, что сказано Флоровым при подробном изложении его программы (93 ф). Видно, что она посвящена вопросам, которым не должно быть места ни в средней, ни в высшей школе. Знакомство же с этой статьёй вполне подтверждает такое заключение. Мы находим в ней формулу, которая выведена автором путём совершенно неосновательных рассуждений, что до некоторой степени признано и самим автором. Вот его слова (1892, с. 80):

Эта формула получена путём уподобления игрока свидетелю. Чтобы дать сказанному уподоблению силу строгого доказательства, нам необходимо убедиться, что функция φ(*p*) *удовлетворяет всем специфическим требованиям вопроса*.

Затем следует попытка действительно доказать формулу, но эта попытка заканчивается неудачей. Автор составляет весьма сложное уравнение, которому, по его мнению, должна удовлетворять воображаемая им функция φ(*p*), и убеждается, что его формула удовлетворяет этому уравнению. Такую проверку он признаёт за ручательство верности формулы. Однако сам же замечает, что составленному им уравнению удовлетворяет бесчисленное множество функций φ(*p*). Вот его слова (там же, с. 81):

Таким образом, мы воочию убеждаемся, что, не уподобляя игрока свидетелю, невозможно было бы ориентироваться в этой массе решений функционального уравнения и из бесчисленного множества их выбрать единственное, отвечающее вопросу.

При таких условиях сделанная автором поверка ничего не доказывает, если даже признать его функциональное уравнение верным. Она могла бы служить доказательством только в том случае, если бы функциональное уравнение допускало только одно решение, или было [бы] доказано, что все его решения кроме одного не удовлетворяют каким-нибудь другим определённым условиям вопроса, чего автор, конечно, и не пытается сделать.

Необходимо предостерегать учеников от подобных неосновательных выводов, а не приучать к ним. Итак, я не боюсь, подобно проф. Б. М. Кояловичу, мнение которого напрасно забыто в отчёте Некрасова ([ЖМНП 1915] апрель), а уверен, что осуществление проекта Флорова и Некрасова, хотя бы в виде опыта в одном, например, Урюпинском реальном училище[12], ничего хорошего средней школе не даст, а только к существующим уже поводам для ошибок и недоразумений присоединит новые.

Примечания

1. См. наш комментарий.

2. О Васильеве см. Баженов (2002), о Кояловиче см. Ермолаева (2009). Дополнительно укажем, что математические книги Кояловича издавались по меньшей мере до 1931 г., а его переписку с Марковым см. в **S, G,** 14.

3. Матфей 23:24: *Вожди слепые*! *Оцеживаете комара, а верблюда поглощающие*.

4. Теперь известно, что при *плохих* распределениях ошибок наблюдений это свойство не соблюдается.

5. Марков часто и напрасно употреблял это прилагательное вместо *алгебраический*. Не обращая никакого внимания ни на читателей, ни на общепринятый порядок, он употреблял символ неравенства для обозначения примерного равенства, не нумеровал, а повторял выключенные формулы и т. д. (Шейнин 2013, конец § 15.1).

6. Марков сформулировал условие принципа минимакса, который не обладает никакими оптимальными свойствами, но иногда очень полезен: если даже минимальная поправка слишком велика, то либо наблюдения неважные, либо неверна соответствующая теория. Кеплер видимо воспользовался элементами метода минимакса, чтобы доказать ошибочность системы Птолемея (Шейнин 2013, § 2.2.4). Марков фактически отрицал достоинство метода наименьших квадратов (там же, § 15.2-1).

7. Марков видимо имел в виду неравенство Коши – Буняковского.

8. См. Прим. 4.

9. См. [vii, прим. 2.5].

10. Эта *борьба* выглядит странно, см. Шейнин (2013, § 15.5): примерно после 1900 г. Некрасов начал вносить моральные и политические соображения в свои теоретико-вероятностные и статистические сочинения, чтобы обосновать самодержавие и подкрепить православие.

11. *Моя книга* это, разумеется, издание 1913 г. его *Исчисления вероятностей*. Для нас оно труднодоступно, но вот в немецком переводе 1912 г. этого руководства указанной теме было посвящено шесть страниц (с. 195 – 200). Марков отметил её практическое значение и чрезвычайные трудности её математического описания, но чётко указал (с. 195), что полностью замалчивать эту тему нельзя.

12. Флоров был директором этого училища в Урюпинске (Волгоградская область). О нём см. Чириков и Шейнин (1994, с. 139, прим. 3).

Библиография

ИМИ = *Историко-математические исследования*

Баженов В. А. (2002), Профессор А. В. Васильев. ИМИ, т. 7 (42), с. 120 – 148.

Волков М. С. (1913), *Учение о вероятностях*. СПБ.

Ермаков В. П. (1878, 1879), *Элементарный курс теории вероятностей*. Киев. *Теория вероятностей*,1886.

Ермолаева Н. С. (2009). Метод наименьших квадратов в письме А. А. Маркова Б. М. Кояловичу. ИМИ, т. 13 (48), с. 89 – 110.

Некрасов П. А. (1912), Задачи и игры из детского мира и т. д. *Математич. образование*, № 506, с. 229 – 235, 268 – 278.

--- (1915), Теория вероятностей и математика в средней школе. *Ж. мин. нар. просв*., раздел *Современная летопись*, № 2, с. 65 – 127; № 3, с. 1 – 43; № 4, с. 94 – 125. Программа П. С. Флорова, заочные отзывы и соответствующие материалы Второго всероссийского съезда преподавателей математики 1914 г. Соображения автора о программе Флорова.

Тихомандрицкий М. А. (1898), *Курс теории вероятностей*. Харьков.

Флоров П. С. (1892), Шашка вперёд. *Вестник опытной физики и элементарной математики*, № 148.

--- (1912), Теорема Якова Бернулли. Там же, № 561, с. 240 – 252.

Чириков М. В., Шейнин О. Б. (1994), Переписка П. А. Некрасова и К. А. Андреева. ИМИ, т. 35, с. 124 – 147.

Шейнин О. Б. (1993), Публикации А. А. Маркова в газете *День*, 1914 – 1915. ИМИ, т. 34, с. 194 – 206.

--- (2013), *Теория вероятностей. Исторический очерк*. Берлин. **S, G,** 11.

Meyer A. (1879, франц.), *Vorlesungen über Wahrscheinlichkeitsrechnung*. Leipzig. Переработка Э. Чубера.

VII

П. А. Некрасов

По поводу статьи академика А. А. Маркова о проекте преподавания теории вероятностей в средней школе

Журнал министерства народного просвещения,
1915, № 7, с. 1 – 17 отдела *Современная летопись*

[1] Министерство народного просвещения произвело среди профессоров и преподавателей анкету относительно проекта директора Урюпинского реального училища П. С. Флорова и моего ввести преподавание теории вероятностей в средние учебные заведения. Понятны усилия многих продвинуть вперёд [этот] вопрос […]. Отчёт об этом движении дан в моей статье (1915a). Академик Марков напечатал статью [vi]. Она требует с моей стороны возражений как содержащая неточности, извращающие цели и смысл проекта Флорова и моего и притязающая на некоторые из трудов моих и Флорова.

Марков благоразумно умолчал о том, что вот уже около семнадцати лет, начиная с 1898 года, ведёт со мной в журналах личную учёную полемику о сравнительных преимуществах систем исчисления функций безгранично растущего числа операций и явлений, полемику[1.1] уже ликвидированную и теперь перенесённую на почву общепедагогических вопросов средней школы, которая мало Маркову известна.

Из факта полемики уже следует, что Марков находится под влиянием не того благоприятного настроения эмоций, какое необходимо, чтобы голос сведущего лица мог быть учтён как серьёзный показатель, наводящий на объективно верное решение министерской анкеты. Статья Маркова старается представить проект Флорова и мой зданием, построенным на песке. А между тем под ним подведена почва, заимствованная у светил русской и западноевропейской науки и у солидных знатоков профессионального педагогического дела.

[2] Начну скорбный лист возражений с весьма характерной фактической неправильности сделанного Марковым показания, относящегося к той части проекта Флорова и моего, которая предполагает включить в основную (двухчасовую) программу теории вероятностей, кроме упрощённого Флоровым вывода теоремы Бернулли[2.1], столь же упрощённый вывод теоремы Пирсона, представляющий важный вариант теоремы Бернулли, решающий задачу Вандермонда относительно тиражей, естественных как смерть[1.2], переселение, мирных, как эксплуатация почвы, рудника, рынка, очага промысловой охоты, предприятий и пр., и военных, как смерть героев в сражении, и ликвидирующих обязательства по займам государственным и общественным.

По словам Маркова (с. 31 – 32), *указание на теорему Пирсона представляет невообразимую путаницу понятий*, так как будто бы *совершенно напрасно искать теорему Пирсона* на с. 519 моей книги (1912). Приглашаю читателей своими глазами убедиться, что, вопреки этому утверждению Маркова, теорема Пирсона на с. 519 – 520 моей книги *есть, существует*, ибо там *даны* её условия, её вывод и её заключение, представляемое уравнением[2.2]

$$\frac{1}{y}\frac{dy}{dx}=\frac{-x}{\beta(x-\alpha_1)(x-\alpha_2)}. \qquad (1)$$

Почему же Марков не заметил этой ценной теоремы и отвергает даже возможность её существования? Конечно, не потому, что на цитируемых страницах не напечатано *теорема*, а потому, что теорема эта выражена не в форме Бьенеме – Маркова, а в досадной Маркову дифференциальной форме Некрасова – Пирсона. Общие преимущества дифференциального, а не интегрального выражения теорем о вероятностях потоков наличности[2.3]давно разъяснён другими авторами, а также мной в главе 2-й моей большой монографии (1900 – 1902, 1901). Дело обстоит в том, что картина (график, диаграмма) закономерности представляется лучше, полнее именно дифференциальным уравнением, из которого интегрированием легко получится теорема, если угодно, и в форме Бьенеме – Маркова.

На с. 33 Марков отметил существование теоремы, решающей задачу Вандермонда о тиражах в труде Meyer (1879) и пытается закрепить триумф первого доказательства видоизменённой теоремы Бернулли не за Пирсоном, а за Мейером и Чубером. Но теоремы Пирсона, и Мейера – Чубера сильно различаются одна от другой по методу вывода и по выражению заключений, а если делать сближение отдалённо, то обе они в их совпадающих следствиях издали предвосхищены в элементарной теореме Чебышева (1867), если обозначение Буняковского (1846) сблизить с неравенствами Чебышева (1867). Триумф, следовательно, принадлежит русскому гению[2.4].

[3] Целью проекта Флорова и моего было указание ещё более элементарного доказательства теоремы о тиражах, пригодного для средней школы. Совершенно элементарное доказательство является следствием применения к задаче Вандермонда той же самой прекрасной манеры, какую Флоров удачно применил к чрезвычайно упрощённому выводу обыкновенной теоремы Бернулли, доказав тем самым, что он, урюпинский педагог Флоров, обладает мудрым талантом излагать великие истины в наипростейшей форме, подходящей к возрасту средней школы.

Знающий потребности средней школы не мог бы не восхищаться таким редким талантом, ибо в подвигах литературы, создаваемой для средней школы, особенно важен именно вопрос о том, что Флоров называет низведением сложной истины (от академического Олимпа) до уровня средней школы. Оценка дела с этой точки зрения должна будет признать, что рекорд простоты доказательства теоремы о тиражах остаётся за Флоровым и что предложенные как Пирсоном, так и Мейером – Чубером доказательства видоизменённой теоремы Бернулли, относящейся к задаче Вандермонда, слишком сложны, непригодны для элементарного курса.

Не учебной только, но и учёной заслугой Флорова надо признать то, что он изящно просуммировал факториальный бином, фигурирующий в задаче Вандермонда о тиражах с помощью простого основного определения вероятности, а не посредством головокружительного для средней школы взятия определённого интеграла, представляющего величину (!) гипергеометрического ряда. Такое изящество доказательства ценил когда-то французский классицизм, да и древний греческий, любивший красоту во всём. И эту заслугу Флорова А. В. Васильев взял под сомнение, а Марков приравнял негодному выводу. С этой оценкой я решительно не согласен.

Вот ещё образец критики Маркова. Известно, что гальтоновские и пирсоновские статистические взаимоотношения (корреляции), связывающие x и y, бывают по свойствам *линии регрессии*[1.3] двух родов: линейные вида

$$y\ (=)\ r(\sigma_1/\sigma_2)x \tag{2}$$

и нелинейные, кои возможно привести к виду

$$y\ (=)\ (\sigma_2/\sigma_1)[r + f(x)]x,$$

где $f(x)$ есть функция, обращающаяся в нуль при $x = 0$. Если $r = 0$, то для линейной связи это обозначает независимость y от x, но для нелинейной связи то же условие не означает независимости y от x. Марков усматривает в этом не два различных случая, а *свидетельство о неправильности первого утверждения* (с. 31)[2.5].

[4] Марков применяет в педагогической практике к себе и другим неодинаковые мерила. Так, мой игрушечный статистический опыт, устанавливающий ученические понятия из области статистических взаимоотношений, он называет *привлечением учеников средней школы к производству пустяковых опытов* (с. 30). Но аналогичные же занятия самого Маркова со студентами он, Марков, не считает пустяковыми и включил их в свой курс *Исчисление вероятностей* 1913 г. на с. 359 – 374.

Обсуждая элементарные основы статистической теории, изложенные в моей статье (1912b), Марков (с. 31) говорит: *автор как будто настоящим образом доказывает статистические законы*. Слова *как будто* показывают, что критик и сам не уверен в том, что он говорит. Да и в действительности сказанное им не вполне верно. На самом деле статистические законы доказываются мной лишь с коэффициентом *высокой вероятности* (нравственной достоверности), но не *абсолютной*, непререкаемой *достоверности*. Эти потенциальные законы (проекции возможной действительности) в статье (1912b) доказываются не более и не менее, чем аналогичные законы доказываются Марковым на страницах 347 (!) – 374 его книги 1913 г. Различие между предложенными мной доказательствами и доказательствами Маркова существует лишь в степени их трудности: доказательства, предложенные в моей статье, совершенно элементарны (что и соблазнило Флорова включить их в элементарный курс теории вероятностей), в доказательствах же Маркова нет именно элементарности, нужной для средней школы.

Вместе с проф. Б. М. Кояловичем также и Марков воздействует на читателя устрашением (с. 34), что … Заметим, что негодный, по мнению Маркова, проект Флоров и мой однороден с тем, какой осуществляется умными, практичными и *бесстрастными* английскими педагогами. Англичане давно предлагают юношам элементарный курс теории вероятностей, содержащийся как в старой алгебре Christal [Chrystal (1904)], цитированной в ответе проф. Васильева, так и в новейших руководствах представителей пирсоновской математико-статистической школы, например, в книге Юла (1911). Курс Флорова по сравнению с курсом Юла представляет значительные упрощения.

Отмечу утрированность нападок [утрированные нападки] Маркова (с. 33 – 34) на статью Флорова (1892). В сущности нападки сводятся к тому, имел ли Флоров пользоваться аналогиями, а именно, уподоблением игрока свидетелю. Полагаю, что да, ибо жесты игрока суть свидетельства с коэффициентом вероятности для его партнёра.

[5] Нападение Маркова на учение о вероятностях свидетельств, преданий, нравственных ожиданий и пр. (с. 33) является для академика, принявшего кафедру после Буняковского, крупной ошибкой самого Маркова, вошедшей и в его книгу (1913)[2.6]. Учение о вероятностях преданий, свидетельств, сводных признаков есть фундамент так называемого *символического исчисления*, связывающего каждое *я* и *не-я*. Каждый жест природы, слово, речь, целый народный эпос, изустный и литературный, надписи на памятниках, уроки истории, твёрдые слова власти и закона, действительного на широком пространстве в своём приложении, ложатся на душу людей как свидетельствующие символы, вызывая в людях те или другие психологические ответные реакции[2.7].

Образованность народов немало зависит от того, насколько вошла в житейский обиход научно-грамотная речь индуктивной математики, говорящая посредством историко-статистически обоснованных предложений, связывающих подлежащие со сказуемыми опытным коэффициентом надёжности. Такая взвешенная речь легче *ведёт в священный Рим*, т. е. к социальному правопорядку, вернее освещает связь настоящего с прошедшим и будущим и вернее запасает фонды-залоги против погрешности ожиданий, залоги лёгкие, см. мою книгу (1912d, с. 264), но ложащиеся слишком тяжёлым бременем на плеча Геркулеса (?).

Итак, притязания Маркова к проекту Флорова не имеют основания в применении к средней школе, которая берёт из науки наиболее элементарные части, имеющие наиболее образовательное значение.

[6] Теперь я должен выяснить нападки Маркова на те мои замечания на проект Флорова, в коих были упомянуты работы Маркова и мои, преследовавшие выполнение одинаковых научных тем, примыкающих к центральному открытию академика Чебышева в области математических ожиданий и статистических среднеарифметических величин.

Вопрос этот интересует всех нас, людей науки, потому что открытие Чебышева, ещё не всеми оценённое, можно, думаю я, уравнять по важности к открытию Коперником основной астрономической системы, которую потом дополнял целый ряд учёных, разрабатывая отклонение *конкретной* астрономии от *абстрактной* схемы Коперника. Но теорема Чебышева затрагивает совсем другое созвездие, называемое обществом, и, продолжая дело Бернулли и Лапласа, ориентирует общественную мысль (мы) с её высшими (духовными) и низшими (желудочными) интересами как в отношении к мысли и владению каждого отдельного *я*, так и в отношении к физической системе мира, частью которой служит механизм человеческого тела[2.8].

Вниманию читателей Марковым (с. 29) и мной (моими замечаниями на проект Флорова) ставится вопрос, кто из нас впервые обобщил теорему мемуара Чебышева (1867), распространив её на *связанные* величины. Вопрос этот я расчленяю на два: **1.** Кто впервые сделал попытки обобщения теоремы Чебышева, но достиг цели неполно (не исчерпав все случаи) и не дал вполне элементарного доказательства, и **2.** Кто впервые обобщил теорему Чебышева полно, в исчерпывающей (универсальной) форме, и дал вполне элементарное доказательство.

Мой ответ на эти два вопроса уже содержится в указанной выше статье (1912e) и сводится в сущности к следующему. На первый вопрос я отвечаю так: *Марков, но и я*, а на второй вопрос отвечаю так: *я, но не Марков.* Приведу в возможно краткой форме фактические основания этих моих утверждений.

Гениальный мемуар Чебышева (1867), являющийся вечным вкладом в математическую теорию понимания и владения, относится к безгранично развивающемуся и воспринимаемому в наличности потоку *независимых* величин $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots, \varepsilon_k, \ldots$ и к среднеарифметической величине

$$X_m = \frac{1}{m}(\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \ldots, + \varepsilon_m),\ m = 1, 2, 3, \ldots$$

Отбор *независимых* величин соответствует особенной простоте выражения о вероятности сложного события при условии независимости составляющих его простых явлений[1.4]. Случай же *зависимых* величин $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots$ развивающегося потока наличностей мемуаром Чебышева оставлен без рассмотрения и на первый взгляд кажется неподдающимся элементарному исследованию.

Однако же он исследуется как очень простое следствие неравенства, доказанного Чебышевым в мемуаре (1867). Неравенство это применяется к *уединённой* переменной величине

X, а следовательно и к средней величине X_m, взятой для зависимых переменных ε_1, ε_2, …, ε_m, составляющих часть безграничного потока наличностей, одушевлённых или же неодушевлённых[2.9].

Это следствие первоначальной теоремы Чебышева равносильно её крайнему обобщению, относящемуся к любому развивающемуся потоку зависимых переменных и даже к смеси независимых и зависимых переменных, как это бывает в конкретном многообразии текущих, непроцеженных отбором явлений. Кем же и когда дано такое крайне упрощённое доказательство теоремы в общей исчерпывающей форме, представляющей, можно сказать, уникальный принцип теории познания и восприятия наличностей. Впервые, по-моему, оно дано в такой именно форме в моём докладе Московскому математическому обществу в 1911 г. и напечатано в указанном выше мемуаре (1912e). На этом факте я и основываю свои притязания на упрощение доказательства.

[7] Над обобщением теоремы Чебышева не без успеха работал, повторяю, и Марков. Его работы состоят из ряда статей, начатых мемуаром (1906). Но Марков, как и я, тогда шёл к своей цели путём ещё путём ещё слишком сложных доказательств, дававших простые результаты лишь при некоторых ограничениях. Теперь Марков, замалчивая эти ему известные факты, более веские, чем то, что проникло из них в мою статью (1912b), говорит на с. 29, что Некрасову

Не принадлежит ни распространение теоремы Чебышева на случай связанных величин, ни упрощение её доказательства.

Очевидно Марков желает приписать всецело себе получение и упрощение доказательства всеобщей теоремы о средних величинах.

Марков был очень близок к этому упрощённому способу обобщения, ибо им в первом издании трактата (1900) дан аналогический ход рассуждений, но он относился к другому вопросу, а именно к упрощённому выводу первоначальной теоремы Чебышева, относящейся только к потоку независимых переменных. Поэтому ссылка Маркова на этот факт не относится к делу 1907 – 1912 гг., а по другому аналогичному вопросу 1900 г. я в отчёте (1915a) отдал должное заслугам Маркова.

Само собой разумеется, что понятие о связанности потоков переменных величин существовало в теории познания и в практике ранее обобщения теоремы Чебышева, но оно стояло не на почве исчерпывающего элементарного доказательства, годного для средней школы. Для слабых зависимостей я даже раньше Маркова отметил это обобщение, трактуя понятия о связанности и независимости и статистического мерила связанности и независимости в моём труде (1902). Те же понятия и похожие статистические мерила связанности и независимости культивируются с конца прошлого века школой Гальтона – Пирсона – Юла в Англии и школой Фехнера – Ранке[2.10] в Германии, но культивируются без отношения к теореме Чебышева. Я же показал, что основания этой статистической теории улучшаются от присоединения к ним критики с помощью теоремы Чебышова.

Со своей стороны я лишь констатирую факты, а судить о притязаниях предоставляю лицам, способным стать на более объективную точку зрения, чем захваченные эмоцией спорящие стороны. Факты эти переданы в статье Маркова в ненадлежащей форме[2.11].

Элементарное учение о связанности и независимости величин лично мной пристраивается по линии авторов *Лаплас – Лагранж – Коши – Чебышев – Некрасов – Пирсон.* Марков со своей стороны делает пристройку по линии авторов *Лаплас – Бьенеме – Чебышев – Марков.*

[8] В 1884 г. я уже работал над этими отделами высшей и элементарной науки, но не пошёл по пути Бьенеме, а по плану Лагранжа и Коши (Cauchy 1829; 1829), обновлённому мной, как объяснено на с. 52 (1885) в моей диссертации. Этот план одним и тем же способом высших и элементарных исчислений приводит к возможности опытного исследования закономерности трёх категорий: **1.** Законы механики, небесной и земной. **2.** Законы исчисления вероятностей, соответствующие употреблению духовной энергии существ, преобразующему первую категорию законов. **3.** Законы обращения функций, удовлетворяющих данному уравнению, составляемому по требованиям законов первой и второй категории.

Обращение функций обнимает и нормы гражданского права, а не механику только[1.5]. Синтез законов трёх вышеперечисленных категорий даёт полноту понятия о том, что вселенная есть поток явлений, управляемый сложными законами и управляемый так, что законы первой категории (законы природы) поддаются влиянию законов второй категории, т. е. сортирующему влиянию духа и нормам права. Влияние того или другого нового фактора, введённого мыслью в поток, изменяет вероятностные коэффициенты выхода, а статистика проливает свет на эти коэффициенты по формулам и по фактам[2.12].

Многие вопросы обращения сводятся сортирующей работой духа к циклометрическим линейным корреляциям (1885, с. 377 – 420; 1915b), к симметрическим функциям алгебры и к группам теории сочетания (Ермаков 1886).

Гениальный мемуар Чебышева (1867) весьма резкой чертой отделил элементарную часть курса теории вероятностей от высшей. При этом высшая часть курса стала примыкать к элементарной как естественное развитие и логическое продолжение основ элементарного курса. По проекту Флорова и моему корни индуктивной математики могут и должны быть пущены в средней школе всех типов, а ветви её будут достоянием высшей школы и специальных отделений старшей ступени средней школы. Проект ясен, он знает, откуда и куда ведёт учеников и предлагает строить учебную работу не на субъективной руководящей идее, как голословно утверждает Марков (с. 33), и не на песке, а на хорошем объективно-научном фундаменте.

[9] Нападения Маркова на проект Флорова и мой ведутся, кроме спора о приоритетах, ещё и из-за того, что вопросы проектируемого курса теории вероятностей в средней школе связаны, повторяю, с линией авторов: Бернулли – Лаплас – Коши – Чебышев – Некрасов – Пирсон, а не с линией авторов Бернулли – Лаплас – Бьенеме – Чебышев – Марков. При сравнении этих двух линий нужно сопоставить идеи Коши и, с другой стороны, Бьенеме, и сказать, чьи руководящие идеи лучше.

Непосвящённым в тонкости математической критики достаточно привести на справку следующие показательные факты. **1.** Метод Бьенеме был предложен в качестве поправки к методу Коши, но Коши, крупнейший из французских математиков XIX века[2.13], не признал достоинств за этой поправкой[1.6], и последующее развитие математических знаний подтвердило мнение Коши[2.14]. **2.** Исследования Маркова не устранили недостатков метода Бьенеме, не покрывающего требований науки, не отражающего многообразия статистических закономерностей в природе. **3.** Метод Бьенеме сдан в архив науки не мной только, но и французскими академиками (Бертран, Пуанкаре), английскими профессорами (Пирсон, Юл), немецкими (Фехнер, Ранке) и шведскими (Шарлье).

Почему это сделано? Потому, что теория Бьенеме – Маркова даёт лишь *чересполосно* верную (лакунарную) формулу вероятности, распределённой по скале вышеуказанной средне-арифметической величины X_m. Теория Бьенеме – Маркова грешит недостатком внимания к *типам* изменения наличности mX_m, потенциально угадываемой и действительно воспринимаемой из потока. Так кто же *варит суп из топора* (с. 32)?

Сущность нападения Маркова на проект изменения программ математики, представленный в отчёте (1915а), сводится, как говорит сам Марков (с. 26), к его желанию

Выяснить негодность плана преподавания теории вероятностей, который намечен программами и объяснениями Флорова и Некрасова.

Вышеизложенное же показывает, что на самом деле желание Маркова надо считать желанием вполне годный план, идущий мимо Бьенеме – Маркова и осуществляемый лучшими из европейских школ, заменить не всегда годным планом Бьенеме – Маркова.

[10] Что касается диалектики Маркова, приведённой на с. 27 – 28 его отзыва, то она является злоупотреблением логикой *тожества неразличимых*[1.7]. Здесь Марков привёл в доказательство принципы теории пределов, кои он уже отдавал на суд учёных обществ и получил там мой надлежащий ответ (1912е, с. 223 – 224; 1912с, с. 459). Марков в этом вопросе злоупотребляет при помощи того *коренного* порочного круга (Минто1896, с. 380) в доказательстве, против которого творцы логики не могли и не могут выдвинуть ничего другого, кроме веры в гипотезу и научно-заострённого опыта.

Кто же со времён Лейбница и Ньютона не знает, что коренное злоупотребление логикой математики и диалектикой возможно именно в сфере теории пределов, которая постоянно бывает вынуждена погружать начала и концы своей аргументации в области прямой и обратной бесконечности [∞ и – ∞?]. Именно в этих дебрях логики математики, как известно, даже с очень древних времён индусских мудрецов и греческих философов и до наших дней встречаются противоречивые вопросы, дедуктивно не разъяснимые, вызывающие спор даже, например, относительно оснований геометрии и кинематики[1.8] и принуждающие оперировать опытом веры в гипотезы, относящиеся к находящемуся вне объёма сознания, к рассеянию внимания, к исчезновению величин в пределах бесконечности и бесконечной малости, к миру иррациональных чисел, как пределу мира и рациональных чисел.

Назовём эту загадочную область, где так называемая *перцепция*[1.9] берёт верх над *апперцепцией*, где вера имеет перевес над непосредственным знанием, где лежит как возможность *истинной реальности*, так и *пустой фикции*, созданной абстрактным мышлением и обманом посредством внушения, – назовём её *трансфинитной областью*, запредельной для человеческого внимания, воспринимающего наличности.

На с. 27 и 28 своего отзыва Марков именно за счёт этой трансфинитной области и лежащего в ней коренного порочного круга в доказательстве излил против трудов Флорова и моих целый поток софистических обвинений в *путанице понятий* и

Недопустимом для математика злоупотреблении бесконечностью, осложнённом ссылкой на предельную вероятность[1.10] [равную] 1.

[11] Читатель, не знакомый с историей и философией математики. легко может подумать, что Марков знает то, чего не знают другие, знает учение, которое даёт полное и определённое (без всякой путаницы, называемой *рассеянием*) решение загадочных задач из области трансфинитной математики[2.15].

Индуктивное освещение является существенно необходимым коррективом против иллюзионизма, в коем витает анализ бесконечно малых Маркова. Школа уроками логики и математики должна возбудить жажду истины, выясняя, что логические круги не устранимы в пределе, но философия веры и религия подразделяют круги на две категории. Одни круги истинные, стремящиеся к вечной благостной реальности, а другие, те, кои им противостоят и называются ложными, иллюзорными. Различаются круги у Данте в *Божественной комедии*.

Для юношества особенно важно, чтобы педагог облегчал и исправлял отвлечённые понятия теории потенциальных и актуальных пределов конкретными представлениями, от которых мысль ученика легче движется по пути к тому или другому пределу. На этом настаивают Флоров и другие профессиональные педагоги. Огромная группа педагогов математиков признаёт государственно-опасным отнятие индуктивной математики, или, иначе сказать, математической основы экспериментального метода у средней школы. Они признают неотложным введение в среднюю школу курса теории вероятностей, созидающего схемы и модели научно изощрённого опыта. Если высказать эту их заветную мысль в сакраментальной форме, то она окажется словами: *Облечёмся в оружия света* (Послание к римлянам 13:12).

[12] Заключу вышеизложенное следующими утверждениями.

1. Академик Марков в своей статье, при обилии различных других цитат умолчал о том, что статья его есть приложение учёной полемики лично со мной, исчерпанной ответами на неё и ликвидированной учёными обществами. Эмоции воспрепятствовали автору дать объективный ответ на вопросы министерской анкеты.

2. В вопросе, относящемся к теории пределов и к учению о бесконечности, статья Маркова содержит злоупотребления логикой *тождества неразличимых*, а именно прибегает к её порочному кругу в доказательстве, применённому им в сфере трансфинитных чисел. Относительно этой сферы дедукция может строить лишь гипотезы, для поверки которых не существует в науке ничего другого, кроме веры в гипотезу и опыта, да и простой опыт иногда бывает бессилен в этой сфере, и тогда остаётся лишь религиозно-научно-политический опыт под просветительным гербом, подобный тому, который содержится в изданной по повелению Петра Великого арифметике (около 1700 года)[2.16].

3. В определении бесконечно малого Марков держится *дурной* математической теории познания и восприятия, соответствующей иллюзионизму или потенциальной бесконечности, а не актуальной бесконечности.

4. Статья Маркова содержит фактические неточности, искажающие смысл и цели проекта Флорова и моего по вопросу о введении преподавания теории вероятностей в среднюю школу.

5. Притязания академика Маркова ни в каком смысле не должны иметь отношения к вопросу о введении элементарного курса теории вероятностей в среднюю школу, которая из этой науки возьмёт лишь наиболее элементарное, стоящее на твёрдых основаниях, выработанных светилами науки и её преподавания.

6. Курс индуктивной математики, в основании которого лежит элементарная теория вероятностей и индуктивная логика, необходим в средней школе как корректив против злоупотребления отвлечённостью и как средство фактического освещения гипотез, научных и практических. Чем скорее будет введён этот курс в среднюю школу, тем будет лучше для поколений, воспитываемых средними учебными заведениями, и для будущности нашего отечества.

Примечания автора

1.1. Этапы этой учёной полемики см. в нашей статье (1912а), которая отвечала на статью Маркова (1912). Она не только отпарировала нападения Маркова, направленные против моих трудов, но и дала в исчерпывающей форме важное обобщение теоремы Чебышева (1867), порешившие незаконченные исследования.

1.2. Пирсоновская диаграмма мужской смертности населения Англии приведена с моими истолкованиями (1912d, с. 525). Уж одно только биометрическое толкование задачи о тиражах и оборотах оказывает, что задача эта играет большую роль в теории и практике вероятностей – вопреки утверждению Маркова (с. 32).

1.3. Этим именем математико-статистическая школа Пирсона называет основные линии, около которых синоптически[2.17] сортируются числа фактов. Правила вычерчивания основных геометрических мест [множеств], служащих синоптической рамой для отображения экспериментально вычерпанных числовых выводов, составляют предмет номографии, дополняющий картографию как отдел географии, начертательной геометрии и математической статистики. В моих трудах (1909; 1912d) и в книге Менделеева (1906) карты и номографические основания приспособлены к теореме Чебышева.

1.4. *Отбор независимых* имеет ещё и *другое*, более важное значение. Он аргументирует правильное истолкование весьма важной антиномии естественно-научного знания, которая может быть высказана так:

Существует ли в мире свободная причинность или же существует только необходимость, т. е. природа.

Это – третья антиномия критики Канта, важная для установления понятия о творческой свободе, об обязанностях и ответственности и моральном зрении (совести) и впервые истолкованная с точки зрения мемуара Чебышева (1867) в моей монографии (1900 – 1902, 1901), затем в моей монографии (1902), а потом в книге (1912d) и в статье (1912e)[2.18].

1.5. Сошлёмся на фундаментальный труд Малешевский (1889), трактующий соответственно финансовому правообороту задачу обращения функций.

1.6. История спора Коши и Бьенеме кратко описана в труде Слешинского (1892).

1.7. Этой логике посвящён характеризующий её рассказ доктора философии Цертелева (1912). [Тож(д)ество неразличимых (Лейбниц): величины, обладающие одними и теми же свойствами, не могут быть различными.]

1.8. Читатель может ознакомиться с этими вопросами по интересной статье Богомолова (1915). Вниманию читателей предлагается ещё статья проф. Цингера (1894), книга Жегалкина (1908), труды проф. Васильева (1908) и В. Л. Некрасова (1907). Вниманию лиц, интересующихся философией веры предлагается книга проф., отца Флоренского (1914)[2.19].

1.9. Философия математики и теории вероятностей различает, следуя Лейбницу, Лапласу, Гербарту (1906), Бугаеву, Бехтереву (1904), Г. И. Челпанову и другим, заметные восприятия или апперцепцию, от перцепции, бессознательного восприятия. [См. более позднюю статью Челпанов (1916) и статью о нём Ждан (1994)]

1.10. Парадоксальный пифагорейский силлогизм, приведённый в Предисловии к моей книге (1912d) для возбуждения должного внимания к неразрешимым дедуктивно задачам и взятый Марковым для обличения (кого, меня или пифагорецев?) на с. 28 его статьи [vi], есть частный случай дедуктивно неразрешимой логико-математической загадки, связанной с учением о трансфинитных числах и относящийся к бесконечно малой ошибке $\sqrt{2} - a/b$, стремящейся к нулю[2.20] и находящейся вне области апперцепции при возрастании b до бесконечности, предполагая, что целые числа a и b суть числитель и знаменатель подходящей дроби, полученной с помощью непрерывной дроби, равной $\sqrt{2}$.

Если такие предельные ошибки повторяются в беспредельном огромном числе, то из слагаемых пылинок ошибки создаётся туча неправильностей. Она представляется в форме неопределённого произведения нуля на бесконечность минус нуль пропасти, существующей в форме загадки между рациональными и иррациональными числами, между миром дискретных (прерывных) переменных чисел (!) и миром непрерывных чисел, наполняющих сплошные скалы анализа бесконечно малых, говорит профессор Васильев (1908) и профессор Н. В. Бугаев. Последний – творец учения о числовых производных функциях и о прерывном исчислении Ex и $E\varphi(x)$, имеющем огромное значение в параллельном истолковании законов обращения числовых прерывных и числовых непрерывных функций.

О неразрешимых вопросах соответствия числовых групп (многообразий) говорят доклады проф. Б. К. Млодзеевского и других на Втором [всероссийском] съезде преподавателей математики [1915 г.]. Все эти невязки и нехватки покрываются интуицией и индукцией.

Примечания составителя

2.1. Флоров доказывал теорему Бернулли при помощи большого числа алгебраических формул, которые наверняка отпугнули большую долю учащихся, но, в отличие от Бернулли не привёл оценки погрешности за счёт конечности числа наблюдений. И вообще следовало бы лишь наметить доказательство теоремы, а основной упор сделать на глубоких философских мыслях Бернулли и на его замечаниях о возможности приложения теоремы. Некрасов заявил, что Марков не был знаком с преподаванием в школе, но его высокая оценка указанного доказательства означала, что он сам плохо представлял себе это преподавание. О Флорове см. Чириков и Шейнин (1994, с. 139, прим. 3).

2.2. Теорема Пирсона не существует. Для нас книга Некрасова (1912d) труднодоступна, и мы не можем проверить содержание указанных в ней страниц. При определённых значениях параметров уравнения (1), которых должно быть четыре а не три, оно приводит к статистически важным кривым (в том числе и к нормальному распределению), и только в этом смысле можно утверждать, что Пирсон обобщил теорему Бернулли.

2.3. Автор неоднократно употребляет слово *наличность* вместо *факт*.

2.4. Это очередной выверт автора. Мы не будем указывать каждый из них.

2.5. Коэффициент r видимо пропорционален коэффициенту корреляции, но тогда его нулевое значение ещё не означает независимости y от x. Верное замечание Маркова можно обойти оговоркой *при отсутствии нелинейных зависимостей*.

2.6. Объединение свидетельств, преданий и нравственного (морального) ожидания недопустимо, но интересно, что Некрасов помнил последний упомянутый термин, который к тому времени был забыт и в статистике, и в теории вероятностей (но подхвачен экономистами). Об оценке свидетельских показаний см. [vi, прим. 11].

2.7. Символическое исчисление применялось для решения сложных задач простыми методами, но давно уже называется операционным и решает задачи также и сложным путём. См., например, монографию В. Е. Ващенко-Захарченко (Киев, 1862).

2.8. Это высказывание просто потрясает.

2.9. Мы не нашли подобного доказательства ни в позднейших изданиях его трактата (немецкое издание 1912 г. и 1924), ни в его мемуаре (1906). И на самом деле, как можно отыскать ожидание подобной *уединённой* случайной величины? И какой же смысл будет иметь теорема Чебышева при неизвестном ожидании?

2.10. Нам известна только статья Ranke & Greiner (1904).

2.11. Это замечание видимо означает *передано грубо*, см. Шейнин (2013, конец § 15.3).

2.12. Предыдущие полстраницы характеризуют прямо-таки сумасбродный стиль автора.

2.13. Лаплас и Пуассон забыты.

2.14. Бьенеме известен как автор метода моментов, который, впрочем, приобрёл значение в связи с исследованиями Чебышева (Шейнин 2013, § 11.2-4). Затем этот метод начали применять статистики. В этом § 11.2 мы кратко описали другие результаты Бьенеме. Автор сослался на Слешинского (1892), т. е. на метод наименьших квадратов, но какое отношение имеет этот метод к рассуждению Некрасова? Да и по сути совершенно непонятно, как в данном случае Бьенеме мог бы ошибиться; Heyde & Seneta (1977) ничего подобного не упоминают.

2.15. *Рассеяние* это, очевидно, дисперсия, о которой по крайней мере до 1896 г. Некрасов ничего не знал (Борткевич и Чупров 2005, конец письма № 5

Чупрова), хотя в том же году опубликовал первое издание своей *Теории вероятностей*.

Мы выпустили длинное окончание рассуждения Некрасова, поскольку его процитировал Поссе [viii].

2.16. Этот *религиозно- …опыт* процитировал Марков в одно из своих писем 1915 г. в газету *День* (Шейнин 1993) как образец стиля Некрасова.

2.17. *Синоптически*, т. е. обозревая всё вместе. Конец этого рассуждения вряд ли понятен.

2.18. Фраза вполне в духе автора, т. е. сумасбродная. Но о случайности, хотя бы в кинетической теории газов, ему полагалось бы знать.

2.19. Такой разброс источников вряд ли можно объяснить. Флоренский был серьёзным философом математики, и в последнее время этой стороне его деятельности было посвящено несколько статей. О нём же см. Чириков и Шейнин (1994, прим. 35 и 38). В 1916 г. Некрасов, в письме Флоренскому (Шейнин 1994, с. 196) упомянул *распутье, на которое толкает нас немецко-еврейская культура и литература*. Шла война, но немецкая культура и литература не имела к ней никакого отношения, а вот антисемитизм Некрасова убедительно свидетельствовал о той же черте у Флоренского. В интернете мы нашли его людоедское высказывание по поводу позорного дела Бейлиса (позже оправданного судом): будь Флоренский евреем, а не русским священником, он сам бы зарезал христианского мальчика …

Письма Некрасова хранятся или хранились в семье Флоренского, и мы процитировали некоторые из них в своём сборнике (**S, G,** 16): он *логично, правильно и правомерно* примиряет математику с религией и политикой.

Библиография

ЖМНП = *Ж. Министерства народного образования*
МСб = *Математич. Сборник*

Бехтерев В. М. (1904), О личном и общем сознании. *Вестник психологии, криминальной антропологии и гипнотизма,* с. 654 –

Богомолов С. А. (1915), Аргументы Зенона Элейского при свете актуальной бесконечности. ЖМНП, апрель.

Борткевич В. И., Чупров А. А. (2005), *Переписка, 1895 – 1926*. Берлин. **S, G,** 9.

Буняковский В. Я. (1846), *Основания математической теории вероятностей*. СПБ.

Васильев А. В. (1908), *Введение в анализ*. Казань.

Гербарт И. Ф. (1906), *Главнейшие педагогические сочинения*. М. (Перевод.)

Ермаков В. П. (1886), *Теория вероятностей*.

Ждан А. И. (1904), Г. И. Челпанов. *Вестник МГУ*, сер. Психология, № 2.

Жегалкин И. (1908), *Трансфинитные числа*. М.

Лебединцев К. Ф. (1915), Теория пределов в курсе средней школы. *Доклады. Второй съезд русск. естествоиспытателей и врачей*. М.

Малешевский Б. Ф. (1889), Уравнение ценностей процентных бумаг. В книге автора *Теория и практика пенсионных касс*, т. 1. СПБ.

Марков А. А. (1900), *Исчисление вероятностей*. СПБ. Последующие издания: 1908, 1913 и посмертное 1924. Немецкий перевод: Лейпциг – Берлин, 1912.

--- (1906), Распространение закона больших чисел на величины, зависящие друг от друга. *Избр. тр*. Без места, 1951, с. 339 – 361.

--- (1912), Отповедь Некрасову. МСб, т. 28, с. 215 – 227.

Менделеев Д. И. (1906), *К познанию России*.

Минто В. (1896), *Дедуктивная и индуктивная логика*. Харвест, 2002. Перевод с англ.

Некрасов В. Л. (1907), *Строение и мера линейных точечных областей*. Томск.

Некрасов П. А. (1885), Ряд Лагранжа и приближённые выражения функций весьма больших чисел. МСб, т. 52, с. 49 – 185, 215 – 326, 483 – 578, 643 – 734.

--- (1900 – 1902), Новые основания учения о вероятностях сумм и средних величин. МСб, т. 21, с. 579 – 763; т. 22, с. 1 – 142, 323 – 498; т. 23, с. 41 – 455.

--- (1902), Философия и логика науки о массовых проявлениях человеческой деятельности. МСб, т. 23, с. 463 – 600.

--- (1909), Математическая статистика, хозяйственное право и финансовые обороты. *Изв. Русск. географич. общ.*, т. 45, с. 333 – 398, 565 – 612, 811 – 896. Автор упомянул только *Математическую статистику*, но такого названия мы не нашли.

--- (1912a), *Вера, знание, опыт*. СПБ.

--- (1912b), Задачи и игры … *Математич. образование*, №№ 5 – 6, с. 229 – 235; 268 – 278.

--- (1912c), Общий основной метод производящих функций в приложении к исчислению вероятностей и к законам массовых явлений. МСб, т. 28, с. 351 – 460.

--- (1912d), *Теория вероятностей*. СПБ. Первое издание: М., 1896.

--- (1912e), Общий основной метод производящих функций. МСб, т. 28, с. 453 – 458.

--- (1915a), Теория вероятностей и математика в средней школе. ЖМНП, раздел Современная летопись, № 2, с. 65 – 127; № 3, с. 1 – 43; № 4, с. 94 – 125.

--- (1915b), *Математич. образование*, № 28.

Попруженко М. Г. (1913), *Начала анализа*. СПБ.

Слешинский И. В. (1892), К теории способа наименьших квадратов. *Зап. математич. отделения Новоросс. общ. естествоиспытателей*, т. 14, с. 201 – 264.

Флоренский П. (1914), *Столп и утверждение истины*. Путь, 2014.

Флоров П. С. (1892), Шашка вперёд. *Вестник опытной физики и элементарной математики*, № 148.

--- (1912), Теорема Бернулли. Там же, № 561, с. 240 – 252.

Цертелев Д. Д. (1912), *Метафизические сказки*. СПБ.

Цингер В. Я. (1894), Недоразумения во взглядах на основания геометрии. *Тр. Второй съезд русск. естествоиспытателей и врачей*. М.

Чебышев П. Л. (1867), О средних величинах. *Полн. собр. соч.*, т. 2. М., 1947, с. 431 – 437.

Челпанов Г. И. (1916), *Введение в философию*. Пг.

Чириков М. В., Шейнин О. Б. (1994), Переписка П. А. Некрасова и К. А. Андреева. *Историко-математические исследования*, т. 35, с. 124 – 147.

Шейнин О. Б. (1993), Публикации А. А. Маркова в газете День, 1914 – 1915 гг. Там же, т. 34, с. 194 – 206.

--- (2013), *Теория вероятностей. Исторический очерк*. Берлин. **S, G,** 11.

Cauchy A. L. (1829), Sur divers points d'analyse.

--- (1829), Sur le développement de *f*(ζ) etc.

Crystal G. (1904), *Algebra*. London.

Heyde C. C., Seneta E. (1977), *Bienaymé*. New York.

Meyer A. (1879, франц.), *Vorlesungen über Wahrscheinlichkeitsrechnung*. Перераб. Э. Чубер. Leipzig, 1879.

Ranke V. E., Greiner (1904), Das Fehlergesetz und seine Verallgemeinungen durch Fechner und Pearson etc. *Arhiv f. Anthropologie*, N. F., Bd. 2 (30), pp. 295 – 332.

Yule G. Udny (1911), *Introduction to the Theory of Statistics*. London. С 11-го издания 1937 г. указан второй автор, M. G. Kendall. *Теория статистики*. М., 1960.

VIII

А. К. Поссе

Несколько слов о статье П. А. Некрасова *По поводу статьи академика Маркова* […]

Журнал министерства народного просвещения (ЖМНП),
июль 1915, с. 71 – 76 отдела *Современная летопись*

Инициалы А. К. Поссе и П. А. Некрасова мы не указываем. *Математический сборник* выписываем сокращённо: *Мат. Сб.*

В майской книге того же журнала напечатана статья Маркова [vi], содержащая критику плана преподавания теории вероятности в средней школе, принадлежащего П. С. Флорову и Некрасову и напечатанного с различными добавлениями в ЖМНП за февраль, март и апрель 1915 г.

Статья Некрасова в июльской книге [vii] написана в ответ на указанную выше статью Маркова, но направлена не только против него, но и против многих других математиков, *единомышленников* почтенного академика в вопросах, касающихся математики[1]. К числу таких *единомышленников* принадлежу и я, и считаю необходимым сказать несколько слов о статье Некрасова.

Статья эта изобилует всеми особенностями полемического стиля её автора, из которых я обращу внимание читателей на следующие две.

1. Некрасов любит поражать своего оппонента фразами, на вид очень глубокомысленными, а на деле весьма туманными, смысл которых или трудно уловить, или можно толковать по произволу.

2. Цитируя слова своего оппонента, он иногда их изменяет и приписывает ему то, что тот нигде и никогда не говорил.

Для примера приведу возражение Некрасова на замечание Маркова (с. 30 – 31 его статьи) относительно теоремы Пирсона. Марков говорит:

Это указание представляет также недопустимую путаницу понятий. Можно, конечно, говорить о приближённых и эмпирических формулах Пирсона, но никакой теории они не образуют. Некрасов предлагает искать теорему Пирсона на с. 519 своей <u>*Теории вероятностей*</u> *1912 г. Но, конечно, совершенно напрасно*[2].

Некрасов передаёт эти слова так [vii, с. 2 – 3]: *По словам Маркова* (*с.* 31 – 32) *указание на теорему Пирсона представляет невыразимую путаницу понятий*, так как будто бы *совершенно напрасно искать теорему Пирсона на с. 519 моей* <u>*Теории вероятностей*</u>.

Пропустив всю среднюю фразу в цитате, Некрасов изменяет смысл совершенно справедливого утверждения Маркова. Вопреки заявлению Некрасова, никто кроме него самого [vii] в указанном месте, да и ни в каком другом, *теоремы* Пирсона не найдёт по той простой причине, что таковой не существует. Если бы такая *теорема* существовала, то автор её бы сформулировал. Однако, он этого не делает, а только утверждает, что на с. 519 его книги есть *и условие, и вывод, и заключение* <u>*теоремы*</u>.

В дальнейшем мы встретим ещё более яркие примеры указанных мной особенностей стиля автора. Эти особенности делают полемику с ним совершенно бесплодной, и я не стал бы писать возражения на статью Некрасова, если бы меня к тому не побудило следующее обстоятельство.

В настоящей своей статье Некрасов делает попытку дискредитировать в глазах учителей и учеников средней школы целую школу математиков, представителями которой являются все петроградские профессоры (да и не только петроградские), и направить преподавание математики в средней школе на ложный путь. Обойти молчанием эту попытку я не считаю возможным, тем более, что она сделана на страницах официального органа министерства народного просвещения, который должен пользоваться авторитетом в педагогических кругах. Не полемике с Некрасовым посвящена моя заметка, а выяснению для учителей средней школы истинного характера тех взглядов на основные понятия математики, которых он держится и старается проводить в средней школе.

Я должен начать с весьма длинной цитаты из рассматриваемой статьи, где эта попытка особенно резко выражена. На с. 14 – 16 мы читаем нижеследующее:

Читатель, не знакомый с историей и философией математики, легко может подумать, что Марков знает то, чего не знают другие, знает учение, которое даёт полное и определённое (*без всякой путаницы, называемой* <u>*рассеянием*</u>[3]) *решение загадочных задач из области трансфинитной математики. Но на деле это учение, судя по возражениям Маркова, подобно учению ницшеанского Заратустры, и, судя по принятым им аксиомам, проповедует дурную индусскую теорию познания, превращающую трансфинитную реальность в иллюзию.*

В самом деле, из цитированных споров Маркова, оставивших след в т. 28 Мат. Сб., очевидно, что он не делает различия между двумя понятиями о бесконечно-малой величине[4]. *Эти понятия суть: потенциальное* (*как ожидания, вожделения, возможности*) *и актуальное* (*истинно-действительное*). *Марков считает различение того и другого злоупотреблением*[5], *а безразличие того и другого сводит к утверждению, что в пределе всякие бесконечно-малые величины по форме и существу вплотную достигают абсолютного нуля. Этим ирреальным пределом удовлетворились бы индусские йоги, считающие своё божество пустотой пустот, из которой всё выходит и в которую всё возвращается. Но ex nihilo nihil fit, положительная наука ни в каком случае не может помириться с такой теорией пределов, которая всё сводит к пустоте пустот или иллюзионизму.*

С этой позитивной точки зрения злоупотребление логикой тожества неразличимых[6] *всецело принадлежит Маркову и его единомышленникам. Учение Маркова соответствует дурной теории познания, от которой надо предостеречь учителей и учеников, что и сделал после раздумья умный профессор Сазиков, выведенный в Цертелевском рассказе* Великое открытие*. К несчастью для школы, дурная, математическая теория познания пустила глубокие корни в петроградских болотах, заволакивающих вредными испарениями действительные светила науки и её преподавания*.

Я намерен показать читателю, что приписываемая нам *теория* вовсе не такая плоха и вредна, как её старается представить автор, и что замена её некрасовской пользы средней школе не принесёт. Для этого надо посмотреть, чем эта *дурная теория* отличается от той, которой, по словам автора, держатся *светила науки и её преподавания*. Как видно из вышеприведённой цитаты, разногласие состоит в том, что мы не различаем *двух понятий о бесконечно-малых*, а *светила* их различают. По объяснению Некрасова, эти два понятия суть:

Потенциальное (*как ожидания, вожделения, возможности*) *и актуальное* (*истинно-действительное*).

Понимают ли это объяснение *светила* – не знаю, для нас же оно является только одним из примеров той особенности стиля автора, на которую я выше указывал. Развивая далее свою мысль, автор продолжает:

Марков считает различение того и другого злоупотреблением (?), *а безразличие того и другого сводит к утверждению, что в пределе всякие бесконечно-малые по форме и по существу вплотную достигают абсолютного нуля*[7].

Смею уверить, что ни Марков, ни кто-либо из его *единомышленников* ничего подобного нигде и никогда не утверждал и утверждать не мог. Приписанные автором Маркову слова представляют собой лишь один из ярких примеров второй из указанных мной особенностей полемического стиля Некрасова.

Сопоставим теперь сказанное здесь автором с тем, что он говорит в выноске на с. 15 своей статьи.

Определение бесконечно-малого, меня удовлетворяющее, содержится в книжке М. Г. Попруженко, Начала анализа (*Пг, 1913*)*. Такое же определение дано бесконечно-малому в курсе анализа Флорова* (*ещё не изданном*)*. Более краткие определения, взятые под особое покровительство некоторыми учёно-учебными инстанциями, я считаю недостаточными, а именно двусмысленно замалчивающими неодинаковость рода бесконечно-малых и возможность коренной ошибки применения тожества неразличимых*.

Автор не приводит текстуально ни одного из трёх упоминаемых им здесь определений, потому что в противном случае ему пришлось бы во избежание противоречий зачеркнуть сказанное им раньше. Действительно, определение, *удовлетворяющее* автора у Попруженко (с. 1) выражено следующими словами:

Переменное число называется бесконечно-малым, если, при некотором определённом процессе изменения этого числа, абсолютная величина его может сделаться и оставаться меньше всякого наперёд заданного положительного числа.

Это то, всем известное определение, которого придерживаются авторы, предпочитающие *сперва* определить бесконечно-малое переменное, а потом, пользуясь им, определить и *предел* переменного. Оно вполне удовлетворяет нас, сторонников *дурной* теории, но каким образом оно может удовлетворить Некрасова, когда в нём нет и помина *о двух понятиях о бесконечно-малых, потенциальном и актуальном*, остаётся его тайной.

Краткое определение, *взятое под особое покровительство некоторыми учёно-учебными инстанциями*[8], выражается так:

Переменное, имеющее пределом нуль, называется бесконечно-малым.

Это также общеизвестное определение, принятое теми авторами, которые сперва определяют *предел* переменного, а *потом*, пользуясь им, и бесконечно-малое. По существу оба определения, подробное и краткое, совершенно равносильны, а различие в формулировке является естественным следствием различия в порядке изложения.

Почему же второе определение не удовлетворяет Некрасова, удовлетворившегося первым, ему равносильным? Это также его тайна. Что же касается его возражения против краткого определения, *двусмысленно замалчивающего неодинаковость рода бесконечно-малых* и делающего возможной *коренную ошибку применения логики <u>тожества неразличимых</u>*, то это лишь новый пример одной из особенностей стиля автора.

В выноске автор упоминает ещё об определении, которое он нашёл в *неизданном* курсе Флорова. Благодаря любезности Некрасова, это определение и мне известно, но цитировать что-либо из неизданного произведения я не считаю возможным. Могу только сказать, что утверждать, будто определение Флорова *такое же*, как то, которое приведено у Попруженко, может только тот, кто первого не помнит, и только перед теми, кто этого определения не знает, и, может быть, никогда не узнает.

Не ясно ли теперь, от какой же из двух *теорий* надо предостеречь учителей средней школы? От нашей ли *дурной*, которая признаёт только одно понятие о бесконечно-малых, или некрасовской, которая, утверждая существование двух понятий, не может их определить общепонятным языком и удовлетворяется определением, в котором и следа от каких-либо двух понятиях не осталось?

Впрочем, разногласие между нами и Некрасовым гораздо глубже, чем можно думать на основании вышеизложенного.

Учение Маркова и его единомышленников, пустившее глубокие корни в петроградских болотах,

унаследованное ими от их знаменитого учителя Чебышева, требует не только в вопросах об основах математики, но и во всех её частях, не исключая и теории вероятностей, ясных определений, строгих доказательств, умения отличать теорему от эмпирической формулы, и избегает туманной метафизики. Учение Некрасова и его единомышленников, к счастью, немногочисленных, судя по настоящей его статье и многим другим его произведениям, с этими требованиями не считается и находит себе убежище в тумане метафизики.

Стоит только почитать то, что говорит Некрасов на с. 459 его статьи в т. 28 *Мат. Сб.* о своём взгляде на понятие о *пределе*, всуе призывая при этом имя Лагранжа, или то, что он говорит об иррациональных числах в предисловии к *Теории вероятностей* (1912), чтобы видеть, какую путаницу понятий внесло бы учение Некрасова в преподавание математики в средней школе, если бы ему удалось туда его ввести. Будем надеяться, что средняя школа будет ограждена от подобного рода посягательств.

Примечания

1. Эта оговорка могла намекать на известные резкие, и даже оскорбительные замечания Маркова.

2. У нас нет возможности просмотреть этот источник.

3. См. [vii, прим. 2.15].

4. Марков не причислял число нуль к значениям бесконечно малой (Шейнин 1993, Письмо Маркова № 3 в газету *День*), но впоследствии (Марков, Ляпунов и др., 1916, с. 72) объяснил её соображениями удобства и отказался от неё. И всё-таки, не имел ли он в виду указанное различие?

5. Чебышев не советовал студентам заниматься философией математики (Шейнин 2013, Прим. 1 к § 14.3), и возможно, что Марков был знаком с этим мнением, которое, впрочем, соответствовало его складу ума. Но представляется, что студентам было бы неплохо узнать о соответствующих примерах Некрасова.

6. Рассказ Цертеля (Церетели?) мы не нашли. Наконец, остались ли болота под Петроградом?

7. Это выражение явно неудачно и к тому же полностью противоречит тому же выражению в физике.

8. Почему не указать определённо, какие учреждения здесь автор подразумевает?

Библиография

ИМИ = *Историко-математические исследования*

Марков А. А. (1912), Отповедь П. А. Некрасову. *Мат. Сб.*, т. 28, с. 215 – 227.

Марков А. А., Ляпунов А. М. и др. (1916), Доклад комиссии по обсуждению некоторых вопросов, касающихся преподавания математики в средней школе. *Изв. АН*, т. 10, № 2, с. 66 – 80.

Сергеев А. А. (1994), Научная биография К. А. Поссе. ИМИ, т. 35, с. 64 – 95.

Соловьев А. Д. (1997), П. А. Некрасов и центральная предельная теорема. ИМИ, т. 2 (37), с. 9 – 22.

Чириков М.В., Шейнин О. Б. (1994), Переписка П. А. Некрасова и К. А. Андреева. ИМИ, т. 35, с. 124 – 147.

Шейнин О. Б., Sheynin O. (1993), Публикации А. А. Маркова в газете *День*, 1914 – 1915. ИМИ, т. 34, с. 194 – 206.

--- (2003), Nekrasov’s work on the central limit theorem. The background. *Arch. Hist. Ex. Sci*., vol. 57, pp. 337 – 353.

--- (2013), *Теория вероятностей. Исторический очерк*. Берлин. **S, G,** 11.

Юшкевич А. П. (1972), Дифференциальное и интегральное исчисление. В книге *История математики с древнейших времён до начала XIX в.* т. 3. М., ред. А. П. Юшкевич, с. 241 – 368.

IX

П. А. Некрасов

Ответ на возражения К. А. Поссе

Журнал министерства народного просвещения (ЖМНП),
1915, № 10, с. 97 – 104 отдела *Современная летопись*

Проф. Поссе [выступил с возражениями на мой ответ [vii] Маркову. Возражения Поссе [viii] содержат критику отвлечённых основных начал математики, во многом совпадающие с критикой Маркова.

Своё выступление Поссе оправдывает утверждением, будто бы я в этой статье делаю

Попытку дискредитировать (?) *целую школу математиков, представителями которой являются все петроградские профессора, да и не одни петроградские*.

Считаю долгом выяснить [разъяснить], что, выступая против *ошибок* академика Маркова, я нисколько не дерзал *дискредитировать ту или иную целую школу математиков,* но вынужден был защищать себя и некоторую группу математиков от *несправедливых оценок* моего оппонента, который ещё в 1892 г. начал эту свою переоценку *крупных авторитетов математики* (*Мат. Сб*., т. 16, с. 834 – 835) и теперь её продолжает.

Во вступительной части своих возражений Поссе бросает мне упрёк (с. 69) в *полемическом стиле* моего ответа. Но на полемику я был вызван полемикой моего противника, которому отвечал по долгу, заражаясь его *полемическим стилем*. Я точно цитировал статью моего оппонента, содержащую неточное освещение истинного смысла известных формул теории вероятностей, например, формулы Вандермонда[1] и Пирсона. Полемическое *единомыслие* Поссе и Маркова простирается до такой степени, что оба мои противника вопреки очевидности объявляют формулу (2), приведённую на с. 519 – 520 моей *Теории вероятностей* 1912 г., *эмпирической*, обвиняя меня и Флорова, будто бы в неумении *отличить теорему от эмпирической формулы* (с. 76).

Долг имею вторично удостоверить, что указанная приближённая формула Пирсона есть *дедуктивная*, а не *эмпирическая*, и что правда, ей выраженная, есть, вопреки утверждению Поссе, *теорема*, а не какой-либо другой вид истины. В самом деле, истинность этой формулы строго доказывается на основании данных условий *только* математикой, т. е. *независимо от опытов*, о диспозиции которых в условиях формулы говорится лишь гипотетически, как говорится об опытах в условиях теоремы Якова Бернулли. Формула Пирсона легко получается из чисто дедуктивной формулы Вандермонда, помещённой в классическом труде академика Буняковского.

Формулу Пирсона при желании можно поверять эмпирически, как и теорему Якова Бернулли или как теорему Пифагора, но истинность этой формулы имеет происхождение логическое, чисто дедуктивное из данных *твёрдых* определений[2]. Истина эта имеет следствием *видоизменённую* теорему Якова Бернулли, формулированную в книге Мейера, цитированной в статье Маркова, а сама она с полным правом может быть названа теоремой [Пирсона][2], каковое название и употреблено в программе теории вероятностей П. С. Флорова и моей (но не употреблено на с. 519 – 520 моей *Теории вероятностей*).

Этот пример неправильного освещения дела, имеющийся в выражениях Поссе, достаточен, чтобы видеть, что полемические эмоции глубоко захватили Поссе. Поэтому не стоило бы продолжать полемику, если бы дело не касалось оценки предметов государственной важности, при которой я не вправе уклониться от продолжения спора до полного выяснения ошибочности поссевской переоценки некоторых отвлечённых математических начал, предлагаемых учащимся для вытвёрживания.

Плодотворность начал теории пределов и дифференциального и интегрального исчисления обусловлена в среднем образовании прежде всего полнотой и связностью определения главных родов и видов дифференциалов переменных величин, независимых и зависимых. При этом должны быть приняты в соображение два различных типов изменений: изменение *сплошное* (непрерывное) и *несплошное* (прерывное). Здесь у признания основного значения этих двух видов изменения[3] зачинается резкое различие двух *первообразных* родов *исчезающих* дифференциалов: дифференциалы потенциальные, соответствующие изменению сплошных переменных и способные достигать *вплотную* абсолютного нуля (таково расстояние между зеноновской черепахой и вплотную достигающим её Ахиллесом), и дифференциалы актуальные, никогда не достигающие нуля в пределе, хотя и могущие стремиться к нулю неограниченно (такова длины стороны правильного n-угольника, вписанного в данный круг, при возрастании n до бесконечности).

Эта основная математическая классификация затемнена в началах Поссе, который в своих возражениях мне и в своём *Курсе дифференциального и интегрального исчисления* бесконечно-малую величину определяет так:

Переменная, имеющая пределом нуль, называется бесконечно малой.

Это недостаточное определение бесконечно-малой величины своей существенной недомолвкой скрывает вышеуказанную основную классификацию прерывных и непрерывных изменений величин, покрывая при истолковании эволюции различные роды бесконечно малых переменных предельным нулём и *тождеством неразличимых*.

Под сурдинку *тождества неразличимых* софисты ещё в древние времена делали такую переоценку основных начал исчисления бесконечно-малых, которая переворачивает идеи развития головой вниз, а ногами вверх. Потому-то ещё основатель дифференциального исчисления Лейбниц отверг принцип *тожества неразличимых*, относительно некоторых существ научного естествознания, а Ньютон, другой основатель того же исчисления, в отношении этих существ считал необходимым контроль научного опыта, как прямой, так и косвенный.

Универсальная конъюнкция (сопряжение, сочетание) непрерывных изменений с изменениями прерывными, даже катастрофальными (см. в книге С. А. Аррениуса *Система мира*) получила признание в научном естествознании со времён Кювье (1764 – 1832), знаменитого противника дарвинистического эволюционизма.

Аналогичная научная концепция вошла в экономическую теорию (см. А. Я. Антонович, *Основы политической экономии*. Киев, 1914, с. 193 – 224). Область прерывных связей исследуется с помощью номографических формул теории вероятностей и индуктивных экскурсий (questio facti). *Школа фактов*, имеющая своей прямой задачей проверять научно-философские отвлечённые спекуляции, превращая их в *рабочие гипотезы*, обязана учитывать с должным вниманием и весьма малые, но актуальные вероятности возможных событий, ибо эти весьма малые (даже бесконечно-малые) величины под влиянием *решительных фактов* практикой катастрофически (внезапно) *переучитываются* иногда сразу в 1, но чаще в абсолютный нуль.

В *школе фактов*, исследующей конъюнкцию прерывного с непрерывным, сомнение и доверие естественно дорастают до совершенного знания и *практического* признания. Поссе, говоря, что я не привожу ни одного из *текстуальных* определений родов бесконечно малых, объясняет это тем (с. 74), что в противном случае противоречия принудили бы *зачеркнуть* дуалистическую формулу определения бесконечно-малого и принять монистическую формулу Поссе, который *признаёт только одно понятие о бесконечно-малом*.

На самом деле это не совсем так, ибо я не привожу полных текстуальных определений родов бесконечно-малых переменных лишь в силу их *монографической* длинноты и указаний редактора, требующего переносить очень длинные определения в *специальные* журналы, где они уже есть и выражены *общепонятным языком*. Введения в анализ и мемуары, посвящённые этому вопросу, мной были процитированы в статьях (1915) и [vii], а вместе с тем были выставлены на вид *противоречия* (апории) и тот нулизм (пустота пустот), к коему приводит признание только одного понятия о бесконечно-малом.

Поссе, конечно, не желает делать опыта *сальто мортале* с арифметикой и началами анализа. Его взгляды на реформу программ математики видны из *Отзыва засл. проф. Поссе о предположениях, изложенных в резолюциях, принятых вторым всероссийским съездом преподавателей математики* (ЖМНП), в отчёте под общим названием *Теория вероятностей и математика в средней школе*.

Но Поссе своим недосказанным определением бесконечно-малого открывает возможность желающим делать рискованный эксперимент *сальто мортале* над головами учеников средней школы. Возражая на эти возражения. Поссе говорит:

Я намерен показать читателю, что приписываемая нам <u>теория</u> вовсе не так плоха и вредна, как её старается представить Некрасов.

И в подтверждение сказанного сближает своё вышеуказанное сбивчивое определение бесконечно-малого с другим определением, меня удовлетворяющим, которое содержится в книжке М. Г. Попруженко […]. Делая это сближение двух определений, Поссе пытается представить их равносильность, тождественность, но не замечает самой существенной разницы между ними, состоящей в том, что в определительной формуле Попруженко нет поссевского предельного нулизма. Напротив, в определительной формуле Попруженко явственно обеспечена полная возможность различить ту из двух первообразных пород бесконечно-малых переменных, которая не может в пределе *вплотную* достигнуть *абсолютного* нуля, но безгранично к нулю приближается.

Если Поссе принимает определительную формулу Попруженко, то пусть он отвергнет вышеуказанную свою определительную формулу как недостаточно резко отрицающую унитарность понятия об исчезающих величинах и ложный принцип тождества неразличимых. Но Поссе не желает поступиться унитарностью и предельным нулизмом своего понятия о бесконечно-малой переменной: *Оно вполне удовлетворяет нас*, говорит Поссе, ссылаясь на свой субъективный вкус.

Я лично в своих трудах давал лишь монографическое определение исчезающих прерывно изменяющихся величин, находящееся в связи с *асимптотическими* выражениями бесконечно удаляющихся членов сходящихся рядов и с другими видами функций безгранично растущего целого числа. Определение моё (1912, с. 459), не угодно вкусу Поссе, но оно прошло через горнило суждений учёного общества[4], а потому читатель может быть уверен в его истинности, полемический же стиль Поссе отнести на счёт его эмоций.

Своё определение Поссе называет *ясным*, но на самом деле его следует назвать только *кратким* по форме выражения, по существу же оно, прикрытое дымкой логики *тожества неразличимых*, является очень туманным. Как монистическое, оно, выключая из науки комбинационные моральные ценности так называемого параллелестического (дуалистического) миросозерцания (Г. И. Челпанов, *Введение в философию*. Пг, 1916) непосредственно ведёт к монизму *мировых загадок* Геккеля (1899). Станет ли Поссе защищать позицию, занятую этими *Загадками*?

В самом зародыше своей теории познания геккелевский монизм убивает понятия о единствах высшего порядка[5], о которых учит математика, не желающая в своих определениях изменить *истинным* классическим гуманитарным основам, направленным в сторону, прямо противоположную тому, что называется варварством, каннибальством, первородным грехом, с коим борется гражданская наука и христианская цивилизация[6] с единственной целью совершенствования человеческой породы (*Будьте совершенны, как совершенен Отец Ваш небесный* [Матфей 5:48]).

Начала высшего анализа, свои и академика Маркова, Поссе ставит под защиту авторитета академика Чебышева. Однако же, положительный, пытливый ум Чебышева не мог бы довериться логике тожества неразличимых, а потому высоко ценил опыты теории вероятностей и пробуждение духа научного исследования, пытливости и самодеятельности.

Поссе, вопреки моим ясным цитатам дозволяет себе бросить по моему адресу упрёк, что я *всуе призываю имя Лагранжа*. Так пусть же он обратит внимание на те многочисленные страницы *Мат. Сб*., в коих предел вероятности ΔP исчисляется мной как безгранично удаляющийся от начала член бесконечной лагранжевой строки[7]. Сверх того, чувствительная по точности оценка исчезающих в пределе погрешностей приближённого исчисления функций весьма больших чисел[8], в частности и вероятности ΔP как функции весьма большого числа, мной обычно производится также при помощи *ряда Лагранжа с дополнительным членом* в форме Коши – Дарбу. И именно это более изощрённое средство оценки исчезающих ошибок дало мне возможность доказать *чересполосицу* истинности и ложности формул исчисления вероятностей, выводимых по методам Бьенеме – Маркова.

Приписанный мной Маркову нулизм во взгляде на предел бесконечно-малой переменной сказался в его отрицании критики начал, содержащейся в приведённом мной (см. Предисловие к моей *Теории вероятностей*) примере парадоксального умозаключения, сближающее иррациональное $\sqrt{2}$ и ряд рациональных чисел a/b, стремящихся к $\sqrt{2}$. При рассмотрении этого примера, как известно, приходится оперировать с бесконечно малой переменной величиной $\delta = \sqrt{2} - a/b$, а для наглядности геометры оперируют измерением диагонали квадрата его стороной. В своих рассуждениях я прав именно потому, что величина δ есть в пределе актуальная, а не потенциальная бесконечно-малая переменная величина, *вплотную* достигающая *абсолютного* нуля. Мой же оппонент считает эти рассуждения *злоупотреблением*, т. е. не признаёт за величиной δ причитающейся ей актуальности. Однако же Поссе говорит:

Смею утверждать что ни Марков, ни кто-либо из его единомышленников ничего подобного не утверждали.

Но я должен сказать, что бывают *отрицательные утверждения* (не не – да), и такое именно утверждение я нахожу в полемических произведениях моего оппонента, из коих видны не только его *да*, но и *нет*, и его не не – да. Подобный пример утверждения найдётся ещё и в его полемической статье

Отповедь Некрасову (1912), где автор нападает на определение предельной вероятности ΔP как величины, которая стремится к нулю, но не достигает его вплотную.

В июльской моей статье [vii] помянуто, что некоторые учёно-учебные инстанции взяли под своё особое покровительство именно краткие определения бесконечно-малых, прикрывающие два первообразных различного рода бесконечно-малых принципом тожества неразличимых. Теперь Поссе спрашивает меня, *почему не указал определённо, какие учреждения здесь автор подразумевает*.

Прежде я не считал себя вправе сообщать по этому вопросу определённые сведения, ибо они относились к тому, что любезно сообщил мне Поссе в интимной личной беседе во время обмена мнениями о достоинствах и недостатках рукописного сочинения Флорова по анализу бесконечно-малых. Теперь же, ввиду поставленного самим Поссе вопроса, считаю должным разъяснить, что инстанция, покровительствующая чрезмерно кратким определениям бесконечно-малого, есть он сам, Поссе.

Примечания

1. Формула Вандермонда указывает важное свойство биномиальных коэффициентов. О. Ш.

2. Пирсон действительно вывел систему своих кривых *логически*, а не экспериментально, но никакой *теоремы* он всё-таки не сформулировал. О. Ш.

3. Основное значение этой классификации выяснено, между прочим, в двух очерках Н. В. Бугаева, в коих ранний (*Введение в теорию чисел*) был составлен им как вступительная лекция, прочитанная в Московском университете в шестидесятых годах прошлого века, а поздний (*Математика и научно-философское миросозерцание*) был прочитан в 1898 г. в Киеве на всероссийском съезде естествоиспытателей и врачей и повторен на международном съезде математиков. Оба очерка напечатаны во втором выпуске *Мат. Сб*. П. Н.

4. Марков заметил, что горнило научного общества могло означать лишь его вежливое умолчание. И как понять истинность определения? О. Ш.

5. Л. Ф. Магницкий, *Арифметика*, 1703. Издана по указу имп. Петра Великого. Н. В. Бугаев. 1) Математика и научно-философское миросозерцание (*Мат. сб.*, т. 25, № 2) и 2) Математика как орудие научное и педагогическое (актовая речь, произнесённая в Имп. Московск. Univер.). П. А. Некрасов (1902). Д. Д. Галанин, *История методических идей по арифметике в России* (М., 1915). П. Н.

6. Цивилизация всё же называется иудейско-христианской (единство Библии). О Ш.

7. Замеченное мной сходство интегральной формы вероятности ΔP с интегральной формой общего члена строки Лагранжа дало мне основание ещё в 1885 г. указать в диссертации на приложимость в теории вероятностей асимптотных методов исследования точных условий сходимости ряда Лагранжа и его обобщений (1885, с. 52). П. Н.

8. Термин *функция больших чисел* восходит к Лапласу (*Теория аналитической вероятности*, гл. 6). О. Ш.

Библиография

Марков А. А. (1912), Отповедь П. А. Некрасову. *Мат. Сб*., т. 28, с. 215 – 227.

Некрасов П. А. (1885), Ряд Лагранжа и приближённые вычисления функций весьма больших чисел. *Мат. Сб*., т. 12, с. 49 – 188 и т. д.

--- (1902), Философия и логика науки о массовых проявлениях человеческой деятельности. *Мат. Сб.*, т. 23, с. 463 – 600.

--- (1912), Общий основной метод произвольных функций […]. *Мат. Сб.*, т. 28, с. 351 – 460.

--- (1915), Теория вероятностей и математика в школе. ЖМНП, раздел *Современная летопись*, в №№ 2, 3 и 4.

Haeckel E. (1899), *Die Welträtsel. Gemeinverständliche Studien über monistische Philosophie*. Геккель Э. (1906), *Мировые загадки*. *Популярные очерки монистической философии*. Либроком, 2012.

X

Р. Мизес

Позитивизм

R. von Mises, *Positivism*. Cambridge, 1951. Перевод с немецкого (1939). Переводчики J. Bernstein, R. G. Newton с участием автора

Мы перевели основные выводы автора о предшествовавших классиках науки и его рассуждение о теории вероятностей

С. 105. Классическая аксиоматика Евклида и Ньютона, которая долгое время считалась образцом для создания любой отрасли точных наук, характерна трудно уловимой путаницей на самом деле не независимых явных определений и недвусмысленных постулатов.

С. 108. Аксиоматика геометрии Гильберта строго выдерживает тот принцип, который означает, что элементарные понятия должны определяться самими аксиомами. В частности, она указывает на роль аксиом параллельности и непрерывности.

С. 112. Гильберт:

Я думаю, что всё, что вообще может быть объектом научной мысли для создания теории, как только оно созреет, попадает в объятия аксиоматического метода и таким образом косвенно в объятия математики. Под знаменем аксиоматического метода математика, видимо, предназначена играть решающую роль в науке.

С. 113. Мизес:

Аксиоматическую формулировку дисциплины можно в каждом периоде времени считать высшим уровнем научного представления. Но следует помнить, что это лишь форма, которую можно принять во внимание только после того, как станут известны основные соотношения. И кроме того сами логические требования, которым должны удовлетворять аксиомы, подвержены изменениям.

С. 166 – 171.

Субъективная или *логическая* теория вероятностей, которую предпочитает философская школа, тщетно пытается отыскать основу измерения вероятности, отличную от частоты появления изучаемого события. Без ссылки на частоту невозможно даже пояснить равную вероятность различных случаев.

Исчисление вероятностей. В рамках позитивистских идей науки существуют два возможных подхода к обращению с такими общими понятиями как вероятность. Прежде всего, мы можем исследовать, что означает *вероятность* и подобные выражения повседневного языка, включая язык неспециализированной научной литературы. С другой стороны, мы можем попытаться построить точную теорию, которая послужит для описания множества фактов, указываемых этими обычными выражениями.

Но проблема здесь заключается в том, что философская школа считает важным только то, что к нам не относится, а именно отыскание *истинной и действительной сущности* вероятности, выявление её *чистой идеи*, которая предположительно где-то существует и как-то упрятана в несовершенных выражениях повседневного языка.

При обсуждении причинности мы были вынуждены ограничиться первым подходом, потому что не знаем ни одной специальной дисциплины, в которой общее понятие причинности играет особую роль. Но, например, всю физику целиком (чьё отношение к идее причинности и вероятности мы обсуждаем в следующей главе) мы не относим к подобным дисциплинам.

В различных приложениях понятия вероятности положение несколько отличается. Конечно же, нет никакой области человеческой жизни, в которой обычно не применялись бы такие выражения как *предположительно, вероятно, весьма* или *вряд ли вероятно*. Упоминают даже вероятности прошедших событий, т. е. смутно думают о частоте, с которой подобное событие произошло бы как следствие известных и неоднократно происшедших предположений.

Но было бы бесполезно пытаться представить подобные высказывания в виде точной теории. Каждодневный язык просто неточен. В нём нет строгих соглашений о корреляции (гл. 3), и тщетно отыскивать *точное* значение фразы (которая могла бы вполне согласовываться с правилами обычного языка). Пример: менее вероятно, что в следующем году вспыхнет война, чем что в течение того же времени произойдёт землетрясение.

Но существует особая область опыта, в которой со всеми идеями, связанными с частотой и сходными понятиями, а следовательно и с вероятностью, очень легко можно обращаться с более высокой точностью. Это область массовых явлений и повторяющихся событий. Более всего здесь известна простая и повторяющаяся азартная игра, например, игра в кости. Выражение *все шесть граней некоторой игральной кости выпадают с равной вероятностью* имеет сравнительно точное значение: при непрерывных бросках каждая грань в среднем выпадает одинаково часто. С математической точки зрения выражение *в среднем* следует определить более точно. Но ясно, что в событиях подобного рода не существует особого источника неопределённости и отсутствия точности (иначе: нет подобного свойства вероятности, понимаемой в жаргонном смысле).

Во-первых, довольно легко можно установить, какие события должны предшествовать наблюдённому результату: кость надо вложить в чашечку; чашечку надо встряхнуть; и кость надо вытряхнуть из неё. Во-вторых, всё это можно легко повторять так часто, как угодно и почти без изменений. И в третьих, влияние каждого испытания (т. е. появления определённой грани) определяется однозначно. Эти обстоятельства образуют основу точной теории вероятностей, которую обычно называют *исчислением вероятностей*.

Ясно, что такая теория может относиться только к небольшой части тех событий, к которым на обычном языке прикладывается термин *вероятно*. Это теория определённого класса массовых наблюдаемых явлений, а именно класса массовых явлений и повторяющихся событий в том же смысле, в котором термодинамика это теория явления теплоты. И ничего из сказанного не имеет никакого отношения к поискам *истинного смысла* слова *вероятность*.

Из всех случаев, где используются различные вероятностные выражения общежития, можно выделить их специальную группу, для которой возможно придать точное значение понятию вероятности. Это начальная точка так называемого исчисления вероятностей, которое после этого становится точной теорией массовых явлений и повторяющихся событий в том же смысле, в котором механика это теория явлений движения, а геометрия – теория явлений пространства.

Предельное значение частоты. Полезно было бы дополнительно рассмотреть несколько подробнее переход от смутного понятия вероятности в обычном языке к точной теории повторяющихся событий, а затем к исчислению вероятностей.

Первое затруднение состоит в придании точного значения словам *частота* или *средняя частота* появления события. Здесь существует определённая аналогия в других областях точных наук. Например в механике определяется скорость и удельный вес[1]. Скоростью мы неточно называем отношение перемещения частицы ко времени, которое при этом прошло. Но какое перемещение, и какое время следует принять, если желательно уточнить скорость падающего тела при его попадании на землю?

Аналогично, удельный вес (или плотность), грубо говоря, это вероятность смерти Джона Смита. Кто думает, что *истинное*, а потому однозначно определяемое число можно отыскать, если включить в определение класса[2] как можно больше качеств Джона Смита, то никакого результата не будет: *все* его качества определяют только одно лицо и всякая возможность вычисления частоты исчезает.

Кроме теоремы сложения вероятностей взаимоисключающих событий в коллективе исчисление вероятностей нуждается в *правиле умножения*[3]. Это правило утверждает, к примеру, что вероятность выпадения пяти и шести очков подряд равна произведению вероятностей этих результатов.

Для вывода закона произведений, который выражает хорошо известный эмпирический факт в достаточно общей форме, следует подчинить коллектив[4] дополнительной аксиоме кроме той, которая требует существования предельного значения частоты. Эта вторая аксиома требует, чтобы последовательность различных результатов испытаний в коллективе была в определённом смысле *случайной*. Это требование можно уточнить: в подпоследовательности всех испытаний, выбранной без знания их результатов, предельные значения частот различных возможных результатов должны совпадать с результатом всей последовательности, образующей коллектив.

Эмпирический факт, выражаемый *аксиомой случайности* в идеализированной форме, означает, что в неограниченно продолжающейся азартной игре, например, рулетке, практически невозможно изменить шансы выигрыша вычисленным выбором ставок, т. е. так называемой системой игры[5]. В математической (тавтологической) теории[6] возражения были вначале направлены против этой формулировки аксиомы случайности. Затем, однако, в результате работ А. Вальда, А. Х. Коупленда и У. Феллера было успешно обосновано исчисление вероятностей, основанное на этих двух аксиомах, т. е. на существовании предельной частоты и случайности последовательностей.

Наконец, наша идея указывает на аналогию сути проблем исчисления вероятностей и рациональных теорий в других областях. В соответствии с классической точкой зрения, выраженной Лапласом, и позднее безоговорочно принятой Пуанкаре (1896), непосредственная цель теории вероятностей состоит в вычислении вероятности любого события, допускающего описания. Но сегодня никто не утверждает, что цель геометрии состоит, например, в определении расстояния между двумя хорошо описанными точками на поверхности Земли. Скорее представляют себе, что геометрия имеет дело только с *соотношениями* между величинами в пространстве и показывает, как вычислить сторону треугольника, если известны две другие его стороны и т. д[7].

Таким образом, рациональная теория вероятностей обосновывает возможность вычисления неизвестных вероятностей только по известным вероятностям. Общую проблему можно сформулировать так: вероятности в некоторых исходных коллективах считаются известными; пользуясь теоремами, тавтологически получаемыми из аксиом, можно будет вычислять вероятности в определённых выведенных коллективах. В предыдущем примере на теорему сложения исходный коллектив состоял из результатов игры в кости, т. е. из последовательности чисел 1, 2, …, 6; конечным коллективом была последовательность *чётных* и *нечётных* чисел. Если шесть вероятностей $p_1, p_2, \ldots, p_6$ исходного коллектива заданы, то вероятности в конечном коллективе определяются суммами $(p_2 + p_4 + p_6)$ и $(p_1 + p_3 + p_5)$.

Основываясь на понятии коллектива и двух аксиомах, т. е. на существовании предельной частоты и случайности последовательности результатов, можно выстроить согласующуюся математическую теорию вероятностей. Она, подобно имеющей место в геометрии, механике и т. д., образует точную рациональную теорию массовых явлений и повторяющихся событий.

Нарушения границы. Хорошо известно, что люди часто стараются применять теорию, раз уж она определённым образом признана и доказала вою пользу, далеко за пределами её обоснованности. Если подобная попытка относится к тому, что мы (гл. 3, 1) назвали *изменением применений*, то она закономерна и может привести к полезным изменениям в науке. Но часто эти попытки являются чрезмерными. […]

В исчислении вероятностей всегда существовала сильная склонность нарушить её границы. Эта склонность получила новый толчок с тех пор, как понятие частоты становилось всё более господствующим. Из прежних примеров мы упомянем попытку Лапласа вычислить преимущества и недостатки монархического и республиканского правления; попытку математика Маркова определить правдоподобие Библии[8] […]. И для всего этого должны были служить формулы исчисления вероятностей! […]. Предпосылки для применения точных вероятностных понятий ни в коей мере не были соблюдены.

Примечания

1. Чуть ниже Мизес уточняет: удельный вес или плотность. Но почему им (ей) занимается механика, т. е. (см. предыдущий раздел) теория явлений движения? Наконец, Мизес так и не объяснил, в чём трудность определения удельного веса.

2. Мизес упомянул *класс* в предыдущем разделе.

3. Чуть ниже это правило названо *законом*.

4. Вот определение коллектива (Mises 1964, pp. 11 – 12): *Длинная последовательность идентичных наблюдений, приводящих к определённым численным результатам и удовлетворяющая двум аксиомам* …

5. Пусть после каждого кона игры игроки могут изменять свои ставки (в зависимости от своих результатов). Игрок, который заранее определяет, как именно он будет изменять свою ставку, тем самым устанавливает *систему* своей игры.

6. Каждая теорема тавтологична, потому что утверждает только то, что было заложено в её предпосылках. Так заметил, кажется, Гёте.

7. Это *и т. д.* недостаточно определённо. Следовало бы всё-таки предварительно добавить: *и угол между ними*.

8. На самом деле Марков *с крайним сомнением* относился к рассказам о невероятных событиях в древности. В феврале 1912 г. он подтвердил этим мнением своё ходатайство перед Синодом об отлучении от церкви. Впрочем, его только посчитали *отпавшим* от церкви (Шейнин 2007). Аналогичного мнения придерживался Лаплас (1814/1999, Третий принцип теории вероятностей).

Библиография

Колмогоров А. Н., Kolmogorov A. N. (1963), On tables of random numbers. *Sankhya*, vol. A25, No. 4, pp. 369 – 376.

Хинчин А. Я. (1961), Частотная теория Мизеса и современные идеи теории вероятностей. *Вопр. философии*, 15-й год, № 1, с. 92 – 102; № 2, с. 77 – 89.

Шейнин О. Б., Sheynin O. (2007), Markov: Integrity is just as important as scientific merit. *Z. f. Geschichte u. Ethik der Naturwissenschaften, Technik u. Medizin*, Bd. 5, pp. 289 – 294. **S, G,** 29.

Laplace P. S. (1814, франц.), *Опыт философии теории вероятностей*. Анонимный русский перевод 1908 г. перепечатан: Ю. В. Прохоров, редактор, *Вероятность и математическая статистика. Энциклопедия*. М., 1999, с. 834 – 863.

Mises R. von (1964), *Mathematical Theory of Probability and Statistics*. Редактор и автор добавленного материала Hilda Geiringer. New York – London.

Poincaré A. (1896 и последующие издания; франц.), *Теория вероятностей*. Ижевск, 1999.

XI

Ханнелора Бернхардт

Берлинский период в жизни Рихарда фон Мизеса

Hannelore Bernhardt, Richard von Mises in seiner Berliner Zeit.
В брошюре L. Danneberg и др., редакторы,
Hans Reichenbach und die Berliner Gruppe.
Braunschweig – Wiesbaden, 1994, pp. 101 – 112.

[Предисловие.] Мизес несомненно принадлежит к мысленному полю работ Ганса Рейхенбаха. Оба учёных посвятили существенную долю своих научных работ новому, расширенному обоснованию теории вероятностей, оба много лет (Мизес более десяти лет) преподавали в Берлинском университете. После захвата власти фашистами в 1933 г.[1] им начали угрожать расистские преследования, и оба покинули свою работу и устроились в Стамбульском университете.

Всё это обосновывает некоторые замечания по биографии Мизеса и особенно по его деятельности в Берлинском университете, равно как и попытки сопоставления подходов Мизеса и Рейхенбаха к теории вероятностей[2].

1. Рихард фон Мизес по меньшей мере известен математикам и физикам прежде всего тем, что с точки зрения эмпирического естествознания он критически продумал лапласово[3] априорное определение вероятности, и предложил новое теоретическое обоснование теории вероятностей.

Тем не менее, труды Мизеса в этой научной области вовсе не занимают главного места в его деятельности в целом. Кроме прочего, он обстоятельно занимался техническими проблемами воздухоплавания и машиноведения; пограничными слоями, теориями упругости и пластичности; устойчивостью; методами численного интегрирования дифференциальных уравнений и практическим геометрическим конструированием (?); изучал математическую и физическую статистику (особенно статистику населения); но также интересовался философскими проблемами, которым посвятил объёмистую книгу.

Рихард Мартин Эдлер фон Мизес[4] родился в семье инженера 19 апреля 1883 г. В 1901 – 1906 гг. он учился математике, физике и машиноведению, после чего стал ассистентом Георга Гамеля в Брно. В июле 1908 г., снова в Вене[5], защитил докторскую диссертацию и в том же году стал внештатным доцентом машиноведения и конструирования машин. В 1909 г. Мизесу предложили профессуру по прикладной математике в университете Страсбурга [1].

В течение первых месяцев мировой войны Мизес начал добровольно служить в военной авиации. Его подготовку финансировал так называемый фонд Пожертвований на национальную авиацию, и он получил права на полёты № 500. Его практическому опыту видимо в известной мере способствовали его теоретические труды, хотя пилотом он был лишь *в первый месяц войны* [2].

В соответствии с условиями перемирия 11 ноября 1918 г., Германия, в частности, покинула захваченную территорию, включая Эльзас-Лотарингию, и Мизес, как и другие преподаватели, не смог продолжать свою педагогическую работу в Страсбургском университете[6].

Какое-то время он не представлял себе своего будущего, однако 10 февраля 1919 г. философский факультет Белинского университета *срочно* попросил министерство народного образования, искусства и науки,

Тотчас же поручить экстраординарному профессору Страсбургского университета Рихарду фон Мизесу затребованную факультетом должность по прикладной математике, временно отказанную по финансовым соображениям [3].

Мизес поэтому принял учреждённую кафедру сопротивления материалов, гидро- и аэродинамики дрезденской Высшей технической школы[7]. Позднее хлопоты с устройством нового ординарного профессора [самого Мизеса] прикладной математики, а затем с учреждением Института по той же специальности в Берлинском университете, увенчались успехом в 1920 г.

Уже 10 июня 1918 г. философский факультет направил подробную просьбу министру по религиозным и учебным вопросам [4]:

В последние годы перед войной с развитием техники происходило дальнейшее внедрение в практику математических методов, и в первую очередь во время войны немыслимо возросла необходимость в практически и теоретически подготовленных математиках.

Генеральному штабу они были нужны в связи с проблемами картографии, топографии, искусству отображения; в артиллерии потребовалась комиссия для проверки [решения] *задач баллистики; статистических и аэродинамических вычислений в авиации и т д. Прикладная математика в крупных университетах должна быть полноценно представлена, тем более, что новый порядок проверки кандидатов на высшие педагогические должности, в отличие от прежнего порядка, требует от кандидатов способности преподавания математических упражнений в вычислениях и черчении в объёме математики первой ступени. Преподавание математики уже не доверялось доцентам, требовался новый ординарный профессор, который, с одной стороны, предохранял бы университетское образование от теоретической односторонности и тем самым оплодотворял бы её, и, с другой стороны, занимался бы и математической практикой, время для которой будет предоставлено.* […]

У студентов университетов неоднократно встречается предубеждение в том, что прикладная математика является второстепенной дисциплиной, так что посвящать ей все свои *силы не требуется. Для возникновения новой традиции на ведущие должности нужны значимые личности, которые привлекут студентов, а их прежняя деятельность станет гарантией учреждения нового центра*. […]

В качестве нового ординарного профессора, притом главы учреждаемого института, философский факультет предложил Мизеса. *Берлинский период в жизни Мизеса* включал также его деятельность в *золотые двадцатые годы*[8]. Ввиду общего положения страны развитие его института отчётливо указывало, что те годы вовсе не были такими уж *золотыми*. Институт, о котором он вдохновенно заботился, испытывал затруднения с материалами и финансированием, и забота Мизеса по меньшей мере частично означала борьбу за его существование.

Документы института содержат многочисленные просьбы о финансовом обеспечении закупок приборов, книг и журналов, оплаты сотрудников и обслуживающего персонала. Когда министерство перестало помогать, Мизес обратился в Общество немецкой науки, помогающее в случаях бедственного положения, с конкретным пояснением задач своего института [5]:

Прежде всего, мы должны способствовать основательной практической подготовке обучающихся. Нам следует ввести четырёхсеместровый практикум для обучения численным, графическим и инструментальным методам прикладной математики. Во вторую очередь сотрудники института должны выполнять более значительные научные работы, при которых могут быть применены его вспомогательные средства. Наконец, предусматривается проведение более серьёзных вычислений по просьбе представителей либо прикладных наук, либо промышленных кругов. […]

Но вначале просьба была отклонена, притом сравнение с положением в других странах не помогло Мизесу [6]:

По общему суждению, развитие происходит таким образом, что прикладное направление математики приобретает всё большее значение, а именно, в англосаксонских странах, а также в России оно серьёзно принимается во внимание[9].

Уже в первый год работы Института Мизес составил *Набросок учебного плана по прикладной математике*. Её следовало изучать одновременно или до чистой математики (четыре семестра) в качестве предпосылки, притом раздельно: на лекциях, практических занятиях и на упражнениях в семинарах [7].

В начальных практических занятиях заинтересовалось 60 человек, но в течение нескольких семестров это число удвоилось. Мизес [8] смог сообщить министру:

Многие высшие учебные заведения в стране и за рубежом последовали примеру впервые созданного здесь практикума по математике[10].

Сам Мизес проводил в среднем еженедельно шесть лекционных часов. При вступлении в должность он поставил условием иметь ассистента, вначале внепланового. В 1923 г. ассистент стал плановым, а в 1928 г. Мизес смог назначить его оберассистентом. Впрочем, почти всё время эту должность занимала Хильда Поллачек-Гейрингер, которая впоследствии стала его женой.

Основные по числу и темам публикаций исследования Института появились в 1920-е годы, и главным образом они относились к теории вероятностей, затем к теориям упругости и устойчивости, аэро и гидродинамике. В начале 1930-х годов период успешного развития Института прикладной математики закончился не только ввиду всё более сокращаемых и без того скудных финансовых ассигнований, но прежде всего, поскольку сам Мизес и Поллачек-Гейрингер как не-арийцы должны были покинуть свою многолетнюю деятельность. Последовало приглашение Мизеса в Стамбульский университет для принятия профессуры по чистой и прикладной математике и основания математического института. Поллачек-Гейрингер уехала в Брюссель, но в 1939 г. они оба эмигрировали в США. В 1943 г. Мизес стал профессором аэродинамики и прикладной математики в Гарварде. Он умер в Бостоне 14 июля 1953 г.

Во время своих берлинских лет, поскольку это видно в сохранившихся документах, он публично не занимался политическими проблемами. Но в своём последнем письме факультету он написал [9]:

Должен выразить факультету, членом которого я был в течение 27 семестров, глубокое чувство благодарности за всё то, за что отдельный человек обязан подобному органу. Заканчиваю искренним пожеланием, чтобы будущее могло подарить факультету то, что достойно его прошлого.

Представляется, что Мизес по крайней мере мог предчувствовать изменение тогдашнего политического развития и склонился к напоминанию о достойных традициях факультета.

В своём ответном письме [10] факультет обобщил высокое мнение о нем его научных коллег:

С глубоким сожалением я получил Ваше сообщение, и я убеждён, что факультет согласен со мной. При нынешнем положении вещей мне представляется, что любое обращение в министерство с просьбой оставить Вас окажется бесполезным, и вообще мы не должны препятствовать Вашему желанию […].

В своей педагогической деятельности, а также в управлении научной работой в качестве проканцлера и декана и основателя и многолетнего руководителя комитетов по народному хозяйству и социальному обеспечению, и как доверенного лица факультета, Вы неизменно и образцово брали на себя заботы, от выполнения которых зависел успех самоуправления науки. […]

Таким образом, дальнейшее пребывание своего еврейского коллеги Мизеса факультет считал невозможным и неразумным.

2. Первые работы Мизеса по исчислению вероятностей в 1918/1919 гг. были побуждены трудами его многочисленных предшественников и имели целью заново обосновать исчисление вероятностей. Применение созданного Лапласом понятия вероятности было невозможно, если невозможен был возврат к равновероятностным событиям или если таких событий было бесконечно много[11].

В то же время имелся опыт длительного развития и расширенного применения математической статистики[12]. Колебания относительной частоты около постоянного значения, которые принимались за оценку вероятности, были известны и в статистике населения, и в опытах по подбрасыванию монет[13]. И это изученное поведение относительных частот было нетрудно принять за исходное начало теоретико-вероятностного понятия, из которого можно было наглядно и понятно выводить известные в то время теоремы исчисления вероятностей. Основным понятием в теории Мизеса является, как известно, коллектив, которое он впервые[14] ввёл в 1919 г.:

Пусть e_1, e_2, … будет бесконечной последовательностью мыслимых предметов, которые называются *элементами*. Каждому из них должна быть придана определённая система *к* действительных значений $x_1, x_2, \ldots, x_k$ в качестве признака или точки в k-мерном пространстве признаков. Подобную последовательность элементов Мизес назвал коллективом *к*, поскольку (?) для придачи признака отдельным элементам достаточно два требования, которые иногда называются аксиомами.

Требование № 1 постулирует существование предельных значений: пусть А – произвольное множество точек пространства признаков и N – число первых элементов последовательности, чьим признаком служит точка из А. Тогда для каждого А существует предельное значение [11]

$$\lim (N_A/N) = w_A,\ N \to \infty.$$

Это значение Мизес определил как *вероятность появления некоторого признака из* А *в коллективе к*. Из подобного определения коллектива и соответствующего определения вероятности следует, что вероятность действительного числа в замкнутом интервале [0, 1] ist eine für alle Punktmengen des Merkmalraumes definierte additive Mengenfunktion, bzw. Maßfunktion, für die *jede Punktmenge Meßbarkeit besitzt*. Мизес не сразу осознал, что без ограничений его определение неверно, что послужило исходной точкой позднейшей дискуссии.

Для достоверного события $w_A = 1$ и равно нулю для невозможного события, что непосредственно следует из определения вероятности. В отличие от других попыток аксиоматизации начала XX в. здесь не нужно было вводить никаких дополнительных предположений.

Требование № 2 ограничивается постулируемой беспорядочностью построения коллектива. Пусть А и В – два непересекающихся множества точек пространства признаков, а предельные значения w_A и w_B отличны от нуля. Если из последовательности всех элементов *к* исключить все те элементы e_i, для которых соответствующие x_i не принадлежат ни к А, ни к В, и из оставшейся бесконечной последовательности случайно выбрать подпоследовательность, то в ней будут существовать предельные значения w'_A, и w'_B, причём [12]

$w'_A/w'_B = w_A/w_B$.

Не приводя дополнительных указаний, Мизес говорил о *случайном выборе*, который *без упоминания расхождений между признаками приводил к бесконечной подпоследовательности отброшенных элементов*. Это высказывание также стало исходным началом горячих споров о возможности беспорядочности, а потому и о существовании коллектива.

Мизес воспринимал исчисление вероятностей как математическую естественную дисциплину, объектами которой были не количества, как это формализуется в понятиях математики[15], а как идеализацию реальных явлений, например, результатов наблюдений. В этом смысле его труд об основах исчисления вероятностей предусматривал, что оно является *естественной наукой того же вида, как геометрия или теоретическая механика*. Цель этого исчисления –

Воспроизведение связей и зависимостей определённых наблюдаемых явлений, но не как точного портрета внешнего мира, а как его идеализированной абстракции. Оно должно исходить из логически однозначного построения с решающим учётом изображаемых объектов внешнего мира. Но раз уж это выполнено при помощи системы аксиом, то чисто дедуктивно выводятся результаты, и только их применение к предметам опыта решает, является ли теория практически применимой [13].

В своих первых работах по указанным проблемам Мизес надеялся на требуемое *однозначное обоснование исчисления вероятностей в качестве <u>математической дисциплины</u>*; он так и назвал это исчисление в предисловии к своему учебнику (1931) (*математическая естественная наука*) и повторил своё утверждение много позже.

Он снова и снова сравнивал исчисление вероятностей с теоретической механикой, математическими теориями электричества и упругости, которые *являются* не просто тензорной алгеброй. Очевидно именно потому и сравнивал, что в массовых случайных явлениях (как и в явлениях природы в названных ветвях теоретической физики) специфические подозреваемые и эмпирически узнаваемые закономерности (которые лежат в основе его понятия коллектива, как и сходимости относительной частоты к предельному значению, т. е. к вероятности), оказались *исходным явлением теории вероятностей* [14].

Вероятность выпадения грани кости (или сочетания граней) двух костей, как пояснил Мизес, является *физическим свойством* наравне с весом, коэффициентами теплопроводности и электропроводности и т. д.

[3] Этой же темой и прежде всего основам исчисления вероятностей, длительное время занимался Рейхенбах, иногда очень напряжённо. Уже его диссертация (Эрланген, 1915) *Понятие вероятности как математического описания* *действительности* была посвящена этой проблеме. Он [15] исходил из того, что понятие вероятности должно иметь объективное значение, а не быть просто *субъективным ожиданием, которое не имеет никакого отношения к миру реальных предметов*.

Рейхенбах ввёл функцию вероятности [$\varphi(x)$] (её самуЮ он явно не определил) и применил её к задачам азартных игр и к так называемой мысленно сконструированной машине вероятности:

Мы называем функцией вероятности […] *функцию, интегрируемую по Риману и совместно с осью Ox ограничивающую конечный кусок плоскости, если она подчиняется ряду N повторений таким образом, что отношение числа h значений в интервале a, b, к общему числу N, т. е. дробь h/N, с возрастанием N стремится к интегралу*

$$\int_a^b \varphi(x)dx\,.$$

У философского мыслителя[16] очень скоро возник вопрос: существует ли такая вероятность? Можно наблюдать конечное число событий и высказываться об их распределении. *Численное выражение частот* в конце концов приблизится к интегрируемой функции, специальная форма которой должна быть установлена опытом.

Но вообще подобные высказывания позволительны после произвольно большого числа случаев, и никакой опыт здесь не поможет [16].

И поэтому, чтобы ответить на свой вопрос, т. е. математически обосновать приближение *численного выражения частоты* к интегрируемой функции, притом совсем не так, как впоследствии Мизес, Рейхенбах обратился к философии Канта (в которой вероятность, разумеется, не встречается) [17]:

Необходимость подобной закономерности допускает лишь заглядывание в окончание, которое поэтому называется априорным синтетическим суждением. Закономерность нельзя вывести логически из других основных положений, и имеет место метафизический принцип познания природы.

Пауль Хензель, один из двух долго отыскиваемых референтов диссертации, которую Рейхенбах защищал 2 марта 1915 г., также исходил из того, что исследование о вероятности интересно не только математически, но существенно интересно и философски.

Философия видимо проще всего может уточнить, является исчисление вероятностей лишь средством определять границы нашего познания, или же вопрос в том, чтобы признать за вероятностью объективный фактор, который вносит количественный элемент в наше исследование действительности. Автор [диссертации] *становится на вторую точку зрения и даже идёт настолько далеко, что при нашем познании природы склонен признать за вероятностью ту же роль, что и каузальности.*

Но Хензель не убеждён в этом, и *понятие объективной возможности* представляется ему невозможным. И всё же он добавляет, что точка зрения фон Криса *всё ещё устойчива* и в противоположность подчёркнутой объективности Рейхенбаха вносит вероятность.

Думается, что Хензель не понял ни Криса, ни в дальнейшем и Рейхенбаха. В отличие от Штумфа[17], который сводил понятие вероятности к субъективной степени ожидания события, Рейхенбах имел в виду эмпирический *принцип свободного пространства* (Spielraum) и полагал, что тем самым установил объективную меру степени ожидания события. Рейхенбах критически заметил, что у фон Криса принцип свободного пространства не требует никакого дальнейшего обоснования или пояснения и призывает обосновывать этот принцип, как *объективный закон природы*.

Хензель закончил свой отзыв в том смысле, что в диссертации *высказана такая проницательная точка зрения*, *такое совершенное наставление для проведения доказательств*, что он должен считать её *существенным научным достижением* [18].

Таким образом, и Мизес, и Рейхенбах придерживались мнения об объективном характере вероятности самих естественных процессов (и не только находящихся на границе нашего познания), но с разных исходных позиций и потому различным образом обоснованным. Мизес, как сказано выше, рассматривал исчисление вероятностей как математизированную эмпирическую естественную науку, а своё понятие вероятности считал отображением реального поведения относительных частот при достаточно длинных рядах наблюдений. Рейхенбах, однако, основывал понятие вероятности философски, ка*к расположенной рядом с каузальностью*, что также было указано в отзыве.

В соответствии с позднейшим развитием науки статистические закономерности в природе существуют объективно, а динамические закономерности (включающие каузальность как односторонне направленной в некоторой степени линейной формы последней) предпочтительней динамической закономерности, т. е. её, статистического, специального пограничного случая[18]. Это доказывает, что Рейхенбах прозорливо указывал путь в будущее.

Для примыкания своего понятия вероятности к действительности Рейхенбах должен был в известной степени воспользоваться одним из равноценных истолкований частоты[19], которое ссылается на плотность вероятности и потому ограничивается непрерывными функциями распределения[20], т. е. принять существенно более специальную форму, чем у Мизеса, и также менее строго и более узко обоснованную.

В отзыве на математическую часть диссертации Рейхенбаха, на которую, как сообщил Макс Нётер[21], Хензель обратил особое внимание, было сказано, что содержание диссертации по меньшей мере наполовину математическое, поскольку в ней обсуждается многократно рассмотренная за столетие проблема о необходимости введения функции вероятности, чтобы установить математическую теорию для результатов наблюдения очень большого числа повторений события.

Соискатель присоединился к хорошо ему знакомым предшественникам.

Он неизменно выказывает владение общими математическими понятиями, особенно вероятностными. При случае он даже начинает выстраивать теорию, но, разумеется, останавливается на этом.

После критических замечаний о том, что

Иногда существенное не отделяется от второстепенного, и имеют место определённые формальные недостатки, особенно неполнота окончательных выводов […] *и нестрогие выражения*, которые должны были бы быть выправлены перед публикацией, он *с математической точки зрения* рекомендует *принять эту работу*.

Основное сочинение Рейхенбаха в области исчисления вероятностей появилось в 1935 г. [19]. Поверхностная потребность автора выявилась и в нём: в первую очередь исследовать не математические, а философские проблемы этого исчисления. Вот цитата из предисловия этой книги:

Когда я в основном тексте представляю теорию вероятностей, которая считает, что отыскала решение исходных философских проблем, то для обоснования этого утверждения я позволю себе сослаться на то, что эта философская теория (?) *подтверждена прочнее, чем любая математическая теория. Прежние попытки решения окажутся несостоятельными, потому что математическое обоснование исчисления вероятностей ещё не было развито так строго, чтобы можно было критиковать его с философской точки зрения.*

Осознавая это обстоятельство, философский анализ будет одновременно применяться для нового построения исчисления вероятности.

Рейхенбах определял вероятность[22] как *общее предложение о высказываниях по поводу принадлежности элементов к классам*. Иначе говоря, если событие *a* истинно, то событие *b* вероятно с вероятностью *p*. [Следует длинное, плохо понятное и малоинтересное рассуждение.]

В дальнейшем Рейхенбах предложил аксиоматизированное построение исчисления вероятностей, в котором *только аппарат математической логики* […] должен был дополнять вероятностные предложения *новыми признаками*. И *тогда написанные формулы* допускали бы два толкования, *содержательное и формальное*. Второе имеет особое значение как *косвенный инструмент мысли* и вместе с *простотой и уверенностью* обеспечивает строгий контроль первого [20].

Чтобы придать содержательное значение характеристике формальной структуры понятия вероятности, Рейхенбах снова примыкает к Мизесу и определяет *вероятность как <u>предел частоты</u> в бесконечной последовательности.* В этой связи он подчёркивает, что примыкает к той строгой формулировке значения частоты, развитой Мизесом, который первым отважился придать подобную строгую форму давно уже известной мысли о значении частоты [21].

В соответствии с определением по классификации аксиомы вероятности доказуемы в рамках частотного понимания[23], потому что

Содержательное исчисление вероятностей является лишь той частью арифметики, которая занимается определённой переделкой следствий из свойств предела при помощи строгих математических методов [22].

Здесь представлены Рейхенбах и Мизес, который усмотрел в теоретико-вероятностных предложениях высказывания о бесконечных последовательностях знаков или чисел определённого вида. В принципе их точки зрения аналогичны, но чётко отклоняются друг от друга в деталях.

Итак, приняв торему умножения (которая соответствует теореме об условных вероятностях), Рейхенбах в противоположность Мизесу отказался от требования иррегулярности рассматриваемой последовательности. Но, чтобы обеспечить уверенность в применимости теоремы умножения для взаимно независимых событий, Рейхенбах изучал последовательности, которые были независимы от определённых специальных правил выбора.

Тем самым, снова примыкая к Мизесу, структура порядка (?) характеризуется у него высказываниями о вероятностях в частичных последовательностях. Итак, Рейхенбах принадлежит к тем современникам Мизеса, исследовавшим специальные последовательности имеющие характер коллектива, которые могли быть построены и удовлетворяли требованиям к предельным значениям и ограниченной иррегулярности. Тут же Рейхенбах повторно подчеркнул заслугу Мизеса в новом обосновании исчисления вероятностей, но отказался от требования иррегулярности в его смысле [23].

В свою очередь Мизес изредка упоминал Рейхенбаха в связи с исследованиями специальных бернуллиевых последовательностей, однако в своём позднейшем [посмертном] сочинении (1964) вообще не вспомнил о нём. Это, возможно, случилось потому, что Мизес выступал в принципе против ограничения иррегулярности. Так, он заметил, что для специальных последовательностей может быть рассмотрен ряд задач исчисления вероятностей, но что существуют вопросы, которые останутся нерешёнными […] [24].

Я часто сталкиваюсь с вопросом, построил ли Рейхенбах (как, впрочем, и Мизес) удовлетворительное исчисление вероятностей. С математической точки зрения развитие этого исчисления пошло не по пути Мизеса, а на основе теорий меры и множеств. А недавно при помощи теории алгоритмов была построена аксиоматизированная теория, которая не только подтвердила известные теоремы исчисления вероятностей, но и привела к новым результатам, и особенно к математическому пониманию разнообразных стохастических процессов, имеющих место в объективном мире. Наконец, теория вероятностей, основанная на понятии меры, оказалась более абстрактной и общей, и в то же время формально более простой в обращении.

Библиографические примечания автора

1. Archiv der Humboldt-Universität (AHU), Acta R. v. Mises No. 200, Bd. 2, Bl. 2.

2. Там же, лист 19.

3. AHU, Akte 1468, Bl. 43.

4. Zentrales Staatsarchive, Merseburg, Ministerium des Innern, Rep. 76, Va, Sekt. 2, Tit. V, No. 68c, Bl. 59/60.

5. Zentrales Staatsarchive Potsdam (ZSP), Akte 1447, Bl. 12.

6. Там же, лист 120 – 121.

7. Сравните **Bernhardt H.** (1980), Zur Institutionalisierung der angew. Math. an der Berliner Univ. 1920 – 1933. *NTM Schriftenr. Gesch. Naturwiss., Technik, Med.*, Bd. 17, pp. 23 – 31.

8. ZSP, Akte 1447, Bl. 146.

9. AHU, Akte 1478, Bl. 95.

10. Там же, лист 98.

11. Mises R. von (1919), Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung. *Math. Z.*, Bd. 5, p. 55. Перепечатка в книге автора (1964, p. 60).

12. Там же, с. 57.

13. Там же, с. 53 – 54.

14. Mises R. von (1952), *Wahrscheinlichkeit, Statistik und Wahrheit*. Третье издание. Wien, p. 16.

15. Reichenbach H. (1916), Der Begriff der Wahrscheinlichkeit für die math. Darstellung der Wirklichkeit. *Z. Philos. und philos. Kritik*, Bd. 161, p. 212.

16. Там же, т. 162, 1917, с. 111.

17. Там же, т. 163, 1918, с. 86.

18. Archiv der Friedrich-Alexander-Univ. Erlangen.

19. Reichenbach H. (1935), *Wahrscheinlichkeitslehre*. Leiden, p. V.

20. Там же, с. 15.

21. Там же, с. 81.

22. Reichenbach H. (1932), Axiomatik der WKA (?). *Math. Z.*, Bd. 34, p. 594.

….**23. Reichenbach H.** (1935), См. [19], с. 141.

24. См. [14], с. 107.

Примечания переводчика

1. Фашисты (официально, национал-социалисты) формально пришли к власти без нарушения законов. Автор упоминает и теорию, и исчисление вероятностей, и мы не уверены в том, что подобное различие было оправдано или хотя бы вполне осознано.

2. Рейхенбах воспринял точку зрения Мизеса на понятие вероятности (БСЭ, третье издание, т. 21, 1975, с. 606). О Рейхенбахе в математической литературе видимо умалчивают. Но о Мизесе почему-то умолчал Прохоров (1999).

3. *Классическое* определение вероятности ввёл ещё Муавр (1718/1756, с. 1 – 2). Ниже автор вторично назвала в этой связи Лапласа.

4. Эдлер – дворянский титул.

5. В Вене Мизес заканчивал университет.

6. Страсбург – главный город Эльзас-Лотарингии.

7. Неясно, почему Берлинский университет хлопотал о Дрездене.

8. Чуть ниже упомянуты затруднения, возникшие в эти *золотые годы*. Населению страны пришлось пережить исключительно тяжёлое время.

9. О тогдашнем положении в *России* см., например, статью М. И. Ростовцева 1919 г. (**S, G,** 51). Высшие учебные заведения заполонили социально желательные невежды, которые потребовали для себя немедленного царского пути в науку вообще.

10. В Варшавском университете ещё в 1911 г. Д. Д. Мордухай-Болтовской организовал практикум по математике и, как можно понять по контексту, математический семинар (Боголюбов и Матвиевская 1997, с. 30).

11. Оговорка автора в конце фразы излишня, см. мнение Якоба Бернулли, высказанное им в философском разделе (которым математики обычно пренебрегают) четвёртой части своего сочинения 1713 г.

12. В современном смысле математическую статистику создал главным образом Фишер начиная примерно с 1920-х годов.

13. *По крайней мере* в статистике населения и т. д.

14. Коллектив впервые ввёл Фехнер (Шейнин 2013, § 11.9.2). Определение у Мизеса см. также [x, прим. 4].

15. Уже Энгельс дополнительно упоминал в этой связи формы геометрических фигур, а в настоящее время задачей математики считается введение и изучение абстрактных систем, которые возможно и не имеют прообразов в природе. Первой подобной системой были неименованные натуральные числа.

16. Тот же вопрос возник бы и у математиков, да и вообще у всякого учёного.

17. Две подходящие статьи Штумпфа 1892 г. включены в каталог Kendall & Doig (1968). Три другие статьи 1892 – 1899 гг. см. в нашей библиографии. В 1899 г. их нещадно критиковали Чупров и Борткевич, см. их книгу 2005 г., первый – в письме 44, второй – в письме 45. О субъективной вероятности у Криса (Kries 1886) см. Dale (1999, pp. 470 – 472) и Zabell (2016).

18. Это более чем странно.

19. Каковы эти истолкования?

20. Это непонятно.

21. Макс Нётер (1844 – 1921), математик.

22. Это определение напоминает мнение Журавского (1846): статистика распределяет свои объекты по категориям и подсчитывает их число в каждой.

23. Здесь и ниже автору следовало бы или подробнее описать свои рассуждения, или значительно сократить их. Теорему умножения автор упоминает и в своей последующей статье [xii].

Дополнительная библиография

Богомолов А. Н., Матвиевская Г. П. (1997), *Всеволод Иванович Романовский, 1879 – 1954*. М. Отв. редактор С. С. Демидов. Несколько страниц архивных формул Романовского напечатаны заведомо непонятным образом, и отв. редактор скорее был свадебным генералом.

Борткевич В. И., Чупров А. А. (2005), *Переписка 1895 – 1926*. Берлин. **S, G,** 9.

Журавский Д. П. (1846), *Об источниках и употреблении статистических сведений*. М, 1946.

Прохоров Ю. В., редактор (1999), *Вероятность и математическая статистика. Энциклопедия*. М.

Шейнин О. Б. (2013), *Теория вероятностей*. *Исторический обзор*. Берлин. **S, G,** 11.

Dale A. I. (1999), *History of Inverse Probability*. Springer. О Крисе у этого автора см. также **S, G,** 92.

De Moivre A. (1718), *Doctrine of Chances*. London, 1756; New York 1967.

Kendall M. G., Doig Alison G. (1968), *Bibliography of Statistical Literature Pre-1940*. London – Edinburgh.

Kries Joh. von (1886), *Prinzipien der Wahrscheinlichkeitsrechnung.* Tübingen, 1927.

Mises R. von (1931), *Wahrscheinlichkeitsrechnung und ihre Anwendung in der Statistik und theoretischen Physik*. Leipzig – Wien.

--- (1964), *Sel. Papers*, vol. 2. Providence, RI.

Stumpf C. (1893), Über der Begriff der mathematischen Wahrscheinlichkeit. *Sitz.-Ber.* Phil.-Philologie und Hist. Kl. *Kgl. Bayer. Akad. Wiss. München*, Jg. 1892, pp. 37 – 120.

--- (1899a), Bemerkung zur Wahrscheinlichkeitslehre. *Jahrbücher f. Nationalökonomie u. Statistik*, Bd. 17, pp. 671 – 672.

….--- (1899b), Berichtigung. Там же, Bd. 18, p. 343.
Zabell S. L. (2016), *Joh. Von Kries's Principien*. DOI 10.1007/s10838-015-9320-x

XII

Ханнелора Бернхардт

Рихард фон Мизес и Немецкая академия наук в Берлине[1]

Hannelore Bernhardt, Richard von Mises und die Deutsche Akademie der Wissenschaften zu Berlin. *Algorismus*, Bd. 53, 2006, pp. 20 – 27

В 1950 г. Рихард Эдлер фон Мизес был избран членом-корреспондентом Немецкой академии наук (НАН), но, как и избранный в том же году математик Джон фон Нейман (1903 – 1957), не принял своего членства. В истории НАН так случилось в двух случаях из трёх, см. Scheler (2000, p. 157).

НАН была учреждена 1 июля 1946 г. по приказу советской военной администрации. Это произошло к трёхсотлетию со дня рождения Лейбница, после усиленных хлопот членов Прусской академии наук с июня 1945 г., которые начались по предложению руководителя Немецкого управления народного образования и президента [будущей] академии Иоганна Stroux (1886 – 1954).

НАН отпраздновала своё создание 1 августа 1946 г. В ней насчитывалось 55 членов, представителей естественных и гуманитарных наук, но конце 1949 г., после тайных голосований, в академии стало уже 100 действительных членов из всех концов Германии и 110 членов-корреспондентов, в том числе 57 из западных стран[2].

Мизес был одним из самых незаурядных представителей прикладной механики первой половины XX в. Его богатые научные труды обеспечили ему в старости почёт и признание. Он стал известен и математическим кругам, и естественникам своей попыткой строгого обоснования исчисления вероятностей понятием частоты[3]. И кроме того, Мизес занимался техническими проблемами авиации и машиноведения, исследованием пограничных слоёв, проблемами пластичности и устойчивости, численным интегрированием дифференциальных уравнений и практическими применениями геометрических конструкций.

В архиве Берлин-Бранденбургской академии наук хранится акт об *Избрании Р. ф. Мизеса членом-корреспондентом*[4]. Члены академии Георг Гамель[5] (1877 – 1954), Эрхардт Шмидт (1876 – 1959), Гельмут Хассе (1898 – 1979), Ганс Кинле (1895 – 1975) и Ганс Эртель (1904 – 1971) предложили избрать его по специальности *прикладной математики*:

Нижеподписавшиеся ходатайствуют об избрании доктора Рихарда фон Мизеса […] *членом-корреспондентом* […] *по специальности <u>прикладная математика</u>.*

Мизес родился 19 апреля 1883 г. в Лемберге, в 1908 г. защитил докторскую диссертацию в Высшей технической школе в Вене, в том же году стал доцентом в Высшей технической школе в Брно, в 1909 г. – экстраординарным профессором в Страсбурге, *в 1910 г. – ординарным профессором в Дрездене, а в 1920 г. – в Берлине и весьма успешно работал здесь до 1933 г.*

В 1933 г. Мизес перешёл в Стамбульский университет, но вот уже много лет является профессором аэродинамики и прикладной математики в Гарвардском университете в Кембридже, штат Массачусетс.

Это предложение было принято на внеочередном заседании НАН 29 июня 1950 г.[6] 9 июля 1950 г. президент академии Иоганн Stroux послал письмо Мизесу в Бостон, где тот жил с 1939 г. после длительного пребывания в Стамбуле. С 1920 по 1933 г. Мизес был ординарным профессором и директором созданного в то время Института прикладной математики Берлинского университета, но покинул его ввиду своего еврейского происхождения. И не только ввиду научной вежливости Stroux написал:

Я имею честь сообщить Вам о решении всей академии […] *избрать Вас её членом-корреспондентом. От имени Академии и её членов мы радуем Вас вновь установленными связями и поэтому надеемся, что возникнет плодотворная совместная работа в духе научного идеала народов и мира между ними*.

К предложению о приёме в Академию был добавлен *Отзыв о научных достижениях Мизеса*, который составил Георг Гамель. В течение нескольких лет после окончания университета Мизес был ассистентом Гамеля в Брно, и высокая оценка учителем своего бывшего ученика и коллеги повышает значимость его отзыва:

Мизес относится к очень небольшому числу прикладных математиков, обладающих международной репутацией. Это признание он заслужил своими чрезвычайно многочисленными трудами в обширной области классической механики, исчисления вероятностей и в других разделах прикладной математики[7]*, их исключительной проницательностью и точностью, равно как и длительной значимостью некоторых результатов.*

Мизес начал с машиностроения и после диссертации на эту тему начал с основательного изучения течения в водяных турбинах. Гидродинамика обязана ему также многими результатами и критическими соображениями, например о теории пограничных слоёв Прандтля. И он понятливо завершил пограничную область пластичности.

Всюду, где только существенны рассуждения о теории твёрдых тел, важны вычисления Мизеса, посвящённые работе моторов, которые также относятся к его достижениям длительной значимости.

Работы Мизеса по технической механике были быстро признаны, и Феликс Клейн доверил ему составление соответствующей статьи в своей Enz. math. Wiss[8]*. Эта статья указывает на серьёзное прилежание её автора при сборе материалов и свидетельствует о его таланте в критике и систематизации.*

Место Мизеса в науке было признано также потому, что он был редактором ведущего журнала Z. f. angew. Math. u. Mech. с *момента его появления и обеспечил его расцвет, но затем был вынужден оставить редактирование ввиду политических событий* [как деликатно!].

Этот отзыв оставался бы односторонним, если не вспомнить о достижениях Мизеса в области исчисления вероятностей, в которую он вступил с существенно новыми идеями. К ним примкнули его дальнейшие успехи в практической математике (?). *Недавно Мизес вместе с Карманом опубликовал труд о нелинейной механике, в котором были отдельно рассмотрены особо трудные проблемы механики, приведшие к нелинейным дифференциальным уравнениям.* [Mises & Karman (1948, 1951, 1953)].
И поэтому можно ожидать дальнейших ценных успехов Мизеса.

Ввиду неточного адреса Мизес получил известие о своём избрании, как он сам написал, *с очень большим опозданием*, и смог ответить только 15 сентября. В своём примечательном письме он обосновывал отклонение избрания:

Я благодарю Вас за сообщение и чувствую, что избрание иностранным членом академии уважило меня сверх моих заслуг. Весьма охотно я принял бы избрание в память о своей педагогической работе в Берлине и тем самым о немецкой научной жизни, с которой я был связан так долго и связь с которой снова обрёл бы.

К сожалению, нынешние отношения в Германии, как и здесь, таковы, что согласиться с подобным почитанием могло бы быть истолковано как политическое изъявление. Я уверен, что такая интерпретация была бы ошибочна, однако подобное по существу выражается во многих газетах и американскими властями. Я установил для себя жизненное правило: уклоняться от всякой политической деятельности и не примыкать ни к какому объединению, которое как-то связано с политической идеологией.

Мне так жалко, что я вынужден отклонить почётное избрание. Очень сожалею и полностью сознаю, что для меня это означает большую потерю. Прошу Вас сообщить членам академии, что моя высокая оценка академии не снизилась[9], *и что только под давлением внешних обстоятельств я отказываюсь от членства, которое считаю во всех отношениях наградой*.

Если требуется комментарий, то следует сослаться на то, что Мизес и впрямь держался вдалеке от политических проблем и воздерживался от любой политической деятельности. К примеру, покидая Берлин в 1933 г. он вполне в этом же смысле написал факультету своё последнее письмо:

Позвольте сообщить, что я принял предложение Стамбульского университета и сегодня подал министру просьбу об освобождении от прусской государственной службы[10] *и о неотложном увольнении. Должен выразить факультету, членом которого я был в течение 27 семестров, глубокое чувство благодарности за всё то, за что отдельный человек обязан подобному органу. Заканчиваю искренним пожеланием, чтобы* *будущее могло подарить факультету то, что достойно его прошлого*[11].

С другой стороны, следует представить себе время, когда письмо было написано. То были годы холодной войны и эры Маккарти. Ко времени корейской войны антикоммунистическая истерия достигла своего максимума. Профессора университетов были обязаны присягнуть в антикоммунистической лояльности, и в *самой свободной стране* началось преследование коммунистов. Как известно, репрессировали тех, кого в каком-либо отношении подозревали в передовом образе мыслей, и прежде всего передовых учёных и деятелей искусства, американцев и приезжих. (В то время Эйнштейн говорил о методах инквизиции нового времени.)

На фоне подобного террора против образа мысли ни Мизес, ни Нейман не могли принять указанное членство. В предложении принять Неймана, которое подписали Хассе, Эрхард Шмидт, Кинле, Эртель и [у автора многоточие] было сказано:

Фон Нейман родился в 1903 г. в Будапеште, в 1925 г. стал доктором, преподавал в Берлинском университете в 1927 – 1932 гг. в качестве приват-доцента. С 1933 г. он был ординарным профессором Принстонского университета в США.

Он опубликовал новаторские труды по теории линейных подстановок, теории операторов, квантовой теории [это было добавлено от руки – автор], *эргодической теории. В настоящее время фон Нейман является также ведущим учёным в прикладной математике, особенно в конструировании известной американской вычислительной машины ЭНИАК. Он бесспорно один из лучших ныне живущих математиков*.

В то время Нейман работал в Институте передовых исследований в Принстоне. Он ответил в том же духе 19 сентября 1950 г, на четыре дня позднее Мизеса:

Я получил Ваше ценное письмо […]. *Хотел бы уверить Вас, что воспринял эту честь и уважение со стороны членов академии и особенно коллег из Берлинского университета, в котором провёл свои первые, решающие годы научного поприща, с самым искренним чувством радости и глубокого уважения.*

К сожалению, нынешнее состояние в мире таково, что принятие этого отличия было бы политическим действием и могло бы быть истолковано иначе, т. е. не как взаимное уважение коллег. Моя точка зрения подсказывает мне, что я должен отказаться. Я не хотел бы вдаваться в подробности, но должен уверить Вас, что пережил очень серьёзные проблемы совести о том, как кажется, единственном верном решении, т. е. о том, что не хочу считаться членом-корреспондентом академии[12].

Георг Гамель, проживавший тогда в Ландсхуте (Бавария), со своей стороны заявил о выходе из Академии в письме 11 марта 1954 г. к которому его склонило письмо их президента (с 1951 г.) Вальтера Фридриха (1883 – 1968) президенту Парижской академии наук 21 декабря 1953 г. Вот что написал Фридрих:

В прошлом многие лучшие учёные французского народа поддерживали теснейшие научные отношения с немецкой наукой и исследованиями. Плодотворно взаимодействуя, учёные наших народов добились значимых успехов в культурном развитии Европы. Немецкая академия наук в Берлине неизменно считала себя связанной с этой великой традицией.

С беспокойством обращается ныне французский народ против угрозы своей безопасности, которую представляет возрождение милитаризма в Западной Германии, и озабоченно думает о гибельных последствиях подобного развития событий. И от имени Немецкой академии […] *я должен уверить учёных Франции в дружественной теснейшей связи и заявить, что мы, немецкие учёные, поддерживаем французский народ в его серьёзной заботе о длительном мире.*

Учёные ГДР трудятся в духе дружбы народов и выступают против любых мер, которые угрожают миру между народами и тем самым препятствуют совместной научной работе. Поэтому наша Академия также поддерживает пояснение правительства ГДР от 25 ноября 1953 г., которое чётко приветствует французский народ в его стремлении сохранить всеобщий мир.

Учёные ГДР стоят на стороне учёных Франции, которые способствуют защите национального суверенитета и демократических свобод народов. Они готовы и в дальнейшем способствовать научным сношениям между учёными наших народов для процветания нашей дружбы с великим французским народом и всеобщего мира (Wissenschaftliche 1954, p. 125/126).

И вот заказное письмо Гамеля 11 марта 1954 г. президенту Берлинской академии:

Настоящим я заявляю о выходе из Академии. К такому решению меня побудил второй абзац в письме 21 декабря 1953 г., которое опубликовано в февральском номере [её] *научного журнала. Я сильнейшим образом отклоняю его и не могу принадлежать органу, президент которого написал что-то подобное*[13].

23 марта Академия подтвердила получение его письма и объявила, что с 31 марта прекращает отношения с ним. Таково было одно из 21 политически обоснованных выходов из Академии в течение 1949 – 1981 гг. см. Scheler (2000, p. 157).

Примечания

1. Это расширенный вариант доклада 2003 г., опубликованного в 2004 г. Х. Б.

2. Grau (1992); Berliner (1996); Scheler & Hartkopf (1999). См. также Scheler (2000, pp. 156 – 161). Х. Б.

3. О частотной теории Мизеса см. наш общий комментарий к статье [x]. Добавим, что в любом случае конкретные исследования начинаются с известной статистической вероятности изучаемого события. О. Ш.

Об истории этого направления теории вероятностей см. статьи автора (1984, не опубликовано; 1979; 1985; 1993) и Siegmund-Schultze (2004). Х. Б.

4. Архив Берлин-Бранденбургской академии наук, фонд руководства Академии, персоналия/новые члены. Отказ Мизеса, №. 679. Цитаты (см. ниже) приведены из этого источника. Х. Б.

В 1972 г. Немецкая академия наук была переименована в Академию наук ГДР, которая просуществовала до 1993 г. Берлин-Бранденбургская академия наук, см. ниже, стала одним из двух её преемников. О. Ш.

5. Гамель опубликовал заметку *Математика на службе Третьего рейха* (Hamel 1934), но уже здесь и ниже он выступал с весьма либеральных позиций. О. Ш.

6. В соответствии с протоколом 24 голоса были положительными, и один бюллетень оказался незаполненным. С 29 июня по 15 сентября Мизес был членом-корреспондентом Академии, см. Hartkopf (1992, p. 244). Х. Б.

7. После 1920-х годов теория вероятностей стала относиться к чистой математике. О. Ш.

8. Вот полные названия этой широко известной энциклопедии и её французского перевода: *Encyklopädie der mathematischer Wissenschaften; Encyclopédie des sciences mathématiques pures et appliquées*. О. Ш.

9. Была ли видна где-либо эта оценка? О. Ш.

10. Мы не смогли понять, почему в Германии сохранилась прусская служба. О. Ш.

11. Архив Берлин-Бранденбургской академии наук, Акт 1478, лист 95. Х. Б.

12. Архив Берлин-Бранденбургской академии наук, фонд Неймана, № 679. Х. Б.

13. Берлин-Бранденбургская академия наук, фонд руководства Академии, персоналия, действительные члены. Гамель Георг, 1946 – 1952, 1954, № 145. Х. Б.

Гамель сослался (по-немецки) на *Анналы*, но Парижская академия наук не издавала журнала с таким названием. О. Ш.

Библиография

Berliner (1996), Berliner Akademie in den Jahren 1945 – 1950. *Sitz.-Ber. Leibniz-Soz*., 15, No. 7/8.

Bernhardt Hannelore (1979), Zum Leben und Wirken des Mathematikers R. von Mises. *Schriftenreihe f. Geschichte der Naturwiss., Technik u. Med.*, Bd. 16, No. 2, pp. 40 – 49.

--- (1984), *R. von Mises und sein Beitrag zur Begründung der Wahrscheinlichkeitsrechnung* etc. Berlin. Диссертация. Не опубликовано.

--- (1985), Zum Vergleich der wahrscheinlichkeits-theoretischen Konzepte von R. von Mises und A. N. Kolmogorov . Inst. f. Theorie, Geschichte und Organisation der Wiss. Kolloquim, No. 48. Berlin.

--- (1993), Skizzen zu Leben und Werk von R. von Mises. *Öster. Math. u. Phys*. Zentralbibl. f. Phys. in Wien, pp. 50 – 62.

Grau C. (1992), Der Akademiegedanke in Berlin nach 1945 etc. *Z. f. Geschichtswiss*., Bd. 40, pp. 131 – 149.

Hamel G. (1934), Die Mathematik im Dienste Dritten Reiches. *Z. f. math. u. naturwiss. Unterricht aller Schulgattungen*, 65. Jg, pp. 10 – 15.

Hartkopf W. (1992), *Die Berliner Akademie und ihre Mitglieder und Preisträger, 1700 – 1900*. Berlin.

Mises R., Karman Th. (1948, 1951, 1953), *Advances in Applied Mechanics*, vols. 1 – 3.

Scheler W. (2000), *Von der Deutschen Akademie der Wissenschaften zu Berlin zur Akademie der Wissenschaften der DDR*. Berlin.

Scheler W., Hartkopf W. (1999), Gespräch über die Wiedereröffnung der Berliner Akademie etc. *Sitz.-Ber. Leibniz-Soz.*, Bd. 32, pp. 108 – 139.

Sheynin O. (2003), Mises on mathematics in Nazi Germany. *Hist. Scientiarum*, vol. 13, pp. 131 – 146.

Siegmund-Schultze R. (2004), A non-conformist longing for unity etc. *Sci. in Context*, vol. 17, pp. 333 – 370.

Wissenschaftliche (1954), *Wissenschaftliche Annalen zur Verbreitung neuer Forschungsergebnisse*. Deutsche Akad. d. Wiss. zu Berlin, Bd. 3, No. 2.

XIII

М. Э. Магнелло

Викторианская статистика населения и математическая статистика

M. Eileen Magnello, Victorian vital and mathematical statistics.
Bull. Brit. Soc. Hist. Math., vol. 21, 2006, pp. 219 – 229

[1. Предисловие]

Слово *статистика* произошло от итальянского *статиста*, которое начало применяться в XVI в. и относилось к *статисту* или государственному деятелю. В Англии, в XVII в. этот ранний тип статистики был формой *политической арифметики*[2.1]. Ввёл его Джон Граунт, который (Pritchard 2005, с. 1)

Покончил с церковной монополией на регистрацию рождений, женитьб и смертей и сделал её заботой государства.

Но ввёл слово статистика в 1791 г. в английский язык Сэр Джон Синклер (1754 – 1834), шотландский землевладелец и первый президент Совета по сельскому хозяйству в своём *Статистическом отчёте о Шотландии* (*Statistical Account of Scotland*) [тт. 1 – 21, 1791 – 1799]. Он пытался измерить *количество счастья* шотландцев и применил статистику не для решения политических проблем, а для описания социальных явлений. Это постепенно привело к развитию статистики населения в Англии середины XIX в.

Статистика населения занимается описанием и подсчётам в переписях и табулированием официальной статистики (женитьбы, разводы, преступления)[2.2]. Она в основном имеет дело со средними значениями и применяет таблицы дожития, проценты, пропорции и отношения. Вероятность в основном применяется в страховании жизни.

В первой половине статьи мы исследуем роль личностей, подобных Мальтусу, Чедвику, Фарру и Флоренс Найтингейл, в развитии статистики населения в викторианской Англии. Вторая половина статьи сосредоточена на появлении современной математической статистики, в основном в трудах Гальтона, Уэлдона и главным образом Карла Пирсона при участии Эджуорта и Юла.

Математическая статистика это научная дисциплина, которая придаёт методологию исследованию вариаций и часто подкрепляется матричной алгеброй. Это (?) измерение и анализ статистических вариаций является важнейшей частью современной математической статистики, которая занимается сбором, описанием и истолкованием данных, добытых в научных опытах, клинических, социальных и экономических исследованиях[2.3]. Вероятность применяется в статистических критериях значимости[2.4].

Развитие статистики произошло в более широком контексте викторианской культуры измерения, которыми занимались многие учёные, математики и инженеры в Англии XIX в.[2.5]

[2] Детерминизм и эссенциализм

Решение исследовать средние (основной инструмент статистики населения) или измерять вариации (основная часть математической статистики) было обусловлено философскими идеологиями, которые управляли мышлением статистиков, философов естествознания и учёных на всём протяжении XIX в.[2.6] Упор на статистические средние основывался философскими принципами детерминизма и эссенциализма Аристотеля, которые помогали навечно сохранять идею идеализированного среднего.

Детерминизм косвенно означал, что во вселенной царили порядок и совершенство, вариации же считались чем-то испорченным и источником ошибок. Их следовало искоренять, потому что они вмешиваются в божественное создание мира. Эссенциализм, который был самым влиятельным образом мышления систематиков в биологии, типологов и морфологов до конца XIX в., привёл к морфологическому понятию вида.

Виды, как полагали, были основаны на *сущностях* идеального типа, что позволило биологам того века классифицировать виды по *типам*. Это могло привести к росту числа видов, потому что всякое уклонение от типа приводило бы к появлению нового вида. Однако, в соответствии с эссенциализмом истинные изменения видов было возможно только путём скачкообразного появления нового вида, который поэтому мог появиться в течение одного поколения. Теория Дарвина зависела от *постепенных* изменений и поэтому его идея была несовместима с эссенциализмом, дарвинизм же ускорял новую форму статистического мышления[2.7].

Некоторые новшества, сопровождавшие развитие статистики населения в середине XIX в. были связаны с теми, которые пытались оценить население какой-либо страны или мира. Сопутствующими факторами были урбанизация и индустриализация викторианской Англии, поскольку они стали источниками многообразия.

3. Статистика населения и первая перепись

В конце XVIII в. экономист Мальтус (1766 – 1834) заметил, что не было тщательных исследований причин для различия скорости роста населения. Почему население некоторых стран быстро растёт, а в других странах не растёт вовсе? Он (1798) заявил, что беспрепятственный рост населения будет всегда превышать прирост средств существования и что совершенствование человечества требует непреклонных пределов размножения.

Мальтус полагал, что население возрастает в геометрической прогрессии, а продовольственное обеспечение – только в арифметической пропорции, и что это приведёт к *борьбе за существование*. И демография стала количественным изучением бедности[2.8].

Эти тревоги усилили споры о количестве населения Англии. Более того, французская революция и войны, охватившие Европу после 1793 г., заставили английское общество изучить свои людские ресурсы и материальные средства. В годы наполеоновских войн Иеремия Бентам (1748 – 1832) обнаружил, что правительство не знало, сколько бедняков получало пособия и что оно не могло даже установить количество денег, находящихся в обращении. Требовалась национальная система сохранения систематических сведений.

Первая перепись в Англии и Уэльсе была проведена только в 1801 г. после её утверждения парламентом в 1800 г. Основное противодействие оказывали те, кто опасался, что население Англии окажется менее многочисленным, чем обычно считалось, и что это поощрит её врагов[2.9]. Кроме того, перепись ущемляет свободу отдельного человека. И, несмотря на принятый законодательный акт, официального требования к гражданам о регистрации рождений, женитьб или смертей не было.

Это отсутствие официальной регистрации послужило движущей силой для учреждения Лондонского (ныне, Королевского) статистического общества, когда объединились усилия Кетле и Беббиджа (1791 – 1871)[2.10]. Они вначале рекомендовали ввести национальную систему регистрации. После законодательного оформления 1836 г. была введена гражданская регистрация рождений, женитьб и смертей и было утверждено Бюро всеобщей регистрации Англии и Уэльса[1.1].

4. Чедвик и санитарная реформа

Первая перепись обеспечила больше сведений о смертности от различных болезней, и общество осознало потрясающее санитарное состояние городов. Их перенаселённость часто приводила к неудовлетворительным условиям жизни ввиду отсутствия должной вентиляции, водопроводов и канализации. Сточные колодцы переливались через край, а канализационные трубы опустошались непосредственно в Темзу. Серьёзные опасности для здоровья угрожали всем.

Основным деятелем санитарной реформы был Эдвин Чедвик (1800 – 1890). Он участвовал в национальной реорганизации предшествовавшей системы пособий беднякам и нуждающимся[1.2]. Успех санитарной реформы усилил значение сбора статистики, а санитария стала основной проблемой условий жизни в Англии. Задачей статистики оказалось измерение здоровья.

Именно Чедвик рекомендовал учреждение Бюро генерального регистратора. На эту должность претендовали Фарр (1807 – 1893) и Беббидж, но её установили для Генри Листера, свояка министра. Позже, в 1837 г., Фарр был назначен составителем сводок для генерального регистратора, поскольку утверждали, что он был единственным врачом, который следил за статистикой населения.

Фарр разработал тщательное учение о болезнях с учётом вторичных и третичных причин смерти. Это пошло на пользу и врачам, и обществам страхования жизни. Его методы и организация статистики населения послужили образцом для всех стран, а актуарии пользовались его статистическим изучением английской таблицы дожития. Подобные таблицы Фарр считал *биометром*, потому что они предоставляли *точную меру* *продолжительности жизни при данных обстоятельствах* (Greenwood 1921).

По мере расширения [географии] и возрастания предоставляемых возможностей эти таблицы стали для математиков излюбленным примером пользы понятия вероятности. Фарр основал *British Annals of Medicine*, первый медицинский журнал, в статьях которого применялась статистика населения. Эти сведения поощряли обсуждение государственной медицины, здоровья населения, страхование жизни, переписи и гражданскую регистрацию [рождений и т. д.]. Под влиянием Фарра *British Medical Journal* и *Lancet* начали публиковать ежемесячные отчёты о статистике населения в Англии и за рубежом[1.3].

Движение за народное здоровье и [общественную] гигиену [предшественницу экологии] привело к развитой системе статистики населения, но это произошло только в Англии. В XIX в. французы, например, не применяли и не развивали статистических методов в медицине[2.11]. Франция всё ещё была сельскохозяйственной страной, и движение за народное здоровье там ещё не начиналось. Она ещё не испытала в том же объёме тех проблем, которые выявились в Англии, в английских индустриальных городах. Государство действовало слабо, санитарное законодательство оставалось снисходительным, и удобства (например, водоснабжение) вводились медленно и случайно. Более всего действовала быстро разраставшаяся государственная служба викторианской Англии.

5. Страстный статистик, Флоренс Найтингейл

Труды Фарра воодушевляли Ф. Н., которая склонялась к математике [к статистике][2.12]. Её все знали как *Леди с* [со статистическим] *фонарём*, превратившей уход за больными и ранеными в почётную профессию. Я бы утверждала, что её роль как *страстного статистика* обеспечила её громаднейшее влияние на уход, потому что она преобразовала уход с помощью статистики[1.4].

Имея статистические сведения, она сумела убедить многих чиновников в том, что можно снизить смертность в армии и в самой стране, если только ввести существенные санитарные меры в госпиталях и больницах.

Она выросла в семье высшего слоя среднего класса либерально-гуманного направления, воспринявшей передовые идеи о воспитании женщин. Её отец, окончивший Тринити-колледж (Кембридж), включил в её уроки основные сведения по [элементарной?] математике. Уже молодой женщиной Найтингейл встретила на обеде нескольких учёных, в том числе Беббиджа. В возрасте 20 лет она была настолько очарована числами, что захотела учиться математике. Её начал обучать кембриджский математик Дж. Дж. Сильвестр (1814 – 1897). По утрам она обычно изучала статистические материалы о народном здоровье и больницах, наслаждаясь длинными колонками чисел с *совершенно возрождающим* видом.

Найтингейл считала статистику важнейшей наукой в мире и утверждала, что, *чтобы понять Божественную мысль, мы должны изучать статистику*, ибо она является *мерой Его замысла* (Pearson 1924, с. 210). Она разделяла с Гальтоном идею о том, что статистическое изучение естественных явлений было *религиозной обязанностью человека*. Её идеология была основана на богослове XVIII в. Уильяме Дереме (Дергаме). Исходя из его идей, Найтингейл выработала свой взгляд о том, что *мы узнаём о целях Господа при изучении статистики* (Strachey 1918).

В апреле 1853 г. Найтингейл заняла свою первую должность главы небольшой больницы, которую она переименовала, назвав её *Институт для леди на время их болезни*. Через год её друг на протяжении всей её жизни, военный министр во время Крымской войны [1853 – 1856] Сидней Герберт попросил её возглавить учреждение по уходу за женщинами в военных госпиталях в Турции и привести с собой 38 медсестёр. Имея связи с правительством и годами (?) настаивая на профессиональном уходе, она уже имела репутацию, которая и позволила Герберту предложить Найтингейл эту исключительное назначение.

До того времени женщинам никогда не разрешалось служить официально. Но Герберт таким образом ответил на общественное возмущение отчётами в *Таймс* о страданиях рядовых солдат, вызванных неумелостью их командиров. Он надеялся, что присутствие Найтингейл успокоит общественность.

Газета *Таймс* собрала две тысячи фунтов для неё лично, но она потратила эти деньги на улучшение условий в госпитале, хотя и вызвала зависть военных докторов и офицеров. После первых семи месяцев Крымской кампании Найтингейл обнаружила, что годичная смертность от таких болезней, как тиф, брюшной тиф и холера составила 60%, т. е. даже выше, чем во время Великой чумы в Лондоне [1665 – 1666, когда в Англии погибло 20% населения]. Кроме того, оказалось, что смертность пациентов военных госпиталей в возрасте 25 – 35 лет вдвое превышала смертность в гражданской жизни[1.5].

Найтингейл поэтому рекомендовала [кому?] учредить Королевскую комиссию о здоровье в армии с Фарром в качестве её члена. Фарр не только был её советчиком; они совместно исправляли статистику госпиталей и больниц для её сочинений (1859; 1871). Одним из основных решений указанной комиссии было создание департамента военно-медицинской статистики.

Найтингейл популяризировала применение диаграмм. Её *Polar Area* (Площади, отсчитываемые от полюса) диаграмма (1858) была разбита на 12 равных секторов (т. е. на 12 месяцев года) и таким образом указывала изменения во времени (Cohen 1984) и подчёркивала меру неоправданных смертей солдат. Кроме того, Найтингейл применила свою диаграмму для убеждения врачей в том, что смерти можно [частично] предотвращать, если только провести в больницах санитарную реформу.

Вернувшись в Англию в 1858 г., Найтингейл начала исследовать статистику лондонских больниц и обнаружила небрежность в её составлении и полнейшее отсутствие научного согласования[1.6]. Всё это она описала в своей книге (1862). Прежде всего, она рекомендовала принять номенклатуру заболеваний, которую применял генеральный регистратор Англии и Уэльса и ввести стандартные формы для сбора больничных данных[1.7].

Ввиду умения Найтингейл применять статистические методы при военно-санитарной реформе и в лондонских больницах она оказалась первой женщиной, избранной в 1875 г. в Королевское статистическое общество и, в 1874 г., почётным иностранным членом Американской статистической ассоциации.

И она заимела мысль о введении преподавания статистики в университетах. Она издавна знала, что члены парламента имели доступ к громадному массиву статистических данных, но никак не применяли их. Она также знала, что эти члены [все?] имели университетское образование, но была озабочена тем, что они всё же не изучали статистических методов. Узнав о смерти в феврале 1874 г. своего уважаемого коллеги, Кетле, она подумала, что единственной достойной данью покойнику было бы увековечивание его памяти введением статистики в Оксфорде.

И учреждение факультета прикладной статистики в Оксфорде было частично вызвано её связями со старым другом, Бенджамином Джоуиттом (1817 – 1893), филологом-классиком, и мастером [master, глава или главный член] Баллиол-колледжа, который перевёл основные труды Платона и Аристотеля на английский язык. Он предложил оплачивать кафедру статистики в Оксфорде, но Гальтон усомнился в целесообразности создания новой профессуры в этом университете[1.8] и взамен предложил ввести в Королевском институте (в Лондоне) курс из шести лекций по статистике в год (?).

Примерно через 30 лет Пирсон (1924, с. 419 – 420) заметил, что предложение Найтингейл было предпочтительнее, потому что Королевский институт не был учебным центром. И он также полагал, что желание Найтингейл учредить подобную кафедру следовало бы как-то отметить, и, в 1911 г., размышляя о названии для своего таким образом учреждённого факультета, он решил, что

Никакого более подходящего и достойного названия мне [ему] *не пришло на ум, кроме Прикладной статистики*[1.9].

6. Статистические новшества Гальтона

Переход к измерению статистических вариаций являлся смещением парадигм (образцов), которое произошло в середине XIX в., когда Дарвин начал изучать незначительные биологические вариации. Он (1859) предположил, что эволюция происходит при накоплении малых расхождений между отдельными особями и ввёл в биологию идею о непрерывных вариациях. Эта мысль заинтересовала его двоюродного брата Гальтона (1822 – 1911), который начал подбирать статистические методы для измерения вариаций[1.10]. Более того, Pritchard (2005) выяснил, что сын Дарвина, Джордж, сыграл решающую роль в совершенствовании статистики Гальтоном.

Создание статистических весов (statistical scales)[2.13], методов ранжирования, введение медианы, семи-интерквартильной широты: таков был первый статистический метод (?) измерения дарвиновской вариации. И работы Гальтона по корреляции и регрессии изменили направление развития статистики.

Интерес Гальтона к наследственности привёл его к поиску способа измерения корреляции. Он хотел выяснить, почему потомство варьировало: некоторые дети были или выше, или ниже своих родителей[1.11]. Изучив несколько поколений семян сладкого горошка, Гальтон пришёл к мысли о регрессии среднего из потомства на родителей. Он обнаружил, что при возрастании размера семян родителей, возрастают и семена потомков, но не в той же мере. Он пытался вывести математическую формулу для корреляции, но странным образом получил меру регрессии. Пирсон прояснил его результат, показав, что Гальтон ошибочно предположил равную изменчивость родителя и потомства (или что стандартное отклонение должно привести к тем же количественным результатам для коэффициентов корреляции и регрессии).

Гальтон объединил корреляцию и регрессию,

Пирсон же ввёл направленность в его понятие регрессии, освободил его от узкого ограничения наследственностью человека и преобразовал в чисто математическое понятие (Pritchard 2005, с. 147).

Но Пирсон показал, что формула корреляции у Гальтона была на самом деле мерой регрессии, и поэтому оставил обозначение r для коэффициента корреляции.

К концу XIX в. Юл (1871 – 1951), студент Пирсона, ввёл новый подход к истолкованию статистической регрессии с понятийно новым приложением метода наименьших квадратов, чтобы установить расположение линии регрессии и позволить исследователю подогнать её к ряду точек (Aldrich 1995). Этот метод, основанный на теории ошибок, был изобретён в раннем XIX в. такими математиками и астрономами как Гаусс, Лаплас и Лежандр, чтобы определить, к примеру, форму Земли (Stigler 1986)[2.14]. Примерно в то же время Эджуорт вывел выражение для поверхности множественной корреляции (или многомерного нормального распределения).

7. Пирсон и Уэлдон:
создание новой математической дисциплины

Пирсона долгое время ошибочно считали учеником Гальтона; считали, что он следовал за своим учителем и лишь расширил его начала. В нескольких статьях я (1993, …, 2005a, 2005b) настаивала, что зоолог и дарвинист Уолтер Уэлдон поставил перед Пирсоном задачи, сообщил биологические даты и неутомимо поддерживал его, и что именно это позволило Пирсону изменить свой профиль, ставши биометристом вместо статистика и построить новую статистическую методологию, основанную на математике.

Соответственно, Пирсон поставил Уэлдона в центре своей жизни. Без Уэлдона Пирсон быть может так и не развил бы совершенно новую статистическую методологию. Разумеется, идеи Гальтона о корреляции и регрессии сыграли свою роль в пирсоновском развитии математической статистики, но ко времени когда, в 1894 г., Уэлдон представил Пирсона Гальтону, он уже создал основы своей статистической методологии.

Уэлдон окончил Кембридж в 1881 г., получив высшую оценку по естествознанию на Tripos[2.15], и начал изыскивать метод измерения дарвиновской вариации, потому что изученное в университете для этого не годилось. Осенью 1889 г. он стал заведовать кафедрой зоологии в Университетском колледже Лондона, в котором Пирсон был профессором прикладной математики. Летом Уэлдон поехал в Плимут с женой, которая помогала ему в работе, и начал [там?] применять статистические методы Гальтона[2.16]. Они подходили, если его эмпирические результаты удовлетворяли нормальному распределению, но когда в 1892 г. Уэлдону пришлось истолковывать двухвершинное распределение, он понял, что методы Гальтона уже не помогали, и он обратился к Пирсону.

Человек эпохи Возрождения в викторианской Англии, математик, окончивший Кембриджский университет, Карл Пирсон (1857 – 1936) был необычным и законченным, литературно образованным и всесторонним учёным. Поиск философских, духовных и количественных истин был одиссеей на протяжении всей его жизни.

В 1879 г. в математическом Tripos в Кембридже он оказался третьим из особо отличившихся, а в 1884 г. он был назначен профессором прикладной математики в Университетском колледже Лондона. Преподавать статистику Пирсон начал в 1890 г., ставши заведовавшим кафедрой геометрии в лондонском Грешем-колледже[2.17].

Он встретил Уэлдона осенью 1891 г. на конференции, посвящённой реформе образования в Университетском колледже, но их интеллектуальное общение произошло только в ноябре 1892 г., как раз после того, как Пирсон ввёл стандартное отклонение, дисперсию (хоть и назвал её квадратом стандартного отклонения) и гистограмму[2.18].

Пирсон понял, что Уэлдону требовалась статистическая система для измерения вариаций, притом пригодная для систематической обработки обширных данных. Он попытался истолковать двухвершинную кривую Уэлдона без перехода к нормальному распределению (как поступали Гальтон и Кетле). И Пирсон, и Уэлдон считали важным истолкование формы эмпирической кривой без искажения её первоначальной формы, которая могла что-то указать о создании нового вида. И Пирсон приспособил метод моментов к выводу подобной системы[1.12]. Он смог исследовать кривые любого вида и отказаться от ограниченности нормальной кривой[1.13]. Имея новый арсенал, Уэлдон стал первым учёным, который отыскал эмпирическое свидетельство дарвиновского естественного отбора.

Применение метода моментов оказалось у Пирсона основным звеном его новаторской и основанной на математике статистической методологии. Он смог придумать несколько статистических методов (включая статистическое отклонение[2.19] и дополнительные меры для подгонки кривых), что позволило ему создать инфраструктуру [комплекс дополнительных структур] для его математической статистической системы.

В 1893 г. Пирсон начал отходить от обычных в то время статистических методов, и учредил биометрическую школу в Университетском колледже, а в 1902 г., биометрическую лабораторию. Начав преподавать статистику в этом колледже, он понял, что его труды по подгонке кривых нуждались в критерии успеха. Подобные критерии существовали для нормального распределения, но не для асимметричных кривых. В 1892 г. Пирсон ввёл шестой момент как меру добротности подгонки данных Уэлдона, а позже (1900) завершил свои усилия влиятельной статьёй о критерии хи-квадрат. Она оказалась одной из важнейших работ по статистике, потому что его критерий позволял определять добротность подгонки любых видов эмпирических распределений.

Пирсон способствовал появлению взгляда на современный мир путём установления основ современной математической статистики, которая преобразовала наш взгляд на природу[2.20]. И он также предоставил учёным набор количественных инструментов для исследований на *универсальном* языке, который стандартизировал научную литературу XX в.

8. Студенты Пирсона

В XX в. статистические методы Пирсона преобразовали биологические и медицинские исследования, но распространение его статистики в медицину было в основном заслугой его студентов Мейджора Гринвуда, Джона Браунли и Остина Бредфорда Хилла (Major Greenwood, John Brownlee, Austin Bradford Hill)[2.21]. Хилл провёл первые рандомизированные клинические испытания в современной терапевтике. Другой студент, Спирмен (Charles Spearman), на которого также повлияли ранние идеи Гальтона о проверке умственных способностей, применил смешанный момент корреляции Пирсона и его метод основных компонентов для создания нового статистического метода, известного как факторный анализ[1.14]. И после этого Спирмен смог предложить первую двухфакторную психометрическую теорию, которая измеряла общие и специальные дарования.

Первый критерий статистического контроля качества вывел студент Пирсона, Госсет (Стьюдент). Исходя из работ с ячменём в Ирландии для пивоварения, он начал развивать статистические методы, пригодные для исследования малых выборок земледельческих участков, потому что ничего другого не было. Эта работа привела его к выводу метода проверки выборочных средних (Student 1927), который впоследствии преобразовал Фишер и ввёл в качестве t-критерия Стьюдента. Затем Фишер создал статистическую систему для анализа малых выборок (например, дисперсионный анализ) и тем самым ввёл в статистическую теорию планирование эксперимента и рандомизацию. Статистические новшества Фишера ознаменовали вторую фазу развития современной математической статистики.

Действительно, он развил понятие о статистических выводах. Отличительные черты этой новой фазы статистики включали формальную проверку гипотез и оценку параметров при помощи понятий состоятельности, несмещённости, эффективности и достаточности[2.22].

Основание методов Фишера было выстроено на статистических трудах Пирсона, а кроме того статья Фишера [1922] представляла собой перевод статистического языка Пирсона, который стал жаргоном современной математико-статистической теории, хотя многие из его статистических методов сохранились в современной статистической теории.

Примечания автора

1.1. Первая тщательная перепись в Англии не проводилась до 1835 г. Только тогда начали указывать возраст, пол, профессию или занятие, место рождения. Подсчитывались числа слепых и глухих.

1.2. В основном именно работа Чедвика привела в 1838 г. к учреждению первой санитарной комиссии, а позднее он опубликовал свой главный труд (1842).

1.3. К середине XIX в. статистика населения стала важной чертой викторианской профилактической медицины и общественной гигиены и продолжала играть ведущую роль для врачей в течение всего этого периода.

1.4. Это прозвище дал Найтингейл её первый биограф Сэр Эдуард Кук (Cook 1913).

1.5. Найтингейл обнаружила, что в военных госпиталях умирает 20 человек из тысячи, а в гражданской жизни только 10[2.23].

1.6. Так, больничная статистика предоставляла мало полезных сведений о среднем сроке пребывания в больнице или о соотношении выздоровевших и умерших пациентах.

1.7. В 1862 г. результаты больничных отчётов были опубликованы в *J. Stat. Soc.* [*London*]. Указанные формы применялись в течение какого-то времени, но в конце концов больницы сочли эту практику слишком дорогой и трудоёмкой.

1.8. В 1891 г. Оксфордский университет назначил заслуженного статистика Эджуорта (1845 – 1926) заведующим кафедрой политэкономии в Колледже Всех душ.

1.9. См. Pearson (1924, с. 21). Прошло более столетия пока в 1988 г. Оксфордский университет не переименовал свой факультет биоматематики, назвав его факультетом прикладной статистики.

1.10. Гальтон поддерживал идею статистиков населения о том, что статистику можно применять для перечисления социальных условий. Однако, он отличался от них тем, что интересовался и измерением биологических вариаций.

1.11. В 1875 г., чтобы ответить на этот вопрос, по рекомендации своего двоюродного брата, Дарвина, и ботаника Джозефа Гукера, он решил экспериментировать с семенами сладкого горошка, твёрдым и плодовитым растением с семенами одного и того же размера. Гальтон измерил диаметр и вес тысяч семян двух плодовитых поколений и подразделил их на семь групп по размеру [фокус!]. Он обнаружил, что второе поколение возвращалось к первому и подчинялось нормальному распределению. Свой метод (?) он назвал возвратом и обозначал этот термин (reversion) буквой *r*.

1.12. Пирсон ознакомился с методом моментов, будучи студентом в Кембридже. Его первое сочинение на эту тему появилось через год после окончания университета (1890).

1.13. Ознакомление с методом моментов произошло при занятиях по графической статике, при определении моментов в опытах с нагруженным брусом и применении теоремы, которую в 1857 г. доказал французский инженер Emile Clapeyron.

1.14. Этот метод приводит множество сложных данных в легче управляемую форму и позволяет выявить структуру в соотношениях между переменными.

Примечания переводчика

2.1. Викторианская эпоха: 1837 – 1901. Следовало бы упомянуть и государствоведение. Более точные сведения об истории термина *статистика* см. Шейнин (2011). Так, в латинском языке уже было слово *статус*.

2.2. Официальную статистику автор почему-то приравнял к моральной (но забыл про самоубийства), табулирование же произошло лишь в середине XVIII в., см. Anchersen (1741), Шейнин (2013, § 7.2.1) и [iii].

2.3. Уже здесь и ниже автор значительно принизил значение Фишера. Сбором (и первоначальной обработкой) данных занимается не математическая, а теоретическая (более обширная по своим целям) теоретическая статистика. Определение математической статистики см. Колмогоров и Прохоров (1974). Упоминание матричной алгебры звучит несерьёзно.

2.4. Вероятность упоминается слишком скромно. По меньшей мере следовало упомянуть Якоба Бернулли, который исследовал соотношение между теоретической и статистической вероятностью и расширил область применения теории вероятностей (Шейнин 2013, §§ 4.1 – 4.2).

2.5. Математики также являются учёными. Культуру измерений (что бы это ни означало) восходит к древности (Шейнин 2013, § 2.3.4).

2.6. О понимании средних значений в древности см. Шейнин (2013, конец § 2.1.1). В последние несколько веков средние значения и состояния заняли особое место в жизни и естествознании без всякого упоминания философии. Лейбниц (Шейнин 2013, конец § 3.1.2) заметил, что крестьяне принимали стоимость земельных участков равной среднему арифметическому из её трёх оценок. Кеплер (там же, § 2.2.4) косвенно назвал среднее арифметическое *буквой закона*, а Гумбольдт (Humboldt 1845 – 1862, 1845, Bd. 1, с. 82) заявил, что средние значения являются *окончательной целью и выражением физических теорий*. О плотностях речи ещё не было. Подобные же примеры можно привести из истории азартных игр (свидетельство Галилея), метеорологии и, конечно, физики.

2.7. О Дарвине (и частично Менделе) см. Шейнин (2013, § 11.8.2). О большой роли мутаций (вот где эссенциализм проявляется!) см. De Vries (1905) и Johansen (1922/1929).

2.8. Термин *демография* появился в 1855 г. [ii, прим. 2]. Английские статистики до Мальтуса не смогли примириться с мыслью о том, что население некоторых стран возрастает слишком быстро, и что библейская заповедь (Бытие 1:28) *плодитесь и размножайтесь и наполняйте землю* уже перевыполнена (Пирсон 1978).

2.9. О подобных опасениях, которые неоднократно высказывались в XVIII в., см. Schlözer (1804, § 15).

2.10. См. Babbage (1961).

2.11. Позабыв о Граунте, Зюссмильхе и Данииле Бернулли, Schlözer (1804) не упомянул о здравоохранении. О медицинской статистике см. Шейнин (2013, §§ 7.2.3 и 11.8.1). После Шлёцера и быть может до конца XIX в. статистика населения не занималась ей несмотря даже на страшные эпидемии оспы и холеры. Сообщение автора о французах неверно. Первую книгу о медицинской статистике написал студент Пуассона Gavarret (1840). В 1835 г. сам Пуассон с соавторами (Шейнин 2013, § 9.9) косвенно призвал прикладывать математику к медицинским наукам.

2.12. См. также собрание сочинений Найтингейл (2001 – 2012). В 1860 г. Международный статистический конгресс (так назывался научный институт) принял её предложение о единообразном содержании больничной статистики (Шейнин 1982, § 6.1.2).

2.13. Этого термина нет в справочнике Dodge (2003).

2.14. Подгонку прямых и кривых к точкам наблюдений исследовал ещё Ламберт (Шейнин 1971). Много позднее для этой цели начали применять появившийся метод наименьших квадратов (МНКв), но ничего *понятийно нового* при этом не было. Лежандр ничего не изобрёл. Исходя из качественных соображений, он лишь предложил принцип наименьших квадратов, притом неявно ошибочно заявил, что этот принцип равносилен методу минимакса (позднейший термин). Гаусс применял МНКв в основном для обработки наблюдений (и добился блистательного успеха в астрономии), см. Шейнин (1979). Стиглера вообще не следовало упоминать (да ещё без указания станиц его книги).

2.15. Tripos: первая экзаменационная сессия в Кембридже.

2.16. Поездка Уэлдона в Плимут осталась непонятной.

2.17. Пирсон работал в Грешем-колледже по совместительству с 1890 или 1891 по 1894 г., но не выдержал перегрузки.

2.18. Дисперсию ввёл Гаусс и существенно применил её (Шейнин 1979), а гистограмму видимо придумал Плейфейр (FitzPatrick 1960).

2.19. Метод статистического отклонения непонятен.

2.20. Новый взгляд на мир появился в связи с внедрением в науку (в основном в биологию и физику) статистического метода.

2.21. О студентах Пирсона см. нашу статью (2010), в которую мы не смогли втиснуть сведения о его сыне, выдающемся статистике Эгоне Пирсоне. В письме ученику Чупрова Андерсону, написанному по всей вероятности в 1914 г., Пирсон (Шейнин 1990/2011, с. 151) заметил, что Стьюдент не специалист (nicht ein Fachmann). Рукопись статьи Стьюдента 1915 г. он ещё видимо не получил.

2.22. Несмещённость была известна уже Гауссу (Шейнин 1979), вообще же роль Фишера здесь снова принижена. В частности, после его статьи 1922 г. статистики почти полностью перешли от поисков истинных значений к оценке параметров функций распределения (Шейнин 2007).

2.23. Это непонятно. Смертность явно и значительно преуменьшена, а гражданская жизнь могла относиться и к здоровым людям, и к пациентам гражданских больниц.

Библиография автора

Aldrich J. (1995), Correlations genuine and spurious in Pearson and Yule. *Stat. Sci*., vol. 10, pp. 364 – 376.

Chadwick E. (1842), *Report on the Sanitary Conditions of the Labouring Population of Great Britain*. Edinburgh, 1965.

Cohen I. B. (1984, March), Florence Nightingale. *Scient. American*, 250.

Greenwood M. (1921), Medical statistics. *Lancet*, 7 May, 986.

Magnello M. E. (1993), *Karl Pearson: evolutionary biology and the emergence of a modern theory of statistics*. Диссертация. Oxford Univ.

--- (1998), Karl Pearson’s mathematization of inheritance: from ancestral heredity to Mendelian genetics (1885 – 1909). *Annals of Science*, vol. 55, pp. 35 – 94.

--- (1999), The non-correlation of biometrics and eugenics: rival forms of laboratory work in Pearson’s career. *Hist. of Sci.*, vol. 37, pp. 79 – 106, 123 – 150.

--- (2002), Introduction of mathematical statistics into medical research: Pearson, Greenwood and Hill. В книге *Road to Med. Statistics*. Редакторы E. Magnello, A. B. Hill. New York – Amsterdam, pp. 95 – 124.

--- (2004), Reception of Mendelism by biometricians and early Mendelians (1899 – 1909). В книге *A Century of Mendelism in Human Genetics*. Редакторы M. Keynes и др. London.

--- (2005a), Pearson on the chi-squared test, 1900. В книге *Landmark Writings in Western Mathematics: Case Studies (1640 – 1940)*. Редактор I. Grattan-Guinness. Amsterdam, pp. 724 – 731.

--- (2005b), Karl Pearson and the origins of modern statistics: an elastician becomes a statistician. http://rutherfordjournal.org I, December

Nightingale Florence (1858), *Notes on Matters Affecting the Health, Efficiency and Hospital Administration of the British Army*.

--- (1859), *Notes on Hospitals*. London, 1963.

--- (1871), *Introductory Notes on Lying-In Institutions*.

--- (?), *Hospital Statistics and Plans*.

Pearson K. (1890), Note on Clapeyron’s theorem of the three moments. *Messenger of Math*., vol. 19, pp. 129 – 135.

--- (1900), On the criterion etc. *Lond., Edinb. Dubl. Phil. Mag.*, vol. 50, pp. 157 – 175; vol. 1, 1901, pp. 670 – 671.
--- (1924), *Life, Letters and Labours of Fr. Galton*, vol. 2. Cambridge.
Pritchard Chr. (2005), *The Normal Curve of Evolutionary Biology, 1869 – 1877 with Sp. Ref. to the Support Given to Fr. Galton and G. Darwin*. Диссертация. Open Univ.
Stigler St. M. (1986), *History of Statistics*. Harvard.
Strachey L. (1918), *Eminent Victorians: Cardinal Manning, Fl. Nightingale, Dr. Arnold and General Gordon*. London.
Student (W. S. Gosset) (1927), Probable error of the mean. *Biometrika*, vol. 15, pp. 151 – 164.

Библиография переводчика

Сокращение: AHES = *Arch. Hist. Ex. Sci.*

Колмогоров А. Н., Прохоров Ю. В. (1974), Математическая статистика. БСЭ, третье издание, т. 15, с. 480 – 484.
Шейнин О.Б., Sheynin O. (1971), Lambert's work on probability. AHES, vol. 7, pp. 217 – 243. **S, G,** 47.
--- (1979), Gauss and the theory of errors. AHES, vol. 20, pp. 21 – 72. **S, G,** 47.
--- (1982), On the history of medical statistics. AHES, vol. 26, pp. 241 – 286. **S, G,** 29.
--- (1990/2010), *А. А. Чупров. Жизнь, творчество, переписка.* Берлин.
--- (2007), The true value of a measured constant and the theory of errors. *Hist. Scietiarum*, vol. 17, pp. 38 – 48. **S, G,** 47.
--- (2010), Karl Pearson a century and a half after his birth. *Math. Scientist*, vol. 35, pp. 1 – 9. **S, G,** 35.
--- (2011), Statistics, history of. *Intern. Enc. of Stat. Science*. Göttingen, pp. 1493 – 1504. Редактор M. Lovrich. **S, G,** 47. Он же написал § 1 об истории термина *статистика.*
--- (2013), *Теория вероятностей. Исторический очерк*. Берлин. **S, G,** 11.
Anchersen J. P. (1741), *Descriptio statuum cultiorum in tabulis*. Kopenhagen – Leipzig.
Babbage Ch. (1961), Note respecting the origin of the Statistical Society. *J. Roy. Stat. Soc.*, vol. A124, p. 546. **S, G,** 61.
De Vries H. (1905), Evidence of evolution. *Annual Rept Smithsonian Instn* for 1904, pp. 389 – 394. **S, G,** 44.
Dodge Y. (2003), *Oxford Dictionary of Statistical Terms*. Oxford.
FitzPatrick P. D. J. (1960), Leading British statisticians of the 19th century. *J. Amer. Stat. Assoc.*, vol. 55, pp. 38 – 70. **S, G,** 81.
Gavarret J. (1840), *Principes généraux de statistique médicale*. Paris.
Humboldt A. (1845 – 1862), *Kosmos*, Bde 1 – 5. Stuttgart. *Космос*. М., 1866 – 1871. Третье издание.
Johansen W. (1922/1929), Biology and statistics. *Nordic Stat. J.*, vol. 1, pp. 351 – 361. **S, G,** 44.
Nightingale Fl. (2001 – 2011), *Coll. Works*, vols. 1 – 16. Wilfrid Laurier Univ. Press.
Pearson E. S. (1937 – 1938), Karl Pearson: an appreciation of some aspects of his life. *Biometrika*, vol. 28, pp. 193 – 257; vol. 29, pp. 161 – 248.
Pearson K. (1978), *History of Statistics in the 17th and 18th Centuries*. Lectures 1921 – 1933. Редактор E. S. Pearson. London.
Schlözer A. L. (1804), *Theorie der Statistik*. **S, G,** 76.

Дополнительная литература

Cook Edw. (1942), *Life of Florence Nightingale.* New York.
Farr W. (1885), *Vital Statistics*. London.
Kopf E. W. (1916), Florence Nightingale as a statistician, *J. Amer. Stat. Assoc.*, vol. 15, pp. 388 – 404.
Lécuyer B., Oberschall M. R. (1978), Social research, early history of. In W. H. Kruskal & Judith M. Tanur, Editors, *Intern. Enc. of Stat*. New York – London, pp. 1013 – 1031. **S, G,** 61.
Snow J. (1855), On the mode of communication of Cholera. In *Snow on Cholera*. New York, 1965, pp. 1 – 139.

XIV

О. Б. Шейнин

Б. В. Гнеденко: моё свидетельство

Борис Владимирович Гнеденко (1912 – 1995) был учеником Колмогорова и членом Украинской академии наук, одним из ведущих отечественных специалистов по теории вероятностей, заведовал кафедрой в МГУ. Несколько лет читал на немецком языке лекции в ГДР по этой дисциплине. Его университетский курс теории вероятностей 1950 г. выдержал несколько изданий, был переведён на английский язык и несколько раз, в 1965 – 1991 гг., на немецкий. Успешно занимался Гнеденко и историей своей науки, исследовал творчество Чебышева и его школы, но за пределы России не выходил.

И вот быть может в конце 1970-х годов он перестал активно заниматься наукой, и тогда же А. П. Юшкевич сказал о нём: *Была в нём искра Божья* … (Юшкевич был главой советской школы истории математики и одним из немногих общепризнанных международных авторитетов в этой области.) Году в 1990-м беседовал я с профессором МГУ, фамилию которого, к сожалению забыл. Он сообщил мне, что в конце разговора с Колмогоровым получил от него незапечатанный конверт с запиской, попросил передать кому-то. *Не запечатал*? *Хотел, чтобы я прочёл*! Написал Колмогоров: убедите Гнеденко переехать в Новосибирск (в тамошнее отделение АН), иначе мы от него не избавимся. *Избавиться* от академика, хотя бы республиканской академии, было невозможно.

Не убедили! И вот под редакцией Колмогорова и Юшкевича в 1978 г. вышел первый том *Математики XIX века*, и в нём глава *Теория вероятностей*, авторы Гнеденко и Шейнин. Без меня, как мне сообщил впоследствии С. С. Демидов (будущий бледный последователь покойного Юшкевича), Гнеденко отказывался писать. Гонорар за эту главу Гнеденко попытался полностью присвоить, и Демидов сказал мне, что Гнеденко и раньше то ли присваивал, то ли пытался присваивать гонорары соавторов.

Через несколько лет я прочёл рецензию на нашу главу, кажется в *Успехах математических наук*. Была, дескать, написана история теории вероятностей только до Лапласа, теперь же Гнеденко … Меня рецензент не упомянул, и вряд ли не посоветовался с ним заранее, вряд ли Гнеденко не *тянул одеяла на себя*.

Ещё до этого я слушал доклад Гнеденко о работе по истории теории вероятностей в Доме учёных. *Выяснилось, что распределение Коши ввёл уже Пуассон*. Выяснилось! Это я ему сообщил, а на Западе это было известно очень давно. Наступил какой-то антракт, слушатели прогуливались в каком-то зале. Навстречу мне шёл Гнеденко, и мы поклонились друг другу. Лицо у него покраснело …

И вот, уже в Германии, я просмотрел очерк Гнеденко по истории теории вероятностей, который уже не ограничивался Россией. Меня он если и упоминал, то мимоходом, а потому опозорился (но гонорар конечно получил, и славу от невежд заработал). В конце жизни опубликовал брошюру, отставшую от современного знания лет на 30!

Должен добавить: тексты моей монографии по истории теории вероятностей на русском и на английском языках желающие могут скачать с моего сайта sheynin.de (который гугл тщательно перепечатывает: Google, Oscar Sheynin, Home), файлы 11 и 10.

Особо опишу брошюру А. Я. Хинчина и Б. В. Гнеденко *Элементарное введение в теорию вероятностей*. В 2013 г. вышло в свет её тринадцатое издание, и в издательской аннотации сказано, что всего появилось более полумиллиона её экземпляров, что брошюра издавалась в тринадцати зарубежных странах и была переведена на пятнадцать языков. Так ведь это шедевр, причём Хинчин умер в 1959 г., так что Гнеденко следует считать намного больше автором этого шедевра!

Нет! Это самая отвратительная халтура, которая, кстати, доказывает, что громкие имена позволяют загребать деньги издательствам (и их обладателям). Я сам перевёл их брошюру на английский (файл 65), потому что переводчик существовавшего перевода не посмел комментировать авторов, и в предисловии я перечислил немыслимые грехи авторов, т.е. в основном грехи Гнеденко.

Я окончил артиллерийское училище и являюсь дипломированным инженером-геодезистом, и я утверждаю, что примеры на пристрелку целей (уже канувшей в небытие) почти достойны Мюнхаузена, а примеры на измерение линий на местности лишь немногим лучше. В целом же авторы сильно постарались как можно меньше сообщать читателям. Разброс снарядов и пристрелка рассмотрены только в одном измерении; на подачу команд стреляющий имел 10 – 15 секунд, но авторы толкуют о теореме Бейеса (практический порок которой они замалчивают); статистическая вероятность отождествлена с теоретической; приближённые числа перемножены неверно: авторы не только не предупредили читателей о появлении фиктивных цифр, но сами ввели их. Популярное изложение противоречит давно известному факту, и я утверждаю, что подобное является **смертным грехом** авторов.

Много больше грехов я отметил в своих примечаниях к тексту (в частности, крайне небрежное изложение нового материала, который появился после смерти Хинчина). Я сам в 2018 г. опубликовал в крохотном числе экземпляров брошюру *Теория вероятностей. Элементарное руководство с привлечением сведений из истории этой науки* и вышлю желающим её текст по электронной почте. Мой принцип популярного описания был противоположным.

Так что можно теперь сказать о Гнеденко?..