

**Девятая хрестоматия  
по истории теории вероятностей и статистики**

Составитель и переводчик О. Б. Шейнин

НЕ ДЛЯ ПРОДАЖИ (надпись, наклеенная на каждом экземпляре)

@Oscar Sheynin ISBN 9783942944175

Берлин, 2012

Текст книги размещён также в Интернете [www.sheynin.de](http://www.sheynin.de)  
На той же страничке находятся многие другие работы

## Содержание

### От составителя

- I.** Ф. Н. Дейвид, Кардано и книга *Об азартных играх*, 1962
- II.** И. Кеплер, *Новая астрономия*. Введение. Отрывок, 1609/1992
- IIIa.** Аноним [Т. Бейес], Введение в учение о флюксиях и защита математиков от возражений *Аналиста*, 1736/2003
- IIIb.** Т. Бейес, Письмо покойного преподобного Томаса Бейеса, 1754/2003
- IIIc.** Т. Бейес, Письмо Дж. Кантону, без даты/2003
- IV.** [Институт Карнеги], Методы, способствующие исследованиям в точных науках, 1905
- V.** О. Б. Шейнин, Статистика, не опубликовано
- VI.** О. Б. Шейнин, Статистика и теория ошибок. Споры, не опубликовано
- VII.** О. Б. Шейнин, Элементарное изложение окончательного гауссова обоснования метода наименьших квадратов, не опубликовано
- VIII.** О. Б. Шейнин, Пуассон и статистика, не опубликовано
- IX.** Д. А. МакКензи, Политические взгляды Карла Пирсона, 1981
- X.** О. Андерсон, О методе последовательных конечных разностей, 1925
- XI.** О. Б. Шейнин, святой Федос, не опубликовано
- XII.** Ф. Н. Красовский, Геодезическая наука за последние двадцать пять лет, не опубликовано
- XIII.** К. Трусделл, Мимолётные очерки идиота о науке, 1984
- XIV.** У. Э. Деминг, Частотное истолкование обращённой вероятности, 1939
- XV.** Е. В. Хантингтон, Плотность распределения произведения и частного, 1939
- XVI.** Й. Б. Д. Дерксен, О некоторых бесконечных рядах, которые ввёл А. А. Чупров, 1939
- XVII.** М. А. Гор, Математика и мораль, 1924
- XVIII.** У. Л. Торп, Статистика и политика иностранных дел, 1948
- XIX.** С. Д. Хагс, Статистика и предсказание, 1953
- XX.** Н. Т. Дж. Бейли, Сфера медицинской статистики, 1952

### От составителя

Мы продолжаем переводить и издавать статьи, интересные для многих читателей. Включены давнишние и практически неизвестные материалы, да и сравнительно недавно опубликованные статьи известны далеко не всем. Перед основным текстом мы приводим комментарии к некоторым отдельным статьям, обозначая их римскими цифрами соответственно Содержанию, однако имеющиеся в них библиографические ссылки включены в надлежащие пристатейные библиографии.

[i] Это небольшое исследование выглядит как черновой вариант. Оно написано небрежно, некоторые фразы плохо понятны и нет чёткой характеристики результатов Кардано. Вот пример небрежности. Автор замечает, что в список 34 рукописей Кардано не поместил свою будущую книгу об азартных играх, однако Беллхаус (2005, с. 184) указывает, что в нём была всё-таки включена работа *De Ludis* (о которой ничего не известно).

Самыми важными являются сведения о Феррари, которые, впрочем, в основном находятся на предыдущих страницах книги автора. Мы добавим, что в автобиографии Кардано уделил очень мало внимания своим математическим исследованиям азартных игр, т. е. не считал их существенными.

В Библиографию мы включили несколько комментаторов; самым интересным из них является Беллхаус (2005).

[ii] Кеплер чётко указал цель своих рассуждений, и, как можно полагать, добился успеха. Можно привести его слова (там же, с. 47), которые по меньшей мере частично подходят здесь:

*Как обычно в физических науках, я смешивал вероятное с необходимым и выводил из смеси правдоподобное заключение.*

Остаётся, конечно, вопрос: что случилось бы со всеми живыми созданиями, если Земля действительно остановится, и притом внезапно? Ведь должен был Кеплер знать, что происходит при внезапной остановке лодки или корабля, или экипажа, а скорость движения Земли по орбите была ему известна.

[iii] Томас Бейес (1701 – 1761) был выдающимся математиком, и его влияние на развитие математической статистики трудно переоценить. Мы сами (2007) утверждали, что своим классическим исследованием 1764 – 1765 гг. он завершил создание первого варианта теории вероятностей.

Мы приводим отрывок из его анонимно опубликованного мемуара 1736 г. и два кратких посмертно опубликованных письма, после чего следуют общие комментарии и библиография к ним. В отрывке 1736 г. Бейес высказал своё резко отрицательное мнение о критике учения о флюксиях и фактических нападках на Ньютона как на автора этого учения (Беркли 1734, опубликовано анонимно). Переводить основной текст сочинения Бейеса мы не посмели, поскольку никогда не занимались историей математического анализа. Авторство в

обоих случаях (Беркли и Бейес) издавна считается общепринятым.

Поясняя Постулат № 1, Бейес по существу утверждал, что математика может рассматривать нечто, не существующее в природе. Подобные заявления были бы вполне уместны, например, при исследовании комплексных величин, но мы сомневаемся, что они появились до Бейеса. Впрочем, то же утверждение, чтобы обезопасить себя, вставил уже Оссиандр, издатель великой книги Коперника. Интересно, что саму эту мысль, правда, без обоснования, указали судьи на знаменитом процессе Галилея! См. Шейнин (2009, с. 206 Прим, со ссылкой на рецензируемую книгу).

По поводу второго письма Бейеса заметим, что он не упомянул ошибок, вызванных влиянием окружающей среды.

Систематические ошибки (например, вызванные рефракцией) должны были быть известны древним астрономам, однако явно их выделил только Даниил Бернулли в 1780 г., да и то лишь в частном случае (Шейнин 1972). Нельзя утверждать, что среднее всегда лучше отдельного наблюдения (см. Прим. 5), вообще же следует учитывать требуемые точность и степень исключения систематических ошибок, а также стоимость наблюдений. Весь указанный материал мы нашли в книге Дейла (Dale 2003). В ней описаны жизнь и труды Бейеса, с комментариями (в основном, библиографическими) и перепечаткой некоторых его сочинений. Большая часть книги относится к общей истории, этике и богословию. Много ненужных подробностей, но нет ни краткой биографии Бейеса, ни списка его сочинений.

**[iv]** Авторы писем делали упор на управляющего предложенным учреждением, а некоторые из них полагали, что оно окажется каким-то официальным арбитром всех опубликованных материалов. Трудно понять это мнение, и прав был Пирсон, предложивший взамен учредить институт консультативного типа.

Рассматриваемый здесь вопрос обсуждался и в переписке Ньюкома и Пирсона (Шейнин 2011), а история фундаментальных наук в США была темой обширной статьи Ньюкома (1876). В ней, в частности, подчёркивалась огромная роль частных ассигнований в развитии американской науки. На средства частных лиц были даже учреждены некоторые университеты и астрономические обсерватории, и это объясняет обращение Ньюкома в Институт Карнеги.

В письме В. И. Вернадскому, в 1915 или 1916 году, А. А. Чупров (Шейнин 1990/2010, с. 160 – 163) предложил в будущем (после войны, когда будут созданы академические институты) учредить институт для статистического изучения России. Как и Ньюком, он исходил из того, что плохо используются собранные наблюдения. Академических институтов нет ни в одной ведущей западной стране, а в Германии вообще нет общенациональной академии наук.

На накапливание наблюдений указывали многие авторы. Вот некоторые высказывания (Lueder 1812, p. 9; Чупров 1903/1960, с. 42; G. V. Airy, quoted by A. De Morgan 1915, vol. 1, p. 85).

*Появились легионы числовых статистических данных и статистических таблиц, наполненных числами.*

*Такие статистики, которые производят наблюдения, не раздумывая, зачем и как, и проделывают сложнейшие вычисления, не понимая, куда все эти перемножения и деления должны и могут их привести, чрезвычайно многочисленны.*

*Не берусь угадывать, не добавит ли это миллионов ненужных наблюдений к существующим миллионам, или можно будет ожидать какого-то результата, который приведёт к метеорологической теории.*

[ix] Тема этого очень скромного раздела книги автора плохо известна. К сожалению, он не всегда чётко разъясняет свои соображения, и это особенно заметно в его последнем абзаце.

[x] Почти одновременно со Стьюдентом (Госсетом) Андерсон предложил метод последовательных конечных разностей (разностный метод) для исследования статистических рядов. Его статьи, посвящённые этому методу, появились в *Биометрике*, данная же статья – единственная, опубликованная на русском языке.

Мы перепечатаем её, поскольку она почти неизвестна, но сложные формулы нам пришлось опустить, заменяя их кратким словесным описанием сути. Цитаты, приведенные автором на иностранных языках, переведены и библиография уточнена. Андерсон сдержал своё слово (конец § 3 и самый конец статьи) и после 1925 г. опубликовал ещё две статьи на ту же тему, см. Библиографию.

Вот недавние высказывания о разностном методе (Fels 1978, p. 2; Wittle 1978, p. 1185). Этот метод

*Всё ещё принимается за исходное начало различных теоретических исследований.*

*Может обеспечить успех в первом приближении, поскольку существенно исключает отклонения от стационарности. Но более основательным подходом было бы [...].*

[xii] Из текста рукописи, в конце § 3, следует, что она была написана во время войны, а в конце § 6 автор прямо указывает, что определённая задача “Будет выполнена в ближайшие годы по окончании войны”. К тому же, рассматриваемые 25 лет – это период 1919 – 1944 гг., см. самое начало § 2.

Формул в рукописи нет, и числовых данных немного. Не в Барвихе ли (см. наш § 8.2) была она частично написана? Возможно, что её основой послужила рукописная записка Ф. Н. “Научные задачи геодезии”, которую он упомянул в письме Байкову (§ 8.2).

Рукопись не была опубликована; в 1941 и 1947 гг. в печати появились статьи автора, отражавшие его работу в АН и перепечатанные в т. 1 его “Избр. соч.”, см. Прим. 24 к нашему основному тексту. Они лишь перекликаются с описываемой рукописью, которая таким образом является самостоятельным исследованием. Сразу скажем, что оно было основано на основательном знакомстве автора с современной литературой. Читатели могут сравнить рукопись с обзором автора достижений отечественной геодезии за 1917 – 1936 гг. (опубликован в 1936 г., см. “Избр. соч.”, т. 2, 1956, с. 89 – 100).

Рукопись (62 страницы) видимо является черновым вариантом труда, поскольку её стиль весьма небрежен. Мы позволили себе подправить её лишь в небольшой степени (в частности, разбить некоторые слишком длинные предложения). Было и несколько опечаток, что объяснимо в обширной работе.

Она разделена на семь неименованных параграфов, которым предшествует краткое Введение. По содержанию она шире, чем можно было бы ожидать по её заглавию. Автор указывает на заслуги А. К. Клеро, К. Ф. Гаусса и нескольких последующих учёных XIX века, особенно Дж. Г. Стокса и Ф. Р. Гельмерта, по приложению гравиметрии к геодезии, а также Дж. Б. Эри и Дж. Пратта, которые выдвинули верную гипотезу изостатического равновесия крупных массивов земной коры, как бы плавающих на твердом основании (но нарушаемого, например, в сейсмически активных районах). Исследования профессора МГУ Ф. А. Слудского о фигуре Земли, которые, к сожалению, оставались без должного внимания, автор называет “не безупречными”, но существенными. Много внимания Ф. Н. уделяет и продолжавшимся исследованиям теории изостазии. В некоторой степени о них и об их связи с геодезией можно ознакомиться по книге Г. Бомфорда, см. Прим. 13 к нашему основному тексту. В четвёртом английском издании (Оксфорд, 1980) Библиография уже составлена по алфавиту авторов, и в ней легко найти работы более поздних учёных по изостазии.

К 1919 г. Ф. Н. относит зарождение “физической геодезии”, т. е. изучения твёрдой оболочки Земли и в частности горизонтальных и вертикальных движений суши. В сфере основных геодезических работ, включающих гравиметрию, Ф. Н. рассматривает существенные технические и научные разработки и особо останавливается на исследованиях инварных проволок, применяемых для измерения базисов триангуляции.

Упомянув несколько наук, которые в какой-то степени использует физическая геодезия, Ф. Н. мог бы назвать и статистику. Простейший пример: приложение теории корреляции. Другие описанные темы включают перемещение полюсов Земли, хранение времени и установление общего земного эллипсоида и в том числе соображения о его трёхосности. Ещё в 1943 г. он был удостоен Государственной премии за свои первоначальные изыскания по этой задаче. Вторую премию Красовский получил уже посмертно, в 1952 г., вместе с упомянутым здесь А. А. Изотовым.

Автор особо подчёркивает значимость работы Международного геодезического и геофизического союза (которого указанные выше статьи не упоминают) и полагает необходимым, чтобы АН признала геодезию как теоретическую науку.

[xiii] Клиффорд Амброс Трусделл III (1919 – 2000) был выдающимся механиком, историком естествознания (особо – механики) и философом, опубликовавшим 26 монографий, и прекрасным знатоком своего родного, английского языка. Несколько десятилетий он редактировал два первоклассных журнала, в одном из которых я опубликовал 24 статьи (и переписывался с Трусделлом).

Мы публикуем лишь крохотную долю особого сочинения Трусделла и не смогли в достаточной мере отразить необычайную широту и глубину его знаний. К сожалению, автор лишь в немногих случаях привёл точные выходные данные источников, на которые он ссылался. Заглавия отдельных выдержек нам пришлось придумывать самим.

Особо отметим заботу Трусделла о стиле. Так, он где-то привёл характерный пример современных оборотов английского языка: *крысолов стал оператором по грызунам*. И вот эпизод из его редакторской практики, который он рассказал мне. Ван дер Варден в качестве члена редколлегии представил английскую рукопись испанского, кажется, автора. В ней было много пассивных оборотов, которых английский язык избегает, и Трусделл попросил автора исправить рукопись. Автор отказался (и его рукопись Трусделл не опубликовал), ван дер Варден же обиделся и отказался от своего поста.

[xvi] Автор заметил незаконченность исследования теории корреляции у Чупрова (которое он тем не менее называет *фундаментальным*) и для его уточнения применил нововведение Е. Е. Слуцкого. Других подобных статей мы не встречали.

Мы не смогли полностью передать заметку автора: перепечатка его многосложных формул оказалась слишком затруднительной. И всё-таки наш перевод передаёт общее представление о его работе.

[xvii] Статья интересна своей целью. В соответствии с духом своего времени автор не упоминает школьниц, а по поводу *беспределённого воображения* в математике можно вспомнить Гильберта. Научный фольклор сообщает, что об одном из своих аспирантов он сказал: *Так он стал поэтом? Давно заметил, что ему не хватало воображения*.

Статья написана небрежно. Введена непонятная производная, а в придуманной семье сыновья почему-то чуть старше отца и т. д. Красоту в математике следовало бы показать и в графике простейшей разрывной функции, а бездушные формулы колебания маятника вообще надумано: нужно было бы только объяснить, где её красота. Аналогично обстоит дело с десятками, если не сотнями других, вроде бы только *материалистических* формул. Цель статьи достигнута лишь частично.

[xviii] Для статистиков статья интересна тем, что раскрывает

малоизвестное поле деятельности статистических методов. Заметим, что в § 9 косвенно упомянуты колонии европейских держав. Мой перевод отредактировал Л. Б. Шейнин, и он же написал комментарий о плане Маршалла.

[xx] Автор обратил внимание на организацию медицинского обслуживания, и можно было бы упомянуть в этой связи решительное мнение Н. И. Пирогова. См. нашу статью о нём в *Historia Scientiarum*, vol.10, 2001, pp. 213 – 225.

Последний раздел статьи оказался очень трудным для меня (в какой-то степени ввиду недостатков изложения). Я выпустил некоторые подробности, которые и не очень были нужны в статье обзорного характера.

## I

Ф. Н. Дейвид

### Кардано и книга *Об азартных играх*

F. N. David, Cardano and *Liber de Ludo Aleae*.  
In author's *Games, Gods and Gambling*. London, 1962, pp. 55 – 60

Выбросить только три очка в безобидной игре Hazards, когда что-то громадное или какое-то дело поставлено на кон, является естественным событием, и таким оно и должно считаться. И даже, при повторном броске, если случится то же. Но тот же результат в третий и четвёртый раз, конечно же, будет основанием для подозрений у благоразумного человека.

Кардано, *О моей жизни*

Челио Кальканьини (Celio Calcagnini), философ, поэт и астроном, родился в Феррара<sup>1</sup> 17 сентября 1479 г. и умер там же 27 августа 1541 г. Незаконнорожденный сын церковника высокого ранга, он был признан своим отцом и смог стать священником в кафедральном соборе в Феррара и профессором изящных искусств в университете. Будучи не только известным астрономом (он написал книгу, показывающую, что Земля вращается вокруг Солнца), он интересовался нравами и обычаями классических эпох и предыдущих времён и написал об этом несколько книг. С точки зрения азартных игр можно заметить, что он написал также *De talorum, tessarum ac calculorum ludis ex more veterum*, обзор игральных костей и астрагалов в классическую эпоху и научное обсуждение того, как астрагалы (к примеру) должны были бы упасть для достижения броска *Венера*. Впрочем, вычислений шансов там не было, что, возможно, указывает, что математические рассуждения о шансах были в то время редкими, или же, что их вообще не было. Но его книга могла послужить исходной для Кардано, который упомянул, что воспользовался сведениями из неё в своей собственной книге о шансах.

Интересно, как именно Кардано написал свои книги. Он говорит (*De Subtilitate Rerum [О тонкости вещей]*, 1551):

*В соответствии со своей привычкой, я поступил так. Прежде всего, я собрал факты об азартных играх, и это-то рассмотрел в расширенном виде в четырёх книгах. Первую из них я действительно закончил, и в ней рассмотрел игру в шахматы. В ней было сто страниц.*

Можно вполне поверить, что это и было типичным примером его работы. Он много читал, собирал массу рассортированных данных и сплетал её в единое целое, добавляя понемногу, где только мог. Таким же путём он, вероятно, приходил к мысли о темах своих работ. Книги по медицине и его автобиография возможно восходят к Галену. Вероятно Кальканьини внушил ему оригинальные идеи для книги об азартных играх и о её содержании. Действительно, имея в виду историю вопроса, можно сказать, что вряд ли Кардано с самого начала помышлял о вычислении шансов.

Как он указал в автобиографии, в азартные игры он играл с раннего возраста, а собирать материал для книги о них начал, будучи в Падуе (прим. 1526 г.). В конце своей *Арифметики (Practica Arithmeticae Generalis)*, опубликованной в 1539 г., он поместил своего рода объявление, – согласие императора Карла V с подданной ему петицией. Кардано просил в ней разрешить напечатать 34 рукописи, но запретить другим публиковать их вопреки своему желанию. Согласие императора выглядит как примечательное карт-бланш, а с нашей точки зрения оно заслуживает внимания, потому что книги об азартных играх в списке не было (хотя был гороскоп Христа). Эта книга была тогда ещё на стадии сбора фактов, потому что Кардано по существу рекламировал свои товары. Я поэтому думаю, что он упомянул бы её, будь она в какой-то степени близка к завершению.

Зная содержание дошедшей до нас книги, и что он указал, что расширил свои первоначальные планы, чтобы составить четыре книги об азартных играх, представляется, что в те ранние годы он ещё собирал данные для своей книги о шахматах. В автобиографии Кардано начинает главу об играх таким образом:

*Быть может я никак не могу считаться достойным похвалы, потому что, несомненно, чрезмерно поддавался шахматной доске и игре в кости, так что скорее меня сочли бы заслуживающим строжайшего порицания. И так я играл многие годы, в шахматы более 40 лет, и в кости около 25.*

Автобиографию он написал около 1574 г., т. е. видимо не интересовался игрой в кости примерно до 1550 г. Это соответствует другому его замечанию, что он заинтересовался этой игрой только тогда, когда его сыновья стали играть в его доме. Упоминание шахмат на первый взгляд загадочно, поскольку ныне они далеки от азарта. Предполагается, что играли быстро, и

что на разных стадиях [игры] из рук в руки переходили значительные суммы, а потому любой, кто проанализировал возможные ходы, оказался бы в благоприятном положении. Кардано пишет:

*Хотя я описал многие примечательные факты в книге о шахматных комбинациях, некоторые из них ускользнули от меня, потому что я был занят другими делами. Восемь или десять партий, которые я никак не смог вспомнить, видимо перехитрили человеческую изобретательность и представлялись патовыми (stalemate)<sup>2</sup>.*

В *De Subtilitate* он указал, что его вторая книга была посвящена таким играм, как в кости и *primero*<sup>3</sup> (около 20 страниц), а третья и четвёртая – играм, в которых сочетались удача и искусство. И всё же нельзя быть уверенным, что эти книги были даже к тому времени написаны. Возможно, что они всё ещё находились в работе. Действительно, Оре [1953] указывал, что в автобиографии, описывая 1526 год, Кардано заметил, что после почти 38 лет не совсем был уверен в подробностях. Это должно было означать 1563 или 1564 год. Интересно, что Кардано тогда уехал в Болонью и снова вступил в связь с Феррари<sup>4</sup>. И возможно, что советы игрокам, моральные размышления и ставшие классическими (classical) замечания, составившие часть книги об азартных играх, входили в собрание фактов, которое предваряло его начинание. Возможно также, что мысль о сделанной попытке связать теорию и практику возникла при разговорах с Феррари.

Далее, хоть эта попытка, возможно, была результатом неумелого выражения существа новой идеи, работа Кардано производит сильное впечатление, что он по существу не понимал, что именно делал.

Кендалл [1956/1970, с. 29] указал, что в течение веков азартные игры были так распространены, что относительные вероятные значения различных раздач карт и бросков костей были установлены эмпирически. Рвение и страсть, которые Кардано, как закоренелый игрок, испытывал при азартных играх, определённо означали, – ибо он был смышлён, – что он хорошо знал эти эмпирические шансы. Кроме того, поскольку при сборе фактов он много читал, не будет надуманным предположить, что он знал *De Vetula* и несколько комментариев<sup>5</sup>, в которых верно перечислены вероятности основных распределений. Шаг, который он или Феррари сделал, и притом большой шаг, был введением идеи сочетаний (combinations) для перечисления всех элементов этого множества вероятностей и установлением, что при равном весе всех этих элементов соотношение числа благоприятных случаев к числу всех случаев приводит к результату, соответствующему опыту.

Решающая глава, О броске одной кости, в переводе Gould книги Кардано *Об азартных играх*, включённом в книгу Оре, беспорядочна. Вот существенный отрывок:

*Половина общего числа граней всегда выражает равенство. Так, имеются равные шансы выпадения данного числа очков в трёх бросках, потому что полное число равно возможных случаев равно шести, или же, что один из трёх исходов произойдёт при одном броске<sup>6</sup>. Я могу так же легко выбросить 1, 3 или 5 очков, как и 2, 4 или 6. И если кость честная, то ставки делаются в соответствии с этим равенством.*

Нет сомнения, что это – абстракция от опыта к теоретическому понятию, и притом, насколько мне известно, первая. Кардано продолжает: *Эти факты существенно способствуют пониманию, но вряд ли что-либо добавляют для практической игры.* По мнению Оре, это означает, что при игре в кости применяют более одной из них, но я думаю, что это не так. Такое замечание делает игрок, а не математик, ибо сказать, что вероятность равна  $1/6$ , интересно математику, но не говорит игроку, каков будет результат какого-либо определённого броска.

В последующих главах книги рассмотрены броски двух и трёх костей и различные сопутствующие комбинации. Поскольку элементы основного множества вероятностей были перечислены правильно, Кардано осталось лишь вычислить соотношения шансов, что он и сделал<sup>7</sup>.

Далее следуют вычисления для игр в карты, эмпирические соотношения шансов для которых были уже почти наверняка точно установлены. Меня удивляет, что Кардано не был очень доволен ими, но он находился в благоприятном положении, потому что мог проверять свои теоретические вычисления практическим опытом.

Но когда читаешь раздел об астрагалах, начинаешь сомневаться в его понимании сути игры. Вероятности он рассматривает так, будто их основное множество состоит из четырёх равновероятных элементов. Астрагалы различаются друг от друга, но крайне маловероятно, чтобы у какого-нибудь из них грани были равновероятны. Но именно таково предположение, которое Кардано делает в своих вычислениях. Возможно, что он никогда не играл в них. Он играл в кости и наверное подметил, что каждая грань кости, *если она честная*, выпадает в  $1/6$  доле случаев. Далее, он нырнул и вывел теоретические результаты для двух и трёх костей, соответствовавшие практике, фактически как в современном научном “методе”. Играй он когда-либо в астрагалы, он мог бы обобщать и далее, хотя это и маловероятно<sup>8</sup>.

Остальные главы книги составлены из советов игрокам, объяснения её цели и описания того, что древние говорили об играх и т. д., и многое из этого было возможно взято у Кальканьини. Эти главы интересны по тому свету, которые они бросают на Кардано, но не имеют отношения к исчислению вероятностей.

Будущие поколения признают, что Кардано достиг несколько большего, чем допускает Годхантер<sup>9</sup>, но не думаю, что много больше. Утверждений, что он предвосхитил законы больших чисел, нельзя всё-таки обосновать<sup>10</sup>. Старик имел достаточно

опыта, но его вычисления, видимо, не примыкали к нему. Хорошо зная историю, трудно правильно оценить [положительное], проделанное им. Можно определённо сказать, что, насколько известно, Кардано был первым математиком, который верно вычислил теоретическую вероятность, и это возможно означает достаточную славу<sup>11</sup>.

Но интересно поразмыслить о Феррари. Странная и привлекательная фигура, о которой нам известно в основном только от Кардано. Он мало думал о репутации и заботился о деньгах, что понятно, если иметь в виду его скромные начинания. Его преданность Кардано, как к человеку, который создал его, была, видимо, абсолютной, и это во время, когда предательство было обычным делом.

По своим математическим способностям он, кажется, превосходил своих современников, но математика была для него лишь средством лучше всего зарабатывать на жизнь. Он вряд ли смог бы вторично достигнуть вершины, подобной его решению биквадратного уравнения<sup>12</sup>, однако его ранняя смерть в возрасте 43 лет оставляет чувство потери. Все его рукописи пропали после смерти, так что никаких [дополнительных] сведений о нём не осталось.

После смерти Кардано книга *Об азартных играх* оставалась в рукописи и появилась в печати только в его полном собрании сочинений (Лион, 1663, 10 томов большого формата).

### Примечания

1. Город в Италии; примерные координаты 45° с. ш., 11°30' в. д.
2. Всё-таки не партия патовая, а её окончание. Но в чём же хитрости?
3. Правила игры в *primego* см. Кендалл (1956/1970, с. 28). Сочетание удачи и искусства (см. чуть ниже) было бы особо интересным.
4. О Лодовико Феррари (1522 – 1565) автор сообщает на предыдущих страницах своей книги. В возрасте 15 лет он стал прислужником Кардано, архивистом и писцом. Именно Кардано обучил его математике, так что в 1565 г., перед смертью, он стал профессором математики. Автор высоко оценивает достижение Феррари, – решение биквадратного уравнения. Это, конечно же, небрежность: не биквадратного, а общего уравнения четвёртой степени. Корн и Корн (1961/1968, с. 186) признают эту заслугу Феррари (но ничего не сообщают о нём). О нём же см. Morley (1854, vol. 1, pp. 265 – 269).
5. Кендалл (1956/1970, с. 26) гораздо более чётко указывает, что под влиянием анонимного сочинения *De Vetula* (примерно 1250 г.) и позднейших комментариев “К концу XV века были заложены основы учения о шансе”. См. также Bellhouse (2005).
6. Верный ответ: 91/216. Кардано, видимо, просто умножил 1/6 на 3, т. е. ошибочно применил своё рассуждение о среднем (Прим. 10).
7. Подсчёты для двух и трёх костей не столь уж лёгки.
8. Автор каким-то образом перешёл от астрагалов к костям и обратно.
9. Todhunter (1865, с. 1 – 4) почти ничего математического у Кардано не находит.
10. Никакого закона больших чисел (в единственном числе) у Кардано и в помине не было. Он применял простейшую формулу (обозначения обычные)  $\mu = np$ , которая притом иногда приводила его к ошибочным результатам.
11. См., однако, Прим. 5.
12. См. Прим. 4.

### Библиография

- Зубов В. П., Зубова М. В.** (2010), Заметки о Джироламо Кардано. *Вопросы истории естествознания и техники*, № 3, с. 3 – 40.
- Корн Г., Корн Т.** (1961, англ.), *Справочник по математике*. М.
- Bellhouse D. R.** (2005), Decoding Cardano's *Liber de Ludo Aleae*. *Hist. Math.*, vol. 32, pp. 180 – 202.
- Hald A.** (1990), *History of Probability and Statistics before 1750*. New York.
- Kendall M. G.** (1956), The beginnings of a probability calculus. In E. S. Pearson & M. G. Kendall, *Studies in the History of Statistics and Probability*. London, pp. 19 – 34.
- Morley H.** (1854), *The Life of Girolamo Cardano*, vols 1 – 2. London.
- Todhunter I.** (1865), *History of the Mathematical Theory of Probability*. New York, 1949, 1965.

## II

И. Кеплер

### ***Новая астрономия. Введение (отрывок)***

J. Kepler, *New Astronomy* (1609). Cambridge, 1992.

Translated by W. H. Donahue (Introduction, an extract, pp. 59 – 61, 65 – 66)

Многие, побуждаемые набожностью, отказываются согласиться с Коперником. Они опасаются, что могут последовать обвинения во лжи при утверждении, вопреки Духу Святому в Священном Писании, что Земля движется, а Солнце стоит на месте. Но пусть они поразмыслят, что, поскольку мы получаем наибольшую долю информации, и по качеству, и по количеству<sup>1</sup>, посредством чувства зрения, то не можем исключить его из нашей речи. Так, мы многожды ежедневно говорим в соответствии с этим чувством, хоть вполне уверены, что истины в этом не было. Примером послужит строка из Вергилия:

*Нас уносит от порта, и земля и города удаляются<sup>2</sup>.*

И так же, выходя из узкой части какой-либо долины, мы говорим, что перед нами открывается громадная равнина. И так же Иисус сказал Петру: *Отплыви на вышину<sup>3</sup>*, будто море было выше берегов. Так это кажется глазу, но оптика указывает причину этой ошибки. Иисус лишь использует распространенную идиому, которая тем не менее произошла от этого обмана зрения.

И так же мы называем восход и заход звёзд “восхождением” и “снижением”, но в то же время когда говорим, что Солнце восходит, другие говорят, что оно заходит, см. *Astronomiae pars optica*, гл. 10, с. 327<sup>4</sup>.

И так же астрономы, придерживающиеся Птолемея, говорят даже сейчас, что планеты неподвижны, когда видим, что они несколько дней остаются вблизи одной и той же неподвижной звезды, хоть и думают, что на самом деле планеты тогда движутся вниз по прямой, или вверх, вдаль от Земли.

И так же писатели всех стран применяют слово “солнцестояние”, хоть фактически и отрицают, что Солнце неподвижно. И так же не появился ещё ни один столь упрямый коперниканец, который избегал бы говорить, что Солнце входит в созвездие Рака или Льва, хоть и желают высказать, что Земля входит в созвездие Козерога или Водолея. И есть и другие схожие примеры.

Далее, при обсуждении простых вещей (не имея целью обучать им человечество) Священное Писание говорит с людьми на человеческий манер, чтобы быть понятным ими. Оно использует то, что всеобще признано, чтобы вплести другие вещи, более возвышенные и божественные. Неудивительно поэтому, что, когда истина противоречит органам чувств, вне зависимости от того, сознают ли люди это или нет, Священное Писание говорит в

соответствии с человеческим восприятием. Кто не знает, что упоминание в Псаломе 18 является поэтическим? Здесь в образе Солнца воспевается распространение Евангелия и даже пребывание Иисуса в этом мире ради нас. И в песне говорится, что Солнце появляется из скинии горизонта как *жених из брачного чертога своего, радуется как исполин, пробежать поприще*<sup>5</sup>. И Вергилий подражает этому таким образом:

*Аврора оставляет шафранного цвета ложе Титона*<sup>6</sup>.

(Древнееврейская поэзия была, конечно, до него.)

Псалмопевец знал, что Солнце не выходит из горизонта как из скинии (хоть так могло показаться). С другой стороны, он полагал, что Солнце движется именно потому, что так кажется. В обоих случаях, он таким образом выразил это, потому что так казалось. Нельзя считать, что он говорил неправду, потому что восприятие глазом тоже обладает своей истиной, хорошо подходящей к более скрытой цели псалмопевца, а именно показу очертания Евангелия, а также Сына Божьего.

И так же Иисус Навин упоминает долину, над которой двигались Солнце и Луна<sup>7</sup>, потому что так это ему казалось, когда он был у [реки] Иордан. И всё же каждый писатель полностью представлял себе значение его [слов]. Давид [Псалом 18] рассказывал о проявленном великолепии Бога (и Сирацид<sup>8</sup> вместе с ним), которое он описал так, чтобы показать их глазам, а возможно также и ради мистического смысла, который становится понятным ввиду этих видимых вещей. Иисус Навин имел в виду, что Солнце должно быть удержано целый день на своём месте в середине неба, потому что для других людей оно в то же время будет оставаться под Землёй.

Но безрассудные люди обращают внимание только на словесное противоречие “Солнце стояло неподвижно” и “Земля стояла неподвижно” не учитывая, что это противоречие могло возникнуть только в оптическом и астрономическом контексте, но не имело места в обычном [слово]употреблении. И эти безрассудные люди не хотят замечать, что Иисус Навин просто молился, чтобы горы не затемняли для него солнечного света, и он эту молитву выразил словами, которые соответствовали зрению.

Ему было бы крайне неуместно думать в тот момент об астрономии и обмане зрения. Ибо, если кто-нибудь укажет ему, что Солнце на самом деле не движется относительно долины Аялона, что это лишь кажется так, не воскликнул бы Иисус Навин, что он просил только удлинить день каким угодно путём? Он поэтому так же ответил бы, если кто-либо начнёт представлять ему доводы в пользу постоянной неподвижности Солнца и движения Земли. Но Бог легко понял из слов Иисуса Навина, что он имел в виду и отозвался, остановив движение Земли, так что Солнце могло показаться ему остановившимся. Ибо суть прошения Иисуса Навина сводилась к тому, чтобы ему

могло так показаться, какова бы ни была в то время действительность.

[...]

Но тому, кто слишком глуп, чтобы понять астрономическую науку, или слишком слаб, чтобы поверить Копернику не задевая своей веры, я бы посоветовал покончить с изучением астрономии и, прокляв какие ему угодно философские мнения, заняться своими собственными делами, и, прекратив бродить по свету, отправиться домой ковыряться на своём участке. [...]

Тут следует привести скромную (но не слишком) рекомендацию просвещённым по поводу мнения Тихо Браге о структуре мира, поскольку в некотором смысле он идёт по среднему пути. С одной стороны, она освобождает астрономов, насколько возможно, от ненужного арсенала стольких эпициклов, и, вместе с Коперником, включает не известные Птолемею причины движения, предоставляя некоторую роль физической теории, поскольку признаёт Солнце центром планетной системы. С другой стороны, она полезна сборищу буквоедов и исключает движение Земли, в которое так трудно поверить, хоть многие трудности поэтому вкрадываются в теорию планет при обсуждениях и доказательствах в астрономии, и не менее того нарушается физика небес.

### Примечания

1. Выражение *количество информации*, хоть оно применялось не в современном смысле, заслуживало бы упоминания, но ввёл его переводчик. У Кеплера не было слова *informatio*, см. его *Ges. Werke*, Bd. 3, 1937, с. 28, строка 30 и след. О. Ш.

2. Энеида III.2. Эту же строку цитировал Коперник (*De Revolutionibus, O вращениях небесных сфер*. М., 1964), I.8. У. Д.

3. От Луки 5:4. Латинское *altum* может означать либо *высоко*, либо *глубоко*. Но Кеплер не мог не знать, что в первоначальном греческом стихе недвусмысленно применялось второе значение. Его следует поэтому обвинить в довольно глупом искажении с целью доказать свой довод. У. Д.

В русском тексте Библии сказано *отплыти на глубину*. Упомянут не Пётр, а Симон, но Иисус назвал Симона Петром (От Луки 6:14). О. Ш.

4. См. Кеплер *Ges. Werke*, Bd. 2, p. 281. У. Д.

5. Курсивом мы выделили цитату из Библии. *Поприще* должно означать заданную дистанцию. Перевод 1876 г., видимо частично использовавший предшествовавшие тексты, так и не был обновлён. *Скинни горизонта* в Библии нет. О. Ш.

6. Энеида IV.585. У. Д. Титон – герой древнегреческой мифологии. О. Ш.

7. Книга Иисуса Навина 10:12 и далее. У. Д.

8. Это – ссылка на второканоническую *Книгу премудрости Иисуса, сына Сирахова*. О. Ш.

**III**  
**IIIa**  
Аноним

**Введение в учение о флюксиях и защита математиков  
от возражений автора *Аналиста***

Anonymous, *An Introduction to the Doctrine of Fluxions,  
and Defence of the Mathematicians  
against the Objections of the Author of the Analyst*. London, 1736

**Предисловие**

Я уже давно решил, что основные принципы и правила метода флюксий требуют более полного и более ясного пояснения и обоснования, чем данного либо их несравненным автором, либо любым из его последователей. Поэтому я вовсе не был недоволен, обнаружив, что сам метод был отклонён с таким жаром искусным автором *Аналиста*. Будь его единственной целью справедливо решить, является ли доказательство, полученное методом флюксий, действительно научным или нет, я бы сердечно одобрил его, подумав, что он заслужил благодарность даже самих математиков.

Но оскорбительный свет, пролитый им на эту дискуссию, представив её как важную для интересов религии, я считаю никак не обоснованным и в высшей степени неблагоприятным. Для всех умных и честных исследователей ясно без всяких возражений, что религия никак не может быть затронута истиной или ошибочностью учения о флюксиях. Хоть эта дискуссия может различным образом повлиять на предубеждённые умы, трудно представить, какую пользу способна она видимо принести основаниям религии и добродетели даже для них.

И в то же время легко догадаться, какой ущерб может нанести авторское представление спора, к которому религия никак не относится, вызывая и разжигая страсти у слабых людей, находящихся по обе стороны проблемы. Хорошо бы он соизволил спокойно обдумать с самого начала, какое, вероятно, воздействие окажет результат этого спора на основания религии у тех, для убеждения которых был главным образом задуман *Аналист*.

Если ему не удастся обосновать свои доводы, не укрепятся ли слепые последователи неверующих математиков в своих заблуждениях? Не окажутся ли они более предубеждёнными против религии и усилятся ли их уважение и почитание по отношению к своим учителям ввиду слабой и бесплодной попытки подавить их репутацию и обнаружения, что целью этой попытки было столь сильное желание нанести ущерб доброму имени Сэра Исаака Ньютона как осторожному и справедливому рассудительному человеку?

И, с другой стороны, если наш автор сможет обосновать свою точку зрения, и должно быть принято, что учение о флюксиях – непостижимая тайна, которую самые тщательные математики один за другим внушили себе самым вопиющим образом при помощи ложных и необудительных рассуждений, – если это

произойдёт, что можно будет предположить о следствиях, которые эти люди выведут? Наш автор добьётся только одного: их учителям, математикам, нельзя доверять, когда они выступают против религии. Но я полагаю, что нельзя разумно ожидать, что они на этом остановятся.

Если такие люди как доктор Барроу, Кларк<sup>1</sup> и др., а также и несравненный Сэр Исаак Ньютон смогли вообразить себе отчётливо и ясно то, что было лишь полным и непонятым мраком, – то какой вывод вероятно сделают люди, привыкшие заимствовать своё мнение у авторитетных специалистов, исходя из этих предпосылок? Только тот, что все притязания [последних] на знание религии, и во всём ином – это всего лишь уверенность и самонадеянность.

Если им заявляют, что несовместимо отклонять тайны религии, но верить в тайны флюксий, то они сами смогут придти к противоположному выводу, т. е. что несовместимо отклонять учение о флюксиях ввиду его таинственности, и всё же верить в таинство религии. И (Berkeley, *A Defence of the True Thinking in Mathematics*, 1735, p. 62) если их учат думать, что можно сказать, что некто действительно верует, потому что доверяет тому, что не может ни доказать, ни представить, – и если это подведёт его к плохому мнению о математиках, то странно, если такое же мнение он не составит о самой вере. Я уверен, что это – весьма странное описание того, что можно справедливо назвать верой. Ибо, не имея ясных понятий, никто не может верить чему-либо кроме доказанного.

Раздумывая обо всём этом, я не могу отогнать от себя мысль о том, что было совершенно неверно впутывать религию в эту полемику, ибо это может воспламенить спор, но вряд ли принесёт какую-либо реальную пользу. И я уверенно полагаю, что всё, на чём настаивает автор *Аналиста* против неверующих вообще, вполне могло бы прозвучать из уст паписта [... здесь упоминается *разумная* религия христиан и (?) протестантов]<sup>2</sup>. Но довольно. Я теперь буду рассматривать свою тему как лишённую всякого отношения к религии, только как дело человеческой науки и постараюсь показать, что метод флюксий основан на ясных и важных принципах.

## Раздел I

Нельзя сомневаться в том, что Сэр Исаак Ньютон хорошо понимал учение, первоначальным изобретателем которого он был. И его доказательства этого учения никак не ложны и не обманчивы, а их убедительность легко понятна тем, кто привык к подобным темам. И также вполне ясно, что вопрос, о котором идёт в основном спор между нашим автором и его противниками, и состоящий в том, могут ли математики косвенно перенять понятие и уверенность метода флюксий от него или нет, не зависит от нашего умения защищать точность его доказательств и уместность каждой фразы, пояснявшей его идеи на этот счёт.

Он, видимо, всегда проверял сжатость выражений и зависел от здравого смысла своего читателя. И по этой причине некоторые

его доказательства менее подробны, чем могли бы быть. Они несомненно останутся неясными для тех, у кого нет таланта в математической науке, и, кто, стало быть, не сможет восстановить те этапы доказательств, которые писатель часто опускает, будучи уверен в проницательности своих читателей. Я полагаю, что в какой-то степени так и было по отношению к его обоснованию основных принципов флюксий и поэтому не удивляюсь, что к ним относятся по-разному. Но поистине досадно, что величайший гений, когда-либо появлявшийся в философском мире, которого любители познания всегда должны вспоминать с уважением и благодарностью, может быть представлен вопреки его известной репутации лукаво навязывающим что-то миру, будучи уверен в своём авторитете и неясности темы.

И я надеялся, что автор *Аналиста* не предвидел тех резких размышлений, которые следующие его слова, видимо, заключают в себе:

*Только неясность темы могла поощрить или склонить великого автора метода флюксий обременять своих последователей, и ничто кроме неявного уважения его авторитета не смогло бы побудить их согласиться с ним.*

Подозревать Сэра Исаака Ньютона в нечестном намерении домогаться репутации у невежд распространением невразумительных понятий и их защитой искусной и хитрой софистикой, – на такое, как я полагаю, не способен никто. И поэтому, если автор *Аналиста* не считает нужным ради своей собственной репутации взять обратно или пояснить только что упомянутую фразу, то она не будет нуждаться в особом опровержении. И я не предлагаю следовать за всеми его возражениями против понятий и доказательств Сэра Исаака, так как по моему мнению лучше всего ответить ему, помогая другим разобраться в самой теме. Если кто-либо сможет это сделать, то сразу увидит, что возражения этого автора легковесны.

Впрочем, по ходу своего описания я постараюсь устранить всё то, что, как полагаю, может затруднить читателя. Но моё главное намерение – установить основные принципы, от которых зависит учение о флюксиях, а затем показать, что при помощи обоснованных рассуждений они действительно приводят к правилам для нахождения флюксий уравнений, как это и показал Сэр Исаак.

Понятие флюксий было первоначально достигнуто наблюдением величин, описываемых беспрестанным движением, а метод флюксий был задуман, чтобы 1) Исходя из данного размера некоторой беспрестанно изменяющейся величины, определить темп или скорость, в соответствии с которой сама эта величина беспрестанно возрастает или убывает; и 2) Исходя из последнего, определить первое.

Без доказательства допускается

**Постулат [№ 1].** *Можно предположить, что некоторые величины беспрестанно изменяются, так что в каждый определённый момент времени они отличны от прежнего.*

**Примеры.** Следующие величины таковы. Время, отсчитанное от данного часа; расстояние тела от плоскости, к которой или от которой оно движется; сумма денег, отданных в рост и т. д. Впрочем, не дело математика обсуждать, изменяются ли когда-либо величины предположенным образом. Он должен только решить, будет ли вразумительным понятие о таком движении, и если будет, то он имеет право принять его и посмотреть, какие выводы можно сделать. Дело математика не показывать, что можно нарисовать прямую линию или окружность, а пояснить, что он подразумевает под этими понятиями. Если вы понимаете его, то можете следовать за ним, и бесцельно было бы возражать, что в природе не существует ни истинной прямой линии, ни совершенной окружности. Это не его забота. Он не спрашивает, что происходит на самом деле, но, предполагая, что что-то происходит определённым образом, интересуется последствиями этого. От него только требуется, чтобы его предположения были вразумительными, а следствия – обоснованными.

В нашем случае бесцельно спрашивать, действительно ли величины когда-либо изменяются указанным образом или нет. Важно, чтобы идея о подобном изменении была понятна. И ясно, что так оно и есть, хоть и не всегда, но, видимо, в громадном числе случаев. Когда камень падает на землю, описываемая им линия удлиняется, наверное, беспрестанно. И я не могу отделаться от того же ощущения, когда рисую окружность или любую другую линию. Можно с таким же успехом делать вид, что буквы, которые я сейчас вывожу, состоят из некоторого числа чётких и отделённых друг от друга точек, а не беспрестанных линий, и что каждая буква будто бы не образуется из беспрестанного движения. И если я действительно думаю, что вижу величины, образованные таким движением, то ясно, что подобный способ возрастания [изображения] не является непонятным, и что поэтому математик может предположить его.

Читатель может решить, что я хочу здесь устранить возражение, которое даже сам автор *Аналиста* никогда бы не сделал, но я должен признаться, что подозреваю противное, потому что полагаю, что он не сможет допустить подобного возрастания [изображения] не отказавшись от своих основ и не позволив мне ввести следующий

**Постулат № 2.** *Идея флюксий понятна.* Ибо, если величины могут возрастать или убывать так, что в каждый определённый момент времени они отличаются от того, что было раньше, то они должны изменяться с некоторой постоянной или переменной скоростью.

Никто не сможет представить себе, что некоторая величина беспрестанно изменяется, не зная, что она должна всегда изменяться либо с одной и той же скоростью, либо иногда быстрее, а иногда медленнее. Это означает, что никто не сможет представить себе этого, не зная, что имел в виду Сэр Исаак

Ньютон, когда он определил флюксию величины как скорость или быстроту, с которой эта величина изменяет свой размер. И флюксия величины не может быть непостижимым понятием, поскольку оно с необходимостью возникает из простого и легко понимаемого предположения. Нет, я вполне убеждён, что наш автор сам должен иметь представление и о первой, и о второй флюксии, если только он понимает сам себя, когда предполагает *линию, описанную движением непрестанно ускоряющейся точки*. По крайней мере я уверен, что мне так же трудно понять движение точки и его ускорение, как составить идею о первой и второй флюксии.

## Шь

Т. Бейес

### Письмо покойного преподобного Томаса Бейеса

T. Bayes, A letter from the late Reverend Mr. Thomas Bayes to John Canton.  
*Phil. Trans. Roy. Soc.*, vol. 53, 1764, pp. 253 – 254

Если описанные ниже высказывания не представляются Вам слишком малозначащими, и Вы соизволите представить их Королевскому обществу, я считал бы это благосклонностью.

Некоторые известные математики<sup>3</sup> утверждали, что сумма логарифмов чисел  $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4$  и т. д. вплоть до  $z$  равна

$$(1/2)\ln c + [z + (1/2)]\ln z - \left[ z - \frac{1}{12z} + \frac{1}{360z^3} - \frac{1}{1260z^5} + \frac{1}{1680z^7} - \frac{1}{1188z^9} + \text{etc} \right],$$

где  $c$  – окружность круга единичного радиуса. И действительно, если  $z$  велико и учитывается лишь надлежащее число первых членов упомянутого ряда, это выражение очень близко приближается к значению указанной суммы. Но весь этот ряд никогда не сможет должным образом представить какую-либо величину, потому что после пятого члена коэффициенты начинают возрастать, а затем возрастают быстрее, чем может компенсироваться возрастанием степени  $z$ , как бы велико оно ни было бы. Это станет ясным при рассмотрении того, как могут быть образованы коэффициенты указанного ряда.

Пусть  $a = 1/12$ ,  $5b = a^2$ ,  $7c = 2ba$ ,  $9d = 2ca + b^2$ ,  $11e = 2da + 2cb$ ,  $13f = 2ea + 2db + c^2$ ,  $15g = 2fa + 2eb + 2dc$  etc,  $A = a$ ,  $B = 2b$ ,  $C = 2 \cdot 3 \cdot 4c$ ,  $D = 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6d$ ,  $E = 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8e$  etc, и тогда  $A, B, C, D, E, F$  etc

окажутся коэффициентами этого ряда<sup>4</sup>. Отсюда легко следует, что если обозначить через  $y$  любой член ряда после первых трёх, и его расстояние от первого члена через  $n$ , то непосредственно последующий член ряда будет больше, чем

$$\frac{n(2n-1)}{6n+9} \frac{y}{z^2}.$$

Поэтому в конце концов последующие члены этого ряда окажутся больше предшествовавших и возрастут до бесконечности, т. е. весь ряд не может иметь никакого окончательного значения. Тем более этот ряд не может иметь никакого окончательного значения, если принять  $z = 1$ , так что сумма ряда должна была бы равняться логарифму квадратного корня из окружности круга единичного радиуса.

И то, что было сказано об упомянутом ряде, начинает явствовать в большой степени и иметь место с рядом, который появляется при отыскании суммы логарифмов нечётных чисел  $3 \cdot 5 \cdot 7 \dots$ , а также и чисел, появляющихся при нахождении сумм бесконечных прогрессий, в которых числители нескольких членов совпадают, а знаменателями являются любые определённые степени чисел, возрастающих в арифметической прогрессии. Но нет нужды особенно настаивать на этих примерах, потому что одного достаточно, чтобы показать, что на эти методы нельзя полагаться и что вывод из них не является точным.

## Шс

Т. Бейес

### Письмо Дж. Кантону

A. Dale, *Most Honourable Remembrance*.  
*The Life and Work of Thomas Bayes*. New York, 2003, pp. 385 – 386

Сэр, Вы быть может помните, что несколько дней назад мы говорили о попытке м-ра Симпсона<sup>5</sup> показать громадную пользу выбора среднего из нескольких астрон. наблюдений для уменьшения ошибок ввиду несовершенства инструмента и органов чувств сравнительно с отдельным тщательным наблюдением. Мы согласились, что в общем первое несравненно лучше и особо приспособлено для предотвращения какой-либо крупной ошибки, возможно совершенной в отдельном наблюдении.

Но я действительно думаю, что м-р Симпсон не представил преимущества среднего должным образом, и что это преимущество не так велико, как он полагает. Он считает, что при возрастании числа наблюдений и выборе среднего мы всегда уменьшаем вероятность заданной ошибки, притом очень быстро. К примеру, если отдельному наблюдению можно доверять до 5", и взять среднее из шести наблюдений, то [с шансами], превышающими 5000:1, наш вывод не будет отличаться от истины более, чем на 3", и что при достаточном возрастании числа наблюдений можно добиться того, что будет как угодно вероятно, что результат не отличится от истины более, чем на одну единственную секунду или на сколь угодно малую величину.

Но, чтобы ошибки ввиду несовершенства инструмента и органов чувств были таким образом сведены к нулю или почти к нулю лишь возрастанием числа наблюдений, представляется мне крайне неправдоподобным. Напротив, чем больше наблюдений произвести с несовершенным инструментом, тем более достоверным представляется, что ошибка окажется пропорциональной этому несовершенству. В противном случае, и если можно очень часто повторять наблюдения, не было бы почти никакого, или вообще никакого смысла наблюдать очень точным, а не обычным инструментом<sup>6</sup>.

И я думаю, что никто не позволит себе так сказать. Поскольку я не вижу никаких ошибок в вычислениях м-ра Симпсона, то рискну сказать, что ошибка заключена в гипотезе, на которой он основывался. И я полагаю, что она явно в том, что при наблюдении несовершенным инструментом или при несовершенных органах чувств шансы одних и тех же ошибок с избытком и недостатком, как он полагает, одни и те же. И только, исходя из этой гипотезы, он показал неправдоподобное преимущество, вытекающее из выбора среднего из очень большого числа наблюдений.

И м-р Симпсон утверждает, что, если взамен ряда чисел, которые он использует для выражения относительных шансов различных ошибок отдельных наблюдений, принять любой другой ряд, результат окажется в громадной степени в пользу ныне практикуемого метода выбора среднего. Но я утверждаю, что это верно только, если шансы ошибок одной и той же величины с избытком и недостатком в среднем почти равны; если шансы ошибок с избытком намного больше, то, приняв среднее из большого числа наблюдений, я лишь более достоверно совершу ошибку с избытком, и аналогично в противном случае. Я полагаю, что это ясно без всяких вычислений. Следовательно, ошибки от несовершенства инструмента, с которым произведено тщательное наблюдение, во многих случаях не могут быть существенно уменьшены повторением наблюдений сколь угодно часто и выбором среднего.

### Примечания

1. Сэмюел Кларк (1675 – 1729), философ.
2. Мы не берёмся комментировать это высказывание.
3. De Moivre (1733/1756, с. 243 – 244).
4. Коэффициенты рассматриваемого ряда связаны с числами Бернулли:

$$\frac{1}{12} = \frac{1}{1 \cdot 2} B_1, \quad -\frac{1}{360} = \frac{1}{3 \cdot 4} B_2, \dots$$

Современная математика применяет обобщённое суммирование расходящихся рядов.

5. Simpson (1756). В 1757 г. он обобщил своё исследование, но по контексту письма Бейеса, видимо, следует, что он этого второго варианта не знал. Симпсон впервые применил вероятностные рассуждения для обработки наблюдений и фактически ввёл понятие о случайных ошибках. Он, однако, рассмотрел только два распределения (познейший термин) ошибок, но произвольно и ошибочно решил, что среднее лучше отдельного наблюдения при любых распределениях.

6. Это непонятно. Для достижения той же точности хороший инструмент потребует меньшего числа наблюдений.

### Библиография

**Шейнин О. Б., Sheynin O. B.** (1972), Daniel Bernoulli's work on probability. In Kendall M. G., Plackett R. L. (1977), *Studies in History of Statistics and Probability*, vol. 2. London, pp. 105 – 132.

--- (2007), Рецензия на книгу Ekeland I. (2006), *The Best of All Possible Worlds*. Chicago. *Вопросы истории естествознания и техники*, № 2, с. 205 – 207.

--- (2009), К истории теоремы Бейеса. *Историко-математич. исследования*, вып. 12 (47), с. 312 – 320.

**Berkeley G.** (1734), *The Analyst*. London.

**Dale A. I.** (2003), *Most Honourable Remembrance. The Life and Work of Thomas Bayes*. New York.

**De Moivre A.** (1733, Latin), A method for approximating the sum of the terms ... In author's translation in his *Doctrine of Chances*, 1738, 1756. In 1756, pp. 243 – 254.

**Simpson, T.** (1756), On the advantage of taking the mean ... *Phil. Trans. Roy. Soc.*, vol. 49, pp. 82 – 93.

## IV

[Институт Карнеги]

### Методы, способствующие исследованиям в точных науках

Methods for promoting research in the exact sciences.  
*Carnegie Instn of Washington.*  
Year Book No. 3 for 1904, 1905, pp. 179 – 193

Копии нижеследующего письма д-ра Саймона Ньюкома, в котором он поясняет свою мысль о *методе, при помощи которого Институт Карнеги сможет лучше всего способствовать исследованиям в точных науках*, были разосланы нескольким видным научным работникам. Полученные ответы публикуются вслед за письмом д-ра Ньюкома.

#### **Письмо Саймона Ньюкома. Вашингтон, 12 мая 1904**

Ниже приведена краткая сводка взглядов, которые я в разное время высказывал официальным лицам Института Карнеги или публиковал. Эти взгляды воплощают моё давно сложившееся мнение о методе, при помощи которого Институт Карнеги сможет лучше всего способствовать исследованиям в точных науках. Я начну с описания основных особенностей существующего положения.

1. Девятнадцатый век усердно скапливал громадную массу астрономических, метеорологических, магнитных и социологических наблюдений и данных. Это накопление, на которое каждая цивилизованная страна тратит огромные средства, продолжается, и конца ему не видно.

Действенно вывести наилучшие результаты из этих наблюдений должным образом не пытаются. В целом, исследователи плохо знакомы с едва ли систематически разработанными лучшими методами для этого. Сделанное в основном было плодом усилий отдельных лиц, которые, однако, часто не приводили к твёрдо установленным результатам.

Другая черта существующего положения состоит в постепенном расширении принципов точных наук в сферы биологии и социологии. На прогресс можно больше всего надеяться не добавлением к уже накопленной массе фактов, а ввиду указанного расширения.

2. Соображение, в котором я хотел бы самым почтительным образом убедить Институт Карнеги, это – громадная польза, происходящая при взаимном обсуждении людьми, занятыми в смежных областях, и их общении. Моя собственная работа была бы намного эффективнее, обладай я этим преимуществом более полно. Меня глубоко волнует излишняя трата труда в важной части нынешних научных исследований, происходящая ввиду того, что авторы не знакомы с лучшими методами работы.

3. В этих условиях мне всё ещё представляется, как и почти со дня основания Института Карнеги [1902], что наиболее действенный метод способствования исследованиям в точных

науках состоит в учреждении при нём института или бюро точных наук в целом. Имея в виду только свою собственную область, я мог бы предложить просто астрономический институт, но думаю, что для получения наилучших и наиболее желательных результатов это было бы слишком ограниченным.

Я могу только чувствовать, что точные методы должны быть распространены на другие отрасли науки. При определении охвата деятельности подобного бюро или института хорошо было бы иметь в виду три обширные сферы. Одна из них, это – старинное естествознание, которое главным образом занимается морфологией<sup>1</sup>, физиологией и жизненными процессами и которое не допускает сведения к математическим формам.

Далее, чисто экспериментальная наука, и, наконец, сфера, которая действительно нуждается в развитии. Это – наблюдения, и я предлагаю начать ей заниматься. Коротко говоря, требуется развивать математические методы и их приложение к громадной массе существующих наблюдений. Несомненно будут часто поступать предложения об экспериментах, и их выполняют другие [?].

**4. Организация.** Первая потребность организации – это управляющий, которому Институт Карнеги полностью доверяет, и который будет посвящать всю свою энергию работе, притом в качестве представителя этого Института, выполняющего его задания. Ему должна быть предоставлена необходимая для начала работы в области, с которой он лучше всего знаком, канцелярия, оборудование и помощники. Начинать следует с малого и расширять исходную область работы по мере достигаемых успехов. Следует избегать слишком обширных начинаний и предусматривать возможность расширений.

**5.** Главе института [управляющему ?] должен помогать комитет из ведущих экспертов, которые могли бы давать наилучшие советы по различным направлениям работы. Он может быть международным, а если работа института достаточно развернётся, ему следует проводить ежегодные конференции. Для того, чтобы обеспечить взаимные консультации, общение и сотрудничество, со временем может оказаться желательным объединить работу Института Карнеги и предлагаемого института.

**6.** Работу института следует начать в весьма небольшом объёме. В таких случаях всё с самого начала будет зависеть от правильного выбора методов, которые позволят получать результаты при малых затратах. В противном случае ничего нельзя будет достичь ни при каких усилиях. Мне представляется, что для покрытия расходов на первом году было бы достаточно 10 – 15 тысяч долларов, потому что к удачной работе удастся привлечь лишь небольшое число работников. Кроме того, в основном потребуются только книги, и я думаю, что для первого года или первых двух лет для всех целей будет достаточным помещением из трёх или четырёх комнат.

В дальнейшем расходы будут зависеть от желательности расширения работы. Я прилагаю письма профессора Г. Х. Тернера из Оксфорда и лорда Рэлея, которым я задал вопрос о

желательности обработки упомянутой громадной массы наблюдений.

### **Письмо Г. Х. Тернера.**

#### **Университетская обсерватория, Оксфорд. 25 ноября 1903**

Я задержал на несколько дней ответ на Ваше письмо не потому, что не сочувствую его общей цели или сомневаюсь в громадной значимости подобной схемы, но потому, что хотел обдумать, не смогу ли я действительно способствовать обсуждению деталей. Результат был не очень ободряющим, но я не должен задерживать ответ на основной вопрос.

Полагаю, что никто не сможет усомниться в необходимости намного расширить обсуждение результатов. В дни Ньютона наблюдения были, видимо, более редки, чем теории, и было благоразумно производить их. Но здесь, как и повсюду, проявилась инерция, и из наблюдений всякого рода взбивают массу, которую никто не пытается обработать. Нет никакого сомнения, что существует вопиющая необходимость в *исследовании* накопившейся массы материала. Она распространяется вне пределов астрономии, – наверняка в метеорологии, возможно и при изучении животных и растений, хотя здесь наблюдения (измерения) необходимы так же, как в астрономии в дни Ньютона.

Как же приступить к исправлению дела? У меня нет лучшего плана, чем у Вас. Видимо, я должен подойти к этой теме несколько отлично, указав, что объём критических обсуждений (т. е. приносящих какую-то пользу) полученных результатов вероятно примерно зависит от числа первоклассных экспертов, которых можно будет использовать. Заурядных способностей может оказаться достаточно, чтобы произвести наблюдение, но нет сомнений в том, какое дарование требуется, чтобы обсудить их и направлять предстоящие программы. Боюсь, что это сводится к следующему: нам нужно иметь больше *хорошо оплачиваемых и/или почётных должностей*, подобных ведущим профессорским.

После выступления Шустера<sup>2</sup>, которое Вы одобрительно цитировали, д-р У. Н. Шоу (глава нашего метеорологического бюро) заметил, что у метеорологов никогда не было *профессорских* должностей в университетах. (Так ли это в США?) Полагаю, что это замечание очень близко к достаточному объяснению отсутствия надлежащего обсуждения результатов. Можете отыскать кучу людей для измерения количества осадков, но кто должен будет думать о результатах? Нам нужно больше мыслителей. И поэтому моё предложение таково.

Либо 1) добейтесь большего числа первоклассных должностей, что привлечёт знающих. Нет смысла набирать в науку молодых людей, если для них нет какой-либо перспективы.

Либо 2) отыщите возможность привлечь к обсуждениям лиц, занимающих престижные должности, но понапрасну тратящих время на сбор малозначащих наблюдений, или не имеющих возможности исследовать наблюдения, например, ввиду

отсутствия средств для вычислений. В большинстве случаев исследование массы наблюдений требует обширных вычислений.

Итак, можно различными путями выполнить необходимые требования. Во время Вашего приезда<sup>3</sup> я говорил о *вычислительном бюро* (и Вы, кажется, одобрили это) и подобное предусмотрено в конце моего пункта 2. Если кто-либо (как, например, Сампсон или Дурхем<sup>4</sup>) знал бы, что довольно легко обеспечит себе вычисления, если только уладит детали, его работа может стать эффективной, в противном же случае она задержится. Такое облегчение можно сравнить с происшедшим в *печатании и публикации*, которые наши общества оказались в состоянии предпринимать, а американские обсерватории выполнять в своих Бюллетенях и Циркулярах. До тех пор, пока печатание стало простым делом, много хорошей работы несомненно пропадало.

Но это – лишь один способ выполнить необходимые требования, который практически предусмотрен в Вашем предложении. Если я правильно понимаю Вас, оно включает все намеченные мной элементы. Во главе Вашей предполагаемой организации Вы почти наверняка сможете поставить по меньшей мере *одного первоклассного* специалиста, и это соответствует моему пункту 1. И по существу первую часть моего пункта 2 Вы предусматриваете установлением организации нового типа, а не новой обсерватории для приумножения наблюдений. Эта организация явится хорошим примером для других, а остальную часть моего пункта 2 я уже рассмотрел.

Я честно записал свои мысли в таком виде, в каком они появились у меня, и надеюсь, что это письмо не оказалось слишком длинным и бессвязным. Что можно сделать, когда эти вдохновляющие письма, обсуждающие новые проекты, приходят из-за океана и строят замки в воздухе? Один из моих собственных замков<sup>5</sup> – это действенный критический астрономический журнал для обсуждения работы других вместо публикации наших собственных. В некоторой степени это делает V. J. S. [*Vierteljahresschrift der astron. Ges.*], но нам бы не помешал английский журнал того же рода, притом лучший. Если Вы добьётесь своего, может быть подобный журнал удастся присоединить к схеме.

### **Письмо Карла Пирсона.**

#### **Университетский колледж, Лондон. 24 июня 1904**

Уважаемый Сэр, я собрал воедино несколько предложений, которые пришли мне на ум. Они главным образом основаны на моём личном опыте, но я хочу, чтобы их считали только впечатлениями, а никак не догматическими утверждениями.

1. Я совершенно согласен с первым утверждением профессора Ньюкома о том, что девятнадцатый век усердно скапливал громадную массу астрономических, физических и биологических данных, и что до сих пор очень малая их часть была использована. Причина этого, как я полагаю, состоит в том, что человек заурядных способностей может наблюдать и собирать

факты, но для вывода верных заключений нужен особый человек, обладающий большой логической мощью и владеющий методологией.

2. Возможно в отличие от профессора Ньюкома я утверждаю, что по меньшей мере 50% сделанных наблюдений и собранных данных бесполезны, и что даже самый способный человек не сможет вывести из них никаких заключений. Нам нужно выкинуть около 50% результатов науки девятнадцатого века<sup>6</sup>. Научные журналы в изобилии наполнены статьями, вовсе не имеющими никакого реального значения. Они публикуют наблюдения, которые никому, даже самому способному, не могут пригодиться, поскольку при проверке теорий они были выполнены без должных предосторожностей. В других случаях собирающий материал или наблюдатель были безнадежно невежественны и не знали условий, при которых только и может быть выполнена тщательная работа. Наблюдения и данные скапливались ими, потому что так поступали другие и потому что это и считалось научным исследованием.

3. В своей статистической лаборатории мне пришлось очень много заниматься наблюдениями и данными других лиц, поскольку нас всегда просят помочь истолковывать наблюдения. Думаю, что могу прояснить свою точку зрения исходя из своего опыта.

а) *Метеорологическая статистика*. Здесь производится большая работа и получены обширнейшие, но бессистемные данные. Исследование показывает, что в Европе и Америке получаемые сведения часто ненадежны. Ни метод, ни время, ни сама измеряемая величина не стандартизированы. Важные станции наблюдения исключены либо полностью, либо за многие годы. Хорошо составленный план мог бы привести к определенным результатам при вчетверо меньших затратах и трудах, однако существующая хаотическая масса данных обеспечит лишь вероятности и предложения. Каждый, имеющий понятие о метеорологии, после небольшого опыта отбросил бы существующее и начал заново, или потратил бы свои лучшие годы, пытаясь свести имеющиеся данные воедино, что на самом деле было бы безнадежной задачей.

б) *Медицинская статистика*. Её составляет каждый врач в каждой больнице по собственным планам и как правило без какого-либо понятия о том, что необходимо наблюдать для вывода логических заключений. Особенно это относится к наследованию склонности к заболеваниям. Более того, громадная масса материала бесполезна, потому что в одном или нескольких рядах наблюдений был упущен какой-нибудь существенный фактор.

Недавно нам пришлось докладывать о статистике рака, безумия и прививок против брюшного тифа. Мы смогли вывести лишь частично определённые заключения, потому что материал обычно собирался без понятия об условиях, необходимых для вывода определённых статистических результатов.

с) *Физические измерения*. Здесь то же имеет место, быть может в меньшей степени, но всё ещё вполне определённо. Существует громадное количество наблюдений о сопротивлении материалов. В основном они бесполезны, потому что у экспериментаторов не было ясного *априорного* понятия о том, что они хотят пояснить. То же относится к массе физических наблюдений, проведенных без достаточных математических познаний для представления о трудностях изучаемых проблем. По этой причине неудачи, постигшие в первой половине девятнадцатого века таких физиков, как Вертхейм, Саван [Савар] и Купфер<sup>7</sup>, вполне сравнимы с происшедшим недавно у тех, кого по понятным причинам лучше не называть.

д) *Биологические и социологические наблюдения*. Было слишком много случаев, при которых они оказывались самыми малоценными. Даже когда наблюдатели начали представлять себе, что точная наука вползает в биологическую и социологическую сферу, они не понимали, что существенным предварительным условием эффективной работы, не исключающей сбор материалов, является тщательное обучение новым методам. Они бросились измерять или подсчитывать любую попадавшую им живую форму [данные о любой ...] без предварительного установления тех понятий и идей, которые их наблюдения были предназначены иллюстрировать.

Сомневаюсь, что хоть малая доля биометрических данных, собираемых в Европе и Америке, может представить полезные результаты при какой бы то ни было изобретательности, но кто всё-таки был бы способен на это, с большей пользой мог бы собирать и обрабатывать свой собственный материал.

Из сказанного видно, что я лично не могу серьёзно надеяться по поводу объёма результатов первоклассного значения, которые можно было бы получить при учреждении института для обработки существующей массы наблюдений.

4. Тем не менее, если откинуть 50% существующих наблюдений как бесполезных, я всё же думаю, что при определённых условиях какую-то пользу можно извлечь из оставшегося.

а) Если можно будет привлечь подходящего человека, и в этом основная трудность. Он должен хорошо понимать многие отрасли науки, иначе нужен будет сотрудник для каждой из них, – для астрономии, метеорологии, физики, медицины, социологии и пр. Даже если хватит средств для такого умножения работников, я сомневаюсь, что их удастся найти.

Если институт профессора Ньюкома появится на свет, то подходящим в качестве директора будет человек с исключительными знаниями, лишь немного уступающий научному гению. Сомневаюсь, что человека такого типа удастся отыскать, а уж нескольких – наверняка нет.

б) Подходящий человек должен быть правильно обучен. Ему придётся выводить логические заключения из наблюдений и данных других лиц. В первую очередь он поэтому должен быть

сведущ в научном методе, быть первоклассным математиком, статистиком и обученным вычислителем.

с) У подходящего человека должна быть надлежащая поддержка. Он должен иметь штат компетентных сотрудников и быть в некоторой степени деловым человеком. Ему придётся отклонять целые массы ненужных наблюдений и данных, и в его решениях будут сомневаться, их будут критиковать. Он должен обладать весом и тактом, иначе он вскоре окажется в невозможном положении сравнительно с заурядными наблюдателями, чьи данные он должен обрабатывать.

К примеру, он предлагает изучить вес человеческих внутренностей в здоровом состоянии и в патологии. Он собирает все существующие данные, но в изданном отчёте и выводах обходит молчанием измерения какого-либо известного врача или знаменитой больницы как не имеющие реальной научной ценности. Результатом несомненно будет полемика и быть может возмущение, так что директору института придётся выдержать ряд решительных битв, и это до тех пор, пока его репутация как цензора и официального браковщика данных не будет окончательно закреплена. Он сможет пережить это начальное положение, если его поддержат лучшие научные умы страны. Но если он не силен духом, то выберёт более легкий выход и просто добавит длинный ряд отчётов обо *всём* существующем материале к уже собранной громаднейшей научной литературе.

Подходящим будет человек, имеющий смелость отклонять, и притом непреклонно. Сегодня наука чрезвычайно нуждается в смелом прореживающем садовнике, но задача его незавидная, и попечители Института Карнеги должны будут непоколебимо поддерживать своего сотрудника, чтобы его работа могла быть эффективной. Он наверняка наделает несколько ошибок, которыми сразу же воспользуются и повсюду раструбят о них.

Предположив, что указанные три условия могут быть выполнены, мы всё же спросим, не будет ли описанный нами человек такого ранга гораздо лучше служить науке, если позволить ему использовать наблюдения других по своему усмотрению, если позволить наблюдать и собирать наблюдения самому, когда имевшиеся данные в особо интересующих его областях науки по его мнению либо несовершенны, либо не способствуют их прояснению.

Иными словами, директор оказался бы обычным исследователем, работающим в очень благоприятных условиях в одном смысле, и в неблагоприятном, в другом. У него будет достаточно научного материала и поддержки, но, в отличие от университетских учёных, не будет школы, в которой он мог бы обучать подчинённых своим методам.

5. В целом, я сомневаюсь, что учреждение института для отклонения данных и систематизации существующих наблюдений и научного материала возможно, если даже желательно. Но я склонен думать, что можно было бы достичь большего *статистическим и вычислительным институтом*. Он должен иметь знающего директора и хорошо обученный

персонал, должен быть готов докладывать обо всех данных или материалах, представляемых ему на рассмотрение за умеренную плату.

От этой платы можно отказаться по рекомендации директора или комитета при изучении работы первого класса от лица с хорошей научной репутацией, но обладающего малыми средствами. Вообще же плата должна сохраняться, чтобы предотвратить поток никчемного материала. Институт также может давать советы о сборе материалов, методах наблюдения и статистической обработке, опять-таки требуя небольшую плату. Иначе институт станут использовать как источник, обеспечивающий исследованиями тех, кто слишком ленив или слишком туп, чтобы самому отыскать подобную работу для себя.

Кроме того, частные лица и научные общества, – астрономические, метеорологические или биологические, – могут и вероятно вскоре будут использовать институт для проведения специальных исследований значимости уже собранного материала в той или иной области. И государственные ведомства очень скоро привыкнут запрашивать отчёты о специальных материалах из их собственных областей. Аналогично поступят местные организации по поводу демографических и иных статистических материалов. Я думаю, что такой институт окажется очень полезным и быть может насколько возможно будет выполнять функции, предложенные профессором Ньюкомом. Отпадут огромные трения, которые наверняка возникли бы при непосредственном изучении материалов, собранных лицами, многие из которых всё ещё будут занимать научные должности.

Нужно, разумеется, быть слишком способным, чтобы судить обо всём этом из своего крохотного уголка научного поля. Наша статистическая лаборатория возникла недавно, и число лиц, посылающих нам свои материалы для предложений и отчёта, возрастает. Это стало настолько обычным, что нам, вероятно, придётся либо установить оплату, чтобы сдерживать поток материалов, либо отказываться исследовать подобные работы. Мы ведь являемся только отделом учебного заведения, занимаемся собственной учебной и исследовательской работой, притом без какой-либо общественной поддержки. Но наш небольшой опыт может быть полезен по ту сторону Атлантического океана. Мы поняли, что многие физики и биологи хотят помощи и что общественные организации и государственные ведомства также ищут помощи в области статистики и вычислений.

Если идеи профессора Ньюкома вначале будут проведены в жизнь по отношению к материалу, переданному институту для отчёта, то научные общества и общественные организации вскоре обеспечат основанному учреждению прочное положение. Возможно, что тогда более серьёзную работу по систематизации и отклонению существующих масс наблюдения и данных удастся проводить без слишком серьёзных трений и споров.

### **Письмо Лорда Рэлей.**

**Королевский институт Великобритании. 20 ноября 1903**

Дорогой профессор Ньюком, я полностью сочувствую взглядам, изложенным в Вашем письме от 30 октября, и даже иногда высказывался в аналогичном смысле, но мой опыт намного меньше Вашего. Я искренне надеюсь, что Вы сможете добиться успеха в организации такого учреждения, которое Вы указываете.

### **Письмо Дж. Х. Дарвина. Кембридж. Без даты**

Я горячо сочувствую плану развития Института Карнеги, предложенному профессором Ньюкомом, и полагаю, что ему может предстоять большое будущее. Я старался представить, как сможет всё это происходить, и вижу, что польза для некоторых тем окажется очень большой и немедленной, но для других – лишь косвенной.

Научные наблюдения можно в первом приближении разделить на две группы, которые, однако, постепенно переходят друг в друга. Лучше всего пояснить эту мысль примерами. Тема приливов, видимо, относится к группе, которая пожнёт выгоды немедленно. Наблюдения теперь публикуются в самых разных местах и не согласуются должным образом. Собрание критических результатов о приливах было бы трудной задачей и оказалось бы весьма ценным. Здесь нет ничего, соответствующего вероятной ошибке в астрономии, потому что изъяны зависят от человеческой слабости. Систематизировать и отклонять наблюдения по их внутренней сходимости сможет только специалист первого класса, после чего последуют обобщения, и ценность выводов вероятно окажется очень большой.

Метеорология и многие другие темы (subjects) тоже относятся к этой группе. Её отличительная черта состоит в том, что мы точно знаем, что наблюдать, что масса накопленного материала уже огромна и что нельзя считать, что имеешь слишком много научного материала, если только он согласован. Второй вид исследования, который я упомянул, занимает промежуточное положение между наблюдениями и экспериментами. Предмет наблюдения в некоторой степени неопределённый и зависит от наблюдателя.

В эту минуту я не могу придумать очень хороший пример, но быть может допустимо считать, что мы исследуем законы, управляющие перемещением песка и образованием песчаных дюн. Ясно, что во многих частях света эта тема имеет громадное сельскохозяйственное значение. Было бы почти бесполезно просто собирать карты и фотографии. Должен быть направляющий ум, предлагающий теории, которые должны быть подтверждены или опровергнуты наблюдениями. Исследование может оказаться дорогостоящим и трудным, но по существу это – дело одного человека.

В таких случаях я не надеялся бы на какую-либо большую помощь от предложенного института, разве что он обеспечит твёрдую и хорошо оплачиваемую должность способному

человеку. Последнее условие важно, и это подводит нас к утверждению профессора Тернера, что поиск нужных людей важнее поиска фактов<sup>8</sup>.

Надеюсь, что Вы не сочтёте это длинное письмо далеко отстоящим от обсуждаемого вопроса. В заключение я хочу выразить сердечное одобрение предложенной схеме.

### **Письмо Артура Шустера. Манчестер. 18 августа 1904**

В ответ на вашу просьбу сообщить своё мнение о письме, посланном вам профессором Ньюкомом, я прокомментирую пункты этого письма по очереди.

1. Нет ни малейшего сомнения в верности точки зрения профессора Ньюкома о скапливании громадной массы наблюдений. Это стало самоцелью, а не средством для достижения цели, и потому надлежащие обсуждения не смогли поспевать за накоплением не переваренных чисел. Усилия отдельных лиц обсудить результаты были часто затруднены отсутствием помощи или недостатком средств и во многих случаях были обречены на неудачу, потому что лица, обученные наблюдать, редко хорошо подготовлены к выводу заключений. Легко было бы найти примеры затраты труда, происшедшей ввиду неумелого планирования методов редукции наблюдений<sup>9</sup>.

2. Здесь я тоже согласен с профессором Ньюкомом и хотел бы добавить одну черту нынешнего положения, которая препятствует широкому обсуждению серьёзных существующих проблем. Громадная масса собранного материала сделала необходимым иметь специальный журнал почти для каждого отдела темы. Так, у нас есть журнал физики Солнца и другой журнал о земном магнетизме, и т. д.<sup>10</sup>

Математики и физики, которые, возможно, более других способны заниматься этими двумя проблемами, часто никогда не видят упомянутых журналов. А если и увидят, то будут сбиты с толка массой деталей, а часто и непонятными им техническими терминами. Здесь нужен какой-то посредник, который указывал бы человеку, занимающемуся наукой вообще, основные результаты наблюдений, нуждающиеся в обсуждении, и, с другой стороны, сообщал бы наблюдателю основные факты и измерения, требующиеся теоретику для его работы. Усилия, которые были предприняты, чтобы справиться с этой осознанной трудностью публикацией рефератов, оказались, по моему мнению, неудачными. Для составления действенного реферата, указывающего суть статьи в полезном виде, необходимо весьма близкое знакомство с темой. Для темы может потребоваться специальное мастерство и обучение, но этого нельзя ожидать от тех, кто ныне занимается подобной работой. Кроме того, ввиду своего склада ума читатель, который берёт в руки реферативный журнал и старается за полчаса усвоить идеи 150 работающих по 150 темам, вряд ли сможет с пользой оплодотворить свои мысли.

Гораздо полезнее было бы иметь периодические отчёты о прогрессе темы, но и здесь всё будет зависеть от того, насколько удастся подыскать лиц, досконально понимающих тему, чтобы

составить их. Для меня сомнительно, сможет ли наблюдатель когда-либо получить наилучшие результаты, если он не вполне понимает цели своих наблюдений. Однако, имея в виду практическую точку зрения, мы должны признать, что многие могут произвести отличные наблюдения, не имея никакой особой способности обсуждать их, и было бы печально не использовать их, если только можно будет убедить их в ограниченности их возможностей.

3. Институт или бюро точных наук, соответствующие схеме профессора Ньюкома, окажется по моему мнению полезным, поскольку для каждой темы он сможет найти наилучшие методы для согласования фактов и редуцирования наблюдений. Но организации этого бюро придётся приспособиться к различным и притом, вероятно, меняющимся время от времени требованиям различных тем. На некоторых стадиях может оказаться нужным публикация списка работ [?], и следует неизменно остерегаться принимать какой-либо определённый метод или конкретную процедуру за шаблон. Рефераты, которые оказались для моей темы бесполезными, могут быть очень действенными в других темах. Значительно выгодней, как указал профессор Тернер, иметь коллектив, чья обязанность состояла бы в обсуждении наблюдений и указания областей, в которых они более всего нужны.

Дисциплины, включённые профессором Ньюкомом в третье поле, ныне, как я считаю, более всего нуждаются во внимании. По моему мнению, планируемое бюро должно не только иметь полномочия начинать редуцировать наблюдения, но и быть в состоянии помогать другим, если его комитет одобрит предлагаемый метод. Я могу привести пример из своего собственного опыта. Последние два года я нанимал за свой счёт помощника для определённого редуцирования наблюдений солнечных пятен по методу, который, как я полагаю, был бы полезен во многих областях космической физики. В любом случае было бы благоразумно производить первую серию редуцирования под моим руководством.

Однако, если предположить, что результаты окажутся ценными, а метод зарекомендует себя компетентным судьям, [всё же] один человек не смог бы расширить вычисления, чтобы применить их к другим явлениям, таким, как магнитные возмущения, которые можно поставить в связь с солнечными пятнами. Обладающее средствами бюро со своим комитетом директоров, которые будут обсуждать значимость каждой предложенной работы, может предотвратить задержки на пути науки, сейчас возможных ввиду отсутствия подходящего института.

4 и 5. Я вполне согласен, что всё должно зависеть от назначения управляющего, хотя совещательный комитет вероятно окажется необходимым. Только организационные способности человека, который во всяком случае основательно сведущ в какой-либо отрасли науки, сможет обеспечить успех работы.

6. Я также согласен, что институт должен начать работу с небольшого. Если желательно, чтобы комитет был международным, я бы предложил просить Международную ассоциацию академий<sup>11</sup> назначить в него нескольких своих членов. Она была учреждена для международного сотрудничества, и представляется желательным укрепить её по возможности и предотвратить приумножение других международных организаций. Впрочем, я сейчас не хотел бы выражать своё мнение о желательности сразу же учредить бюро на международной основе. Лучше было бы обеспечить большую гибкость, оставив его вначале в качестве американского института. Если окажется желательным, всегда будет легко через несколько лет просить указанную ассоциацию назначить членов его комитета.

Мне жаль, что я так задержал ответ, но, как я уже раньше сообщил вам, я был занят в необычной степени.

**Письмо Э. Ч. Пикеринга. Обсерватория Гарвардского колледжа. Кембридж, Массачусетс. 27 июля 1904**

Уважаемый Сэр, Ваше письмо с копией письма профессора Ньюкома, просившее меня ответить до 1 августа, застало меня в должное время. В общем, я сердечно одобряю предложенный план. Нет сомнения, что надлежащее обсуждение существующих наблюдений весьма необходимо. После него следует произвести нужные наблюдения, чтобы заполнить ставшие очевидными пробелы.

Для выбора тем работы предложенного института может потребоваться постоянный комитет, но после этого выбора следует нанять специалистов из назначенной отрасли науки. Они должны будут провести несколько дней, совместно обуславливая детали работы. По моему опыту, обсуждение общих вопросов комитетом, который не имеет средств в своём распоряжении, неудовлетворительно и результаты оказываются малоценными. Но некоторое число экспертов, обладающих ассигнованиями для работы, с которой они полностью знакомы, может получить намного лучшие результаты, чем кто-либо индивидуально. Официальное лицо, ведающее предложенным институтом и имеющее необходимое число вычислителей, может легко осуществить план рекомендованных работ, консультируясь с комитетом при возникновении трудностей или назначая требуемые конференции. Большая часть трудной работы по обсуждению обширных серий наблюдений в любой отрасли науки может быть выполнена с большой пользой подобным постоянным вычислительным бюро.

Часто оказывается невозможным перенести гениального человека в иную обстановку без резкого убывания ценности его работы. Полезнее улучшить его существующие условия, а не пытаться заставить его усвоить новые. С другой стороны, он часто не способен обсуждать свои собственные результаты или наблюдать за длительными вычислениями обычного вида. Последнее лучше удастся тому, кто посвящает свою жизнь

подобной работе. Моя точка зрения на эту тему более подробно выражена в брошюре *The Endowment of Astronomical Research* (*Способности к астрономическим исследованиям*), No. 2 [Cambridge, Mass., 1904], которая будет разослана через несколько дней.

### Примечания

1. Морфология изучает формы и строение животных и растений, и её сфера исключительно широка. К примеру, к ней относится анатомия. Кроме того, морфология является отделом языкознания.

2. В 1898 – 1908 гг. Артур Шустер опубликовал статьи, посвящённые обработке астрономических, метеорологических и магнитных наблюдений. Ниже публикуется его письмо.

3. Ньюком довольно часто выезжал в различные страны Европы и встречался со многими европейскими учёными, см. его переписку с немецкими учёными (Шейнин 2011).

4. Мы установили статьи Сампсона 1913 и 1918 гг., посвящённые теории ошибок. О Дурхеме (Durham) мы ничего сказать не можем.

5. Явное нарушение связности изложения.

6. Отбрасывать половину науки XIX в., конечно, нельзя было. Всё-таки следовало сказать: половину наблюдений.

7. О Вертхейме мы можем только сказать, что Вильгельм Вертхейм (тот ли?) опубликовал статью о равновесии и движении твёрдых и жидких тел. Её выходные данные остались нам неизвестными.

8. Тернер не утверждал этого прямо.

9. Редукцию можно понимать как предварительное исследование наблюдений с возможным исключением некоторых из них. Кроме того, в астрономии (а ведь Шустер был астрономом) редукцией наблюдений называется введение в них различных поправок (за рефракцию, прецессию, нутацию и т. д.) и приведения, например, к определённой эпохе).

10. В мае 1999 г. число научных журналов измерялось десятками тысяч (Прохоров 1999, с. 893). Тираж многих из них весьма невелик, и главная задача их редакторов – сохранить своих читателей. Ей в первую очередь подчинён отбор рукописей для публикации.

11. Мы отыскали в Интернете, что Международная ассоциация академий просуществовала с 1899 по 1913 гг. (быть может, до начала мировой войны). Во всяком случае, мы установили, что организационная конференция Ассоциации произошла в Висбадене в 1899 г. и что местом её пятой сессии был Петербург (*Actes de la cinquième session. St. Pétersbourg 1913. Pétersbourg, 1914*). Странно, что её членами, как следует из письма А. Шустера, были отдельные лица, а не академии.

### Об упомянутых учёных

**А. Я. Купфер** (1791 – 1865), физик

**Э. Ч. Пикеринг** (1846 – 1919), физик, астроном. Директор обсерватории. Пользовался исключительным авторитетом.

**Ф. Савар** (1791 – 1841), физик

**Г. Х. Тернер** (1861 – 1930), астроном, сейсмолог. Директор обсерватории. Член Парижской АН.

## Библиография

**Ньюком С.** (1876, англ.), *Фундаментальная наука в Америке. Вопр. экономики*, № 9, 2011, с. 42 – 65. Сокращенный перевод.

**Прохоров Ю. В., редактор** (1999), *Вероятность и математическая статистика. Энциклопедия*. М.

**Чупров А. А.** (1903), *Статистика и статистический метод*. В книге автора *Вопросы статистики*. М., 1960, с. 6 – 42.

**Шейнин О. Б.** (1990), А. А. Чупров. *Жизнь, творчество, переписка*. М., 2010.

--- (2011), *Статьи по истории теории вероятностей и статистики*, ч. 3. Берлин, 2011. Также [www.sheynin.de](http://www.sheynin.de)

**De Morgan A.** (1915), *Budget of Paradoxes*, vols 1 – 2. London.

**Lueder A. F.** (1812), *Kritik der Statistik und Politik*. Göttingen.

## V

О. Б. Шейнин

### Статистика

не опубликовано

#### 1. Введение

Одна из основных целей статистики состоит в исследовании количественных данных, а не в перечислении изучаемых объектов. Kendall (1960/1970, с. 46), изучавший положение в Италии в XV в., заметил, что тогдашнее перечисление изучаемого не могло служить основанием для предсказаний.

В Германии, в середине XVII в., возникло государствоведение или университетская статистика, а через столетие Г. Ахенваль основал его гёттингенскую школу. Она изучала самые различные стороны жизни данного государства почти не применяя числовых характеристик. Ахенваль рекомендовал применять государственные меры, способствующие возрастанию населения, и указывал, что следует проводить переписи, без которых, однако, можно установить вероятную численность граждан. Он (1752/1756, Введение) оставил косвенное определение статистики, которое указывало на трудность её применения для изучения европейских государств, их истории и политического устройства.

Его последователь, Schlözer (1804, с. 86) сформулировал крылатое пояснявшее изречение: *История – это статистика в потоке, а статистика – остановившаяся история*. Тем не менее, последующие авторы считали его определением статистики, которая поэтому не должна была изучать ни причин, ни последствий.

Другая линия развития, политическая арифметика, в основном противостоящая государствоведению, родилась также в середине XVII в. (Петти, Граунт). Она применяла числа вместо слов, а также и элементарные стохастические соображения, и изучала причины и последствия. Перечислив экономические вопросы, Граунт (1662/1939, с. 78 – 79) продолжал:

*Не менее необходимо знать, сколько имеется жителей каждого пола, состояния, возраста, религии, ремесла, ранга или положения, ибо тем самым торговля и управление могут быть сделаны более определёнными и регулярными.*

Примечательно, что Граунт сомневался в том, что его исследование окажется необходимым для кого-либо, кроме государя и его главных министров.

Решительным сторонником числовых данных был Гумбольдт. В 1838 г. он (Knies, 1850, с. 145) заявил: *Числа неизменно являются решающими; они – последние безжалостные судьбы.*

В течение своей длительной истории содержание государственного управления суживалось ввиду рождения (или повторного появления) новых дисциплин и наук; и очевидным примером служит изучение климата. Его битва с политической арифметикой продолжалась многие десятилетия; по крайней мере в Германии оно всё ещё изучается в университетах, заведомо использует числовые данные и изучает причины и последствия. Его, таким образом, можно теперь частично считать приложением статистического метода к различным дисциплинам и данному государству. Предшествовавшее предпочтение словесным описаниям легко объяснимо ограниченными возможностями математики в целом (которая, однако, с каждым поколением завоевывает всё новые территории).

Нашей целью является определение статистики и её различных сторон, не упуская из вида её историю. Поэтому мы воспользовались списком 115 прямых или косвенных определений этого понятия, предложенных с 1749 г. и опубликованных Уилкоксом (Willcox 1935). Он воспользовался подобным списком своего предшественника:

*В приложении к своему восьмистраничному Grundriß der Vorlesungen über Theorie der Statistik Böckh привёл 68 определений. Я добавил к этому эфемерному списку, который он любезно прислал мне, почти столько же, в основном из английских и американских источников.*

Мы не смогли установить указанную записку, однако известно, что с 1875 г. несколько статистических работ опубликовал Richard Böckh. Никитина и др. (1972) опубликовали другой подобный список. Мы видели его много лет назад и запомнили, что определения были в нём приведены лишь в русском переводе и что библиографические данные были неполны.

Под *статистикой*, за исключением нескольких понятных случаев, мы понимаем математическую (или теоретическую) статистику, см. § 8.3. Первым, кто понимал статистику в современном смысле, был, возможно, John Sinclair в 1798 г. (Pearson 1978, с. 2).

## **2. Планирование эксперимента и предварительный анализ данных**

*Планирование эксперимента* (Cochran 1978) возникло в 1920-е годы с изучением сельскохозяйственных опытов Фишером. Оно исследует влияние различных изменений условий эксперимента. Его методы чужды планированию, например, геодезических измерений, но, быть может несколько расширяя обычное содержание новой дисциплины, мы относим к ней детерминированную ветвь теории ошибок. Некоторые авторы (Аноним 1984) полагают, что планирование эксперимента входит в математическую статистику, другие (Finney 1960/1970) считают, что оно включается туда лишь частично, но по нашему мнению оно входит лишь в теоретическую статистику, см. § 8.3.

*Предварительное исследование данных* (Andrews 1978) имеет целью пояснить их, выявляя в них возможные структуры или аномалии и его значение значительно усилилось с возрастанием массивов накопленной информации. Одной из существенных черт структуры данных является наличие в них систематических влияний. Хорошим примером может послужить введение контурных линий в геофизику Галлеем в 1701 г. (Charman 1941, с. 5 или Шейнин 1984b, с. 68 – 69). Он опубликовал карту Северной Атлантики с линиями равного магнитного склонения на эпоху 1700 г., а в 1818 г. Гумбольдт по его примеру, как он сообщил много позже (1858, с. 59), ввёл изотермы.

Цели указанного анализа в основном достигаются неформальными методами, как это и произошло в приведенных примерах, и Tukey (1962/1986, с. 397) удачно заметил, что

*Исследование данных и родственные ему части статистики должны [...] обладать основными чертами [естественных] наук, а не математики.*

Аналогия с планированием экспериментов очевидна. См. также Tukey (1977).

Важное исследование данных произошло в середине XIX в. Сноу (Snow 1855/1965, с. 58 – 59 и 74 – 86) выяснил, что неочищенная питьевая вода служила источником распространения холеры. В некотором районе Лондона смертность от холеры составила 315 человек на десять тысяч домов для пьющих воду, содержащую *сточные воды* города, но только, соответственно, 37 человек, чья вода была вполне очищена [не в современном смысле] *от подобных нечистот*.

В начале XIX в. во Франции обсуждение причин было ограничено. Delambre (1819, р. LXVII), см. также Шейнин (1986, с. 282 – 283), утверждал, что статистика *почти полностью исключает обсуждения и предположения*, а Фурье (1821 – 1829, 1821, с. iv – v) заявил, что

*Дух рассуждений и предположений, вообще говоря, препятствует истинному прогрессу статистики, которая в первую очередь является наукой наблюдения.*

Деламбр (с. LXX) кроме того перечислил основные темы, которые обсуждает статистика:

*Геодезические измерения, наблюдения температуры и состояния атмосферы, обычные заболевания, целебность воздуха, пищи и воды, выставки произведений искусства, минералогические описания. [...] Но эта наука никак не имеет целью совершенствование теорий.*

Несмотря на первое выборочное исследование Лапласа в демографии с оценкой его погрешности, Деламбр не упомянул эту дисциплину. Примечательно и то, что астрономические

открытия Лапласа также не повлияли на точку зрения Деламбура и Фурье. Так (Лаплас 1812/1886, с. 361), наблюдения указывали на столь высокую вероятность некоего лунного неравенства, что он счёл необходимым выявить его причину (и добился успеха). Он, правда, имел дело с обработкой наблюдений, а не с изучением статистических данных, но вряд ли это обстоятельство было существенным

Количественное описание явлений без изучения причин и последствий было (безуспешно) объявлено Лондонским (позднее, Королевским) статистическим обществом, учреждённым в 1834 г. Все выводы *будут допускать математическое доказательство* (слишком трудно!), а причины и последствия обсуждаться не будут (что оказалось невозможным), см. Anonynous (1839).

Подобные ограничения не приводили к бесплодности. Исследование Фурье (1821 – 1829) служило фундаментальным справочным источником, и многие учёные собирали статистические данные, относящиеся к различным отраслям естественных наук. Далее, в 1820-е годы в моду у французских врачей, см. Шейнин (1982, с. 250 – 252) и Armitage (1983), вошёл так называемый *количественный метод*. Его сторонники отрицали стохастические соображения, полагая, что не требовалось ничего, кроме достаточных данных.

Развитию статистики в более широком смысле это не воспрепятствовало<sup>1</sup>, а к середине столетия мнение учёных во Франции изменилось под влиянием таких статистиков как Бьенеме (Heyde & Seneta 1977, с. 21 – 28) и рождения медицинской статистики. Важным оказался труд Gavaret (1840). Этот автор обратился к медицине после окончания Политехнической школы. Он обосновывал приложение теории вероятностей к этой науке и выразил искреннюю признательность своему бывшему учителю, Пуассону.

Сам Пуассон (1837, с. 213 – 227 и 288 – 297), см. также Шейнин (1978, § 5.2), вывел формулы для стохастического установления значимости эмпирических расхождений (например, между двумя вероятностями), и, совместно с другими авторами, выразил своё общее мнение о статистике (Double и др., 1835, с. 174). Она была названа приложением исчисления вероятностей к *бесконечным* [?] массам, также и к медицине наравне с другими науками (с. 176)<sup>2</sup>. Он, снова в соавторстве (Libri-Carrucci и др. 1834), указал на пользу приложения *высокой статистики* и на необходимость её поддержки исчислением вероятностей.

И Пуассон, и Гаварре неизменно требовали большого числа наблюдений. Однако, немецкий врач Liebermeister (прим. 1877, с. 935 – 940) решительно отклонил это условие, которое нельзя было соблюдать в терапевтике. Он заявил, что следует отойти от почти полной уверенности к разумной вероятности, что и является ныне обычной целью медицинской науки (и науки вообще).

В связи со своей общей точкой зрения Гаварре ввёл в медицину (да и в науку в целом) принцип проверки начальной гипотезы.

Можно, впрочем, заметить, что он естественно следовал из рассуждений Пуассона.

### 3. Вероятность

**3.1. Массовые наблюдения.** Начиная с Граунта, статистики, видимо, старались обосновывать свои выводы большим числом наблюдений<sup>3</sup>, однако в определениях статистики эта точка зрения отразилась далеко не сразу. Коллекция Willcox включает соответствующее определение (Rümelin 1863 – 1864/1875, с. 222), мы же можем сослаться на предшествовавшее утверждение Курно (1843, § 103). Вот соответствующие выдержки в хронологическом порядке:

*Статистика – это наука, которая ставит своей задачей собирание и упорядочение многочисленных фактов любого рода с целью выявлять числовые соотношения, существенно очищенные от случайных искажений и показывающие наличие закономерных причин, действие которых сочеталось с действием причин случайных<sup>4</sup>.*

*Статистика устанавливает отличительные черты человеческих сообществ на основе методических массовых наблюдений и подсчёта их однородных проявлений.*

Интересно указать здесь, как Пирсон (1978, с. 3) определил статистику как науку: она является приложением математической теории к истолкованию массовых наблюдений.

**3.2. Вероятность.** Что статистике необходимо опираться на вероятность, стало очевидным не позднее начала XVIII века. Муавр, Даниил Бернулли, Лаплас и Пуассон основывали свои статистические исследования стохастическими методами (и развивали теорию вероятностей), см. также § 2.2. Но вот Кетле, несмотря на все свои декларации о пользе этой теории, по существу не применял её в своих работах (и не упомянул её в своём определении статистики, см. ниже). Он не применил ни пуассонову форму закона больших чисел, которая могла бы лучше обосновать его изыскания в моральной статистике, ни существовавшие варианты центральной предельной теоремы. Собирая и систематизируя метеорологические данные, он (1846, с. 275) заметил, что метеорология чужда статистике, поскольку она изучает природу даже вне зависимости от её влияния на человека. Далее, его нечёткое определение статистики (1848, с. XI) ограничивалось социологией и не упоминало вероятность: *Статистика – новая наука, которая имеет целью изучать человека в его различных сообществах.*

Быть может случайно влиятельные немецкие статистики начали оспаривать идеи Кетле как раз после его смерти в 1874 г. Так, они проклинали само понятие средней наклонности к преступлению и отрекались от его знаменитого утверждения о постоянстве этого явления (Кетле 1836, т. 1, с. 10), которое, кстати сказать, косвенно предполагало постоянство социальных условий (и потому не было опровергнуто).

Решив, что зло вызвано теорией вероятностей, новое поколение статистиков попыталось отделить статистику от неё. Борткевичу (1904) пришлось противиться этому подходу и повторять свои доводы.

Выборочный метод доставляет дополнительную связь статистики и вероятности, поскольку, в частности, выборочные данные как правило искажены погрешностями, в том числе случайными, и поэтому должны быть обработаны стохастическими методами. Уже Симпсон (1740, задача № 6) рассмотрел вопрос, непосредственно относившийся к ещё не существовавшему выборочному контролю продукции. Лаплас первым оценил погрешность выборочной оценки (количества населения), однако выборочные исследования оставались необычными вплоть до конца XIX в. (You Poh Seng 1951). Не сославшись на это нововведение, Каптейн (1906), см. также Шейнин (1984а, с. 186 – 187), положил начало международному плану выборочной съёмки звёздного неба.

До 1835 г. (§ 2.2) непосредственные определения статистики, видимо, не упоминали её связи с вероятностью. Много позже Эджуорт (1885, с. 181 – 182/1996, т. 2, с. 25) заявил, что статистика – это *наука о средних вообще (включая физические измерения)*, а Merz (1903/1912, с. 567) отметил примерно то же: Статистика – это *наука больших чисел и средних*.

#### **4. Социология и естественные науки**

В соответствии с определением статистики по Кетле (§ 3.2), эта наука изучает социологические проблемы (конечно же, включая задачи демографии). Однако, при его жизни статистику применяли и к естественным наукам (в том числе и им самим). По этой причине мы посвятили § 4.2 естественным наукам, а § 4.1 описывает те изменения, которые произошли в социологии после Граунта и Петти.

**4.1. Социология.** После Граунта (§ 1) положение существенно изменилось. Медицинская статистика и демография добились больших успехов, хотя некоторые исследования (например, соотношения мужских и женских рождений) не были непосредственно нужны. Правда, примыкающие стохастические рассуждения привели к открытию теоремы Муавра – Лапласа, т. е. первого варианта центральной предельной теоремы.

Сфера деятельности статистики в социологии также существенно расширилась. В XIX веке уголовная статистика постепенно стала необходимой. По этому поводу мы упомянули Кетле (§ 3.2), но он изучал и другие вопросы. Так, несомненно основываясь на статистических данных, он (1869, т. 1, с. 422; т. 2, с. 173) заметил, что снижение почтовых тарифов в Англии и Бельгии привело к возрастанию и числа пересылаемых писем, и соответствующей прибыли. Он (т. 1, с. 419) также рекомендовал изучать, притом, конечно же, статистически, изменения, происходящие в обществе, после прокладки телеграфных линий и постройки железных дорог.

В XX веке передовые страны ввели те или иные меры помощи более бедным слоям общества, и перед статистикой появились

новые задачи. Bartholomew (1995, с. 9) перечислил связанные с этим явления: социальное неравенство, бедность, подвижность населения (географическая и профессиональная). Из новых задач статистики он назвал принятие решений, частично основанных на личном мнении и нечисловых данных *неопределённого качества*.

**4.2. Естественные науки.** В течение XIX века появился ряд новых естественных дисциплин, неразрывно связанных со статистикой: эпидемиология, общественная гигиена (в основном, предшественница экологии), география растений, зоогеография, антропометрия, биометрия, климатология, звёздная статистика, кинетическая теория газов. Кроме того, многие фундаментальные вопросы естествознания изучались статистически, к примеру, влияние солнечной активности на земные явления. Статистика стала незаменимым средством науки, см. наши статьи 1980 – 1985 гг. в *Archive for History of Exact Sciences*, посвящённые биологии, медицине, астрономии, метеорологии и физике. Статья (1990b) является их сводкой.

Первым, кто обсуждал внедрение статистики в естествознание был, возможно, Чупров (1914/1977). Он (с. 180) заметил, что *Лишь со середины XIX века открываются их победное шествие по всему полю современной науки. Их означало статистические формы знания, а лишь было связано с трудностями внедрения статистики.*

Мы различаем три стадии приложения статистического метода в естествознании. Вначале утверждения были основаны на общем впечатлении, что соответствовало качественной сути древней науки. Вторая стадия началась с Граунта (а в астрономии – с Тихо Браге), когда появились статистические данные. Начало третьей стадии (середина XIX века) характеризуется введением стохастических критериев для проверки заключений и выводов.

**4.3. Статистика и статистический метод.** Статистика в первую очередь прилагалась к изучению социально-экономического положения данного общества, а статистический метод понимался как приложение статистики к какой-либо ветви естествознания. Чупров (1896, с. 86 и 88), см. также Шейнин (1990a/2010, с. 147) возможно впервые явно различил эти понятия. Статистика, как он полагал, изучает массовые явления, становится частью логики и *господство сохраняет лишь над теорией вероятностей*, а статистический метод – это *совокупность приёмов (индуктивного) аналитического исследования вероятной причинной связи. Он изучает доступные более или менее точной численной характеристике массовые явления.*

Высказывание Колмогорова (1948, с. 216), которое он, впрочем, вряд ли повторил в дальнейшем, подтверждает одну из мыслей Чупрова: *если математическая статистика – это наука о математических методах изучения массовых явлений, то теория вероятностей должна считаться её органической частью.*

Позднее Чупров (1909/1959, с. 130), см. также Шейнин (там же, с. 153 – 155), ещё раз заявил, что статистический метод отличен

от статистики и отнёс эти понятия соответственно к номографическим и идиографическим исследованиям реальности. Два последних термина ввели философы Вильдебранд и Риккерт, и означали они науки о регулярностях и об отдельных фактах. Точнее, Чупров заменил их термин *онтологический* на *идиографический*. Но отдельные факты не составляют науки, и мы отвергаем эти (давно уже забытые) термины. Сам Чупров (1909/1959, с. 75) назвал их *окончательно отжившими*.

В 1910 г. началась переписка Маркова и Чупрова (Ондар 1977), которая направила последнего к теории вероятностей и математике вообще, а через несколько лет он (1914/1977), видимо, отказался от выражения *статистический метод*, применяя взамен нейтральное *статистическая форма знания*.

## 5. Некоторые новые определения

**5.1. Основное определение.** Его истоки восходят к началу XIX века (Butte 1808, с. XI):

[Теория] *статистики* – это наука о познании и оценивании *статистических данных*, об их сборе и систематизации.

Цель этой науки (Alph. DeCandolle 1833, с. 334)

*Состоит в умении объединять цифры, сочетать и вычислять их самым подходящим образом, приводящим к достоверным результатам. Но, строго говоря, это лишь ветвь математики.*

Chaddock (1925, с. 26) по существу сказал то же самое: статистика – это

*Множество методов и принципов, которые управляют сбором, анализом, сравнением, представлением и истолкованием численных данных.*

Пирсон (§ 3.1) предложил подобное же определение, соединявшее статистику с массовыми наблюдениями. Оно было опубликовано в 1978 г., но сформулировано лет на 50 раньше.

Наконец, Колмогоров и Прохоров (1974, с. 480) высказались подробнее. Математической статистикой они назвали

*Раздел математики, посвящённый математическим методам систематизации, обработке и использования статистических данных [...]. Статистическими данными называются сведения о числе объектов в какой-либо более или менее обширной совокупности, обладающими теми или иными признаками<sup>5</sup>. [...]*

*Метод исследования, опирающийся на рассмотрение статистических данных [...] называется статистическим. [Он] применяется в самых различных областях знания. Однако, [его] черты в применении к объектам различной природы столь своеобразны, что было бы бессмысленно объединять, например, социально-экономическую [...], физическую [...], звёздную статистику и т. п. в одну науку. [...]*

*Формальная математическая сторона статистических методов исследования, безразличная к специфической природе изучаемых объектов, и составляет предмет математической статистики.*

*Рассмотрение* быть может было лишь синонимом *систематизации* и *обработки*, но тогда статистический метод и был статистикой, ср. § 4.3.

Исключили ли авторы предварительный анализ данных из статистики? Согласились бы они считать, что статистика может участвовать в принятии государственных решений (§ 3)? Думается, что они ответили бы отрицательно на первый вопрос и положительно, на второй.

И вот в некоторой степени родственное определение (Kruskal 1978, с. 1072): теоретическая статистика – это

*Формальное изучение процесса, ведущего от наблюдений к выводам, решениям или вообще к любой конечной цели, поскольку этот процесс может быть выделен из специального эмпирического контекста.*

Не относя теоретическую статистику ни к какой области знания, Краскл полагает, что она, *строго говоря, не является отраслью математики*, см. также Прим. 7.

**5.2. Другие определения.** Ограничиваясь областью физики, Максвелл (1871/1890, с. 253; 1877, с. 242) утверждал, что статистический метод состоит в *оценке среднего состояния группы атомов*; в изучении *вероятного числа тел в каждой исследуемой группе*<sup>6</sup>. Его определение было слишком узким, но примечательным, поскольку в то время изучение частот только началось.

**5.2.1. Изучение статистических данных.** Bartholomew (1995, с. 2 – 3) процитировал несколько новых определений статистики, включая приведенные Эгоном Пирсоном (видимо, не опубликованным) и Кендаллом (1950). Статистика, как заявили эти авторы, является *изучением общих основных свойств совокупностей; наукой свойств коллективов и групп*.

Эти определения, видимо, означают, что статистика изучает статистические данные, и в таком случае их можно считать дополнениями к мнению Колмогорова и Прохорова (§ 5.1).

**5.2.2. Измерение неопределённости.** Некоторые авторы считают, что целью статистики является измерение неопределённости. Так, статистика – это

1) *Искусство точно определять меру [...] незнания* (Чупров 1896, с. 254), см. также Шейнин (1990a/2010, с. 147).

2) *Изучение неопределённости* (Lindley 1984, с. 360).

3) *Логика и методология измерения неопределённости и исследования [ее] последствий* (Stigler 1986, с. 1).

Неопределённость (или незнание) в первую очередь относится к статистическим данным. Но почему мы должны упускать

систематизацию и использование этих данных? И зачем ограничивать обработку измерением неопределённости?

И вот более общее утверждение о неопределённости (Чернов и Мозес 1959/1962, с. 9):

*Несколько лет назад было принято считать, что статистика занимается главным образом обработкой результатов наблюдений. Однако, статистик сегодняшнего дня имеет гораздо большие основания сказать, что статистика связана с вопросами принятия решений в условиях неопределённости.*

**5.3. Несколько слов о прикладной статистике.** Итак, даже современные авторы не упоминают в своих определениях ни предварительного исследования данных, ни планирования эксперимента. Но видимо можно включить их в прикладную (и даже теоретическую, см. § 8.3) статистику. Краскл (1978, с. 1072) предложил удачное, пусть даже очевидное определение этого последнего термина: это – *по крайней мере в принципе [...]* осведомлённое приложение теоретически исследованных методов.

Мы не согласны с Махаланобисом (Рао 1993, с. 339), который полагал, что вся статистика является прикладной дисциплиной:

*Статистическая теория не является разделом математики. Как [...] инженерное дело, она нуждается во всей помощи, которую может получить от математики, но [...] математическая статистика просто не может существовать как отдельная дисциплина.*

Цель статистики, как он заявил, состоит в принятии решений *на вероятностной основе*<sup>7</sup>. Странно, что Рао, кажется, не заметил никакого противоречия между этим утверждением и своей собственной декларацией (с. 337): Махаланобис был

*Одним из тех пионеров, которые вместе с Карлом Пирсоном, Фишером, Нейманом и Вальдом, заложили основы статистики как отдельной дисциплины.*

Трое последних учёных заложили основы математической статистики! Некоторую роль сыграло, правда, и Континентальное направление статистики.

### **6. Статистика в качестве научного метода**

Многие авторы полагали (и полагают?), что статистика – это метод. Так, Фох (1860, с. 331) заявил, что статистика

*Вряд ли может считаться наукой вообще. [...] Её громадная и неоценимая значимость заключается в том, что она – метод для продвижения других наук.*

Он сравнил статистику с микроскопом. Отказавшись от своего прежнего мнения (§ 5.1), Alph. Decandolle (1911/1921, с. 12)

указал, что *Статистика – это не наука, а метод*. Противопоставляя её математике, он продолжал:

*Математик заканчивает свой труд уверенным выводом из произвольных исходных положений; в статистике удаётся достигать вероятных результатов.*

Он, видимо, исключил и математическую статистику, и теорию вероятностей из математики, ср. § 8.1. Миклашевский (1901, с. 476) назвал теоретическую статистику методологической наукой:

*Статистика (теоретическая) – наука, занимающаяся изучением приёмов систематического наблюдения над массовыми явлениями социальной жизни человека, составления их описаний и научной обработки этих описаний. Таким образом, теоретическая статистика есть наука методологическая, и, как таковая, играет служебную и вспомогательную роль для других наук.*

Гораздо позже Кендалл (1950, с. 128) указал, кратко и определённо, что *Как математика, он (статистический метод) является научным методом*. И на с. 135: *Статистика, как все развивающиеся науки, экспериментальна*. О соотношении статистики и математики см. § 8.1, а о математике, § 7. Кендалл косвенно отделяет статистику и статистический метод, но его второе утверждение непонятно.

### **7. Математика**

Alph. DeCandolle (§ 6), Махаланобис (§5.3) и Краскл (§ 5.1) полагали, что статистика не включается в математику, а Кендалл (§ 6) заявил, что математика является методом. Да, возможно, но только для философа, или, точнее, только с точки зрения теории познания: математика – метод детерминированного дедуктивного мышления, см. также ниже.

По Бурбаки, математика является системой или иерархией структур. Почти соглашаясь с этим утверждением, но замечая, что оно не вполне определённо, Юшкевич и Розенфельд (1972, с. 476) дипломатически заключают:

*Можно ли, и нужно ли дать жёсткое, раз навсегда застывшее определение науки, которая постоянно находится в состоянии живого развития и диалектического взаимодействия со всем комплексом других отраслей познания?*

Другой автор (Bochner 1987, с. 522) разумно заметил, что математика – это *царство познания, целиком погружённое в самую себя*. Вслед за Энгельсом, на которого он ссылается, Колмогоров (1974, с. 467) заявил, что

*Чистая математика имеет своим объектом пространственные формы и количественные отношения действительного мира,*

но что в течение своей длительной истории, она становилась всё более и более абстрактной. Можно, конечно, высказать обратное утверждение, см. § 8.1. Заметим также, что мнение Кендалла (§ 6) видимо не допускает связи математики ни с реальностью, ни с абстрактными структурами.

Конечно же, вспоминается знаменитая фраза Пирсона (1892, с. 15): *Единство всей науки состоит лишь в её методе, а не в её содержании*. Он всё-таки, видимо, по крайней мере частично ошибался; звёздную статистику вряд ли можно объединить с медицинской статистикой (Колмогоров, см. § 5.1). Но вот другой интересный вопрос: Объединена ли математика по своему методу, или по своему содержанию? Мы можем сослаться на И. Гельфанда (Ширяев 1991, с. 191), который в 1953 г. заявил, что

*Тому факту, что математика, как всё ещё чувствуется, является единой наукой, мы в большой степени обязаны Колмогорову.*

Представляется, что *единая наука* понимается здесь в смысле её содержания.

## **8. Статистика является научной дисциплиной**

**8.1. Её содержание.** Содержанием математической статистики является *формальная математическая сторона статистических методов исследования* (§ 5.1). Намного раньше Колмогоров (1954) заявил, что

*Математическая статистика – математическая наука. Упразднить её нельзя, и даже делать её прикладной теорией вероятностей нельзя. Она не вся основана на теории вероятностей. [...] Так как вообще изучением количественных отношений действительного мира в их чистом виде занимается математика, то и всё общее в статистической методологии естественных и общественных наук, всё то, что здесь безразлично по отношению к специфической природе естественных и общественных явлений, относится к отделу математики – математической статистике.*

Утверждение Махаланобиса (§ 5.3) о том, что математическая статистика не может существовать как отдельное целое, по меньшей мере существенно ослаблено. То же можно сказать о мнении нескольких авторов, упомянутых в начале § 7.

**8.2. Соотношение статистики и философии.** Краскл (1978, с. 1082) так описал его: Статистика родственна философии науки, но она обычно менее обширна и более прагматична. *Строго говоря, она является частью философии науки, однако эти две области обычно изучаются по отдельности.*

Для философа, статистика является методом стохастического индуктивного мышления. Точнее, определение статистических вероятностей (и других величин, например, средних) составляет индуктивную часть статистики, однако последующий

статистический анализ принадлежит теории вероятностей (или математической статистике) и является дедуктивным.

**8.3. Выбор прилагательного.** Хотя Лаплас, видимо, не применял выражения *математическая* (или *теоретическая*) *статистика*, он изучал и совершенствовал первую. Её рождение в двадцатые – тридцатые годы XX века во многом обязано Биометрической школе и особенно Фишеру, и в некоторой степени также и Континентальному направлению статистики, равно как и внедрению статистического метода во всё новые отрасли науки и в промышленное производство.

Трудно сказать, когда возник сам термин, *математическая статистика*, но во всяком случае Zeuner (1869) включил его в заглавие своей книги, посвящённой изучению смертности и страхованию. В своем Введении он упоминал этот термин в кавычках. Термин *теоретическая статистика* намного старше и возможно произошёл от *Теории статистики*. Таково было заглавие книги Schlözer (1804).

Не так давно некоторые статистики отрицали первый термин. Кендалл (1978, с. 1093) заявил, что *Теория статистики* намного *предпочтительнее*, а Anscombe (1967, с. 3 прим.) назвал математическую статистику *странным явлением*<sup>8</sup>. Колмогоров (1954), однако, отрицал существование

*Универсальной общей статистики, по существу сводящейся к математической статистике и к некоторым техническим приёмам собирания и обработки данных,*

так что математическую статистику нельзя считать частью этой *универсальной теории статистики*. И тем не менее быстрое развитие предварительного исследования данных заставило отказаться от этого утверждения.

Мы полагаем, что нужны оба прилагательных, притом теоретическая статистика шире по своему охвату. Математической статистикой могут быть названы успехи теории статистики и их описание в терминах современной математики. Работы Госсета (Стьюдента) и, частично, Фишера принадлежали и принадлежат математической статистике, и Уилкс подходяще назвал свою утонченную книгу 1962 г. *Математическая статистика*<sup>9</sup>. Одна из секций Международного статистического института называется *Общество Бернулли математической статистики и вероятности*, а классификация математического содержания реферативных журналов *Mathematical Reviews* и *Zentralblatt MATH* тактично называет раздел 62 *Статистикой* без всяких прилагательных.

**8.4. Дополнение. Статистическое совещание 1954 г. в Москве.** Оно (Аноним 1954) обсуждало суть статистики и её отношение к математике и экономике. Некоторые прозвучавшие утверждения были вполне разумны. Так (с. 44), статистика не должна быть подчинена иным ветвям знания. Однако, преобладающие высказывания были странными и пугающими. Вот примеры. *Только революционная марксистская теория*

явилась прочной базой для развития статистики как общественной науки (с. 41). Статистика не изучает массовых случайных явлений (с. 61), которые (с. 74) и не обладают никакими специальными чертами. Закон больших чисел основан на принципе причинности и не является математическим предложением (с. 64). Вероятность не является необходимым основанием для развития статистики; теория устойчивости [статистических рядов] – это буржуазная теория; и даже честные представители буржуазной статистики вынуждены нарушать свой профессиональный долг (с. 46).

Наконец, вице-президент Академии наук Островитянов (с. 82) напомнил своим слушателям, что Ленин целиком и полностью подчинил [статистику; не подчинил, а приспособил] задаче классового анализа деревни. [...] Нельзя полагать, что при изучении группировок звёзд и экономических группировок применяются одни и те же приёмы исследования.

На совещании выступил и Колмогоров (1954), но вряд ли кто-либо сослался на него. Не повторяя цитирования в §§ 8.1 и 8.3, заметим, что он заявил, что необходимо

*Дать резкий отпор проявлениям того злоупотребления математикой при изучении общественных явлений, которое столь характерно для буржуазной науки.*

Так, продолжал он, стационарность и устойчивость временных рядов принимается без обоснования. И, без разъяснений, указал, что некоторые [видимо, советские] статистики ориентируются на самопроизвольные процессы и явления. Новую дисциплину, эконометрику, рождённую в 1930-е годы без всякого советского участия, он не упомянул.

## **9. Теория ошибок**

**9.1. Термин и суть.** Ламберт (1765, § 321) ввёл термин *Теория ошибок* и уделил много внимания *Теории последствий* (§§ 340 – 426), т. е. последствий погрешностей данной величины, и, применив дифференциальное исчисление, определил выгоднейшие формы геодезических фигур. Эта теория составляет детерминированную теорию ошибок, которая сейчас во многом относится к планированию эксперимента (§ 2).

Теория ошибок применяет понятие *истинного значения* измеряемой константы. Некоторые учёные, включая Ламберта, косвенно определили его, а Фурье формально ввёл его как предел среднего арифметического соответствующих измерений (Шейнин 2007). Ничего лучшего не предложили, хотя в истинное значение включается неизбежная остаточная систематическая ошибка.

**9.2. Теория ошибок и статистика.** Статистики часто обсуждают оценку параметров функций распределения, но при случае и без всяких объяснений применяют и истинное значение. В соответствии с современными пояснениями (Большев 1963, с. 417 и позднее), теория ошибок не занимается систематическими ошибками<sup>10</sup>. Однако, практика приходится, и притом всерьёз,

заботиться об их исключении. Мы поэтому полагаем, что теория ошибок – это отдельная научная дисциплина, и именно приложение статистического метода к обработке измерений. Детерминированная теория ошибок относится к тому же методу в его прикладном варианте.

### Примечания

1. См. Курно (1843/1970, § 106) и Cauchy (1845/1896, с. 242):

1) *Главная цель статистика, как и всякого другого наблюдателя, состоит в том, чтобы проникнуть как можно глубже в знание самого существа вещей.*

2) Статистика в некотором роде незаменима для оценки пользы доктрин и институтов.

2. Тот же источник содержит обсуждение приложения статистического метода в медицине, и здесь (с. 280 – 281) тот же Double разумно заметил: *Метод, в высшей степени подходящий для продвижения [прикладной терапии] – это логический, но никак не количественный анализ.*

3. Действительно, вывод Граунта (§ 3) касался населения Англии (и её земли). Вот мнение Willcox (Граунт 1662/1939, с. xiii):

*Граунт памятен главным образом потому, что он выявил [...] равномерность и предсказуемость многих биологических явлений в массе.*

Галлей (1694/1942, с. 5) прямо приписал нерегулярности в ряду возрастов шансу и заявил, что они *выправятся* при большем числе наблюдений. Впрочем, неправильности вполне могли быть вызваны систематическими влияниями.

4. См. утверждение Лапласа (1814/1999, столбец 842 левый), который, правда, не упомянул статистики:

*В ряду событий, неопределённо продолженном, действие регулярных причин должно со временем перевешивать действие причин нерегулярных.*

В 1950 г. Махаланобис (Raо 1993, с. 339) заявил, что *Цель статистики состоит в достижении решения по имеющимся основаниям на вероятностной основе.*

5. Д. П. Журавский сформулировал аналогичное утверждение, написав *статистика* вместо статистических данных. Он (Чупров 1906/1960, с. 126) полагал, что статистика является *исчислением категорий*, т. е. распределяет объекты по категориям и подсчитывает количество этих объектов в каждой из них.

6. Максвелл, возможно, имел в виду среднее количество тел. Подобная распространённая путаница уже тогда устарела.

7. Мы вернёмся к этому мнению в § 8.1. Только Краскл (1978, с. 1072) разъяснил своё утверждение: теоретическая статистика не принадлежит математике, потому что

*Некоторые [её] важные разделы могут обсуждаться и быть продвинуты без сложной математики, и немало примечательной работы в статистике было сделано людьми со скромной математической подготовкой.*

Несмотря на мнение Колмогорова (§ 8.3), это, видимо, означает, что теоретическая статистика шире математической (даже не учитывая ни планирования эксперимента, ни предварительного анализа данных), но мы полагаем, что она всё же принадлежит математике.

8. Несмотря на заглавие и суть своей книги, Уилкс (1962/1967, с. 10) выразил признательность Анскомбу, обсуждения с которым были *особенно полезны*.

9. Авторы статей обо всех этих трёх учёных (Kruskal & Tanur 1978) подходяще обсуждают их работу в терминах математической статистики.

10. См. также [vi, Прим. 1].

**Прежние публикации автора по той же теме: Шейнин**  
(1999/2006; 1990a/2010).

### Библиография

- Аноним** (1954), Обзор научного совещания по вопросам статистики. *Вестник статистики*, № 5, с. 39 – 95.
- Аноним** (1984), Планирование эксперимента. *Математич. энц.*, т. 3, с. 847 – 848.
- Большев Л. Н.** (1963 и позднее), Ошибок теория. *Физич. энц. словарь*, т. 3, с. 577. Повторено в нескольких источниках вплоть до *Математич. энц. словарь* (1988, с. 446).
- Колмогоров А. Н.** (1948), Основные задачи теоретической статистики. Резюме. В книге *Второе всесоюзное совещание по математической статистике*. Ташкент, с. 216 – 220.
- (1954), Выступление на совещании по статистике. В статье Аноним (1954, с. 46 – 47).
- (1974), Математика. БСЭ, 3-е изд., т. 15, с. 467 – 478.
- Колмогоров А. Н., Прохоров Ю. В.** (1974), Математическая статистика. Там же, с. 480 – 484.
- Курно О.** (1843, франц.), *Основы теории шансов и вероятностей*. М., 1970. Второе франц. издание: Париж, 1984. Редактор В. Вгу.
- Миклашевский И. Н.** (1901), Статистика. В *Энц. словаре* Брокгауз и Ефрон, полутом 62, с. 476 – 505.
- Никитина Е. П. и др.** (1972), *Коллекция определений термина «статистика»*. М.
- Ондар Х. О., редактор** (1977), *О теории вероятностей и математической статистике. Переписка А. А. Маркова и А. А. Чупрова*. М.
- Уилкс С.** (1962, англ.), *Математическая статистика*. М., 1967.
- Финни Д.** (1960, англ.), *Введение в теорию планирования экспериментов*. М., 1970. Введение подписано 1967 г.
- Чернов Г., Мозес Л.** (1959, англ.), *Элементарная теория статистических решений*. М., 1962.
- Чупров А. А.** (1896), *Математические основания теории статистики*. М., Библ. им. А. М. Горького, МГУ. Отдел редких книг и рукописей, фонд А. И. и А. А. Чупровых, 9/1.
- (1906, нем.), Статистика как наука. В книге автора (1960, с. 90 – 141).
- (1909), *Очерки по теории статистики*. Послед. издания: 1910 и М., 1959.
- (1914), Закон больших чисел в современной науке. В книге Ондар (1977, с. 178 – 197).
- (1960), *Вопросы статистики*. М. Сборник перепечаток и переводов.
- Шейнин О. Б., Sheynin, O. V.** (1971), Lambert's work in probability. *Arch. Hist. Ex. Sci.* (AHES), vol. 7, pp. 244 – 256.
- (1978), Poisson's work in probability. AHES, vol. 18, pp. 245 – 300.
- (1982), On the history of medical statistics. AHES, vol. 26, pp. 241 – 286.
- (1984a), On the history of the statistical method in astronomy. AHES, vol. 29, pp. 151 – 199.
- (1984b), On the history of the statistical method in meteorology. AHES, vol. 31, pp. 53 – 95.
- (1986), Quetelet as a statistician. AHES, vol. 36, pp. 281 – 325.
- (1990a), А. А. Чупров. *Жизнь, творчество, переписка*. М., 2010.
- (1990b), К истории статистического метода в естествознании. *Историко-математич. исследования*, вып. 32 – 33, с. 384 – 408.
- (1997), Achenwall. In second edition of Kotz & Johnson (2006, vol. 1, pp. 26 – 27).
- (1999), Statistics, definitions of. In second edition of Kotz & Johnson (2006, vol. 12, pp. 8128 – 8135).
- (2007), The true value of a measured constant and the theory of errors. *Hist. Scientiarum*, vol. 17, pp. 38 – 48.

- (2008), Bortkiewicz' alleged discovery: the law of small numbers. *Hist. Scientiarum*, vol. 18, pp. 36 – 48.
- (2011), Statistics, history of. *Intern. Enc. Stat. Sci.* Göttingen, pp. 1493 – 1504. Coauthor, M. Lovric.
- Ширяев А. Н., Shiryaev A. N.** (1991), Everything about Kolmogorov was unusual. *Centrum voor Wiskunde en Informatica Quart.*, vol. 4, pp. 189 – 193.
- Юшкевич А. П., Розенфельд Б. А.** (1972), Заключение. В книге Юшкевич А. П., редактор, *История математики*, т. 3. М., с. 472 – 476.
- Achenwall, G.** (1752), *Staatsverfassung der europäischen Reiche im Grundrisse*. Göttingen. Это – второе издание книги *Abriß der neuesten Staatswissenschaft*, etc. Göttingen, 1749. Много последующих изданий вплоть до 1798 г., но в 1768 г. название снова изменилось.
- Andrews, D. F.** (1978), Data analysis, exploratory. In Kruskal & Tanur, vol. 1, pp. 97 – 107.
- Anonymous** (1839), Introduction. *J. Stat. Soc. London*, vol. 1, pp. 1 – 5.
- Anscombe F. J.** (1967), Topics in the investigation of linear relations. *J. Roy. Stat. Soc.*, vol. B29, pp. 1 – 52.
- Armitage, P.** (1983), Trials and errors: the emergence of clinical statistics. *J. Roy. Stat. Soc.*, vol. A146, pp. 321 – 334.
- Bartholomew, D. J.** (1995), What is statistics? *J. Roy. Stat. Soc.*, vol. A158, pp. 1 – 20.
- Bochner, S.** (1987), Mathematics. In *McGraw-Hill Enc. of Sci. and Techn.*, vol. 10. New York, pp. 522 – 527.
- Bortkiewicz, L. von** (1904), Anwendung der Wahrscheinlichkeitsrechnung auf Statistik. *Enc. math. Wiss.*, Bd. 1/2, pp. 822 – 851.
- Butte W.** (1808), *Die Statistik als Wissenschaft*. Landshut.
- Cauchy, A. L.** (1845), Sur les secours que les sciences du calcul peuvent fournir aux sciences physiques ou même aux sciences morales. *Oeuvr. Compl.*, sér. 1, t. 9. Paris, 1896, pp. 240 – 252.
- Chaddock, R. E.** (1925), *Principles and Methods of Statistics*. Boston.
- Chapman, S.** (1941), *Halley As a Physical Geographer*. London.
- Cochran W. G.** (1978), Laplace's ratio estimator. In David H. A., Editor, *Contributions to Survey Sampling and Applied Statistics. Papers in Honor of H. O. Hartley*. New York, pp. 3 – 10.
- DeCandolle, Alph. L. P.** (1911), *Zur Geschichte der Wissenschaften und der Gelehrter seit zwei Jahrhunderten*. Leipzig, 1921. Первоначально опублик. в 1873 и 1885 на франц. языке.
- (1833), Revue des progrès de la statistique. *Bibl. universelle*, cl. litterature, année 18, t. 52 (1), pp. 333 – 354.
- Delambre, J. B. J.** (1819), Analyse des travaux de l'Académie ... pendant l'année 1817, partie math. *Mém. Acad. Roy. Sci. Inst. de France*, t. 2 pour 1817, pp. I – LXXII of the *Histoire*.
- Double F. J., Dulong P. L., Larrey F. H., Poisson S. D.** (1835), Отзыв о работе по медицинской статистике. *C. r. Acad. Sci. Paris*, t. 1, pp. 167 – 177.
- Edgeworth, F. Y.** (1885), Methods of statistics. *Jubilee vol. Stat. Soc. London*, pp. 181 – 217. *Writings in Probability, Statistics and Economics*, vols 1 – 3. Cheltenham (UK) – Brookfield (USA), 1996, vol. 2, pp. 24 – 60.
- Fourier, J. B. J.**, Editor (1821 – 1829), *Recherches statistiques sur la ville de Paris et de Département de la Seine*, tt. 1 – 4. Paris.
- (1826), Sur les résultats moyens déduits d'un grand nombre d'observations. *Œuvres*, t. 2. Paris, 1890, pp. 525 – 545.
- Fox, J. J.** (1860), On the province of the statistician. *J. Stat. Soc. London*, vol. 23, pp. 330 – 336.
- Gatterer, J. C.** (1775), *Ideal einer allgemeinen Weltstatistik*. Göttingen.
- Gavarret, J.** (1840), *Principes généraux de statistique médicale*. Paris.
- Graunt, J.** (1662), *Natural and Political Observations Made upon the Bills of Mortality*. Baltimore, 1939. Editor, W. F. Willcox.
- Halley, E.** (1694), An estimate of the degree of mortality of mankind. Baltimore, 1942.
- Heyde, C. C., Seneta, E.** (1977), *Bienaymé*. New York.
- , Editors (2001), *Statisticians of the Centuries*. New York.

- Humboldt, A.** (1817), Des lignes isothermes. *Mém. Phys. Chim. Soc. d'Arcueil*, t. 3, pp. 462 – 602.  
 --- (1845 – 1862), *Kosmos*, Bde. 1 – 5 (1845, 1847, 1850, 1858, 1862). Stuttgart. Англ. перевод т. 4: Нью-Йорк, 1858.
- Kapteyn, J. C.** (1906), *Plan of Selected Areas*. Groningen.
- Kendall, M. G. (Sir Maurice)** (1950), The statistical approach. *Economica*, new ser., vol. 17, pp. 127 – 145.  
 --- (1960), Where shall the history of statistics begin? *Biometrika*, vol. 47, pp. 447 – 449. In Pearson & Kendall, (1970), pp. 45 – 46).  
 --- (1978), History of statistical method. In Kruskal & Tanur (1978), pp. 1093 – 1101).
- Kendall, M. G., Plackett, R. L.**, Editors (1977), *Studies in the History of Statistics and Probability*, vol. 2. London. Collected reprints of papers.
- Knies, C. G. A.** (1850), *Die Statistik als selbstständige Wissenschaft*. Kassel.
- Kotz, S., Johnson, N. L.**, Editors (1982 – 1989), *Enc. of Statistical Sciences*, второе издание, тт. 1 – 16 со сквозной пагинацией. Hoboken, New Jersey, 2006.
- Kruskal, W. H.** (1978), Statistics: the field. In Kruskal & Tanur (1978), pp. 1071 – 1093).
- Kruskal, W., Tanur, J. M.**, Editors (1978), *International Encyclopedia of Statistics*, vols 1 – 2. New York.
- Lambert, J. H.** (1765), Anmerkungen und Zusätze zur practischen Geometrie. In Lambert, *Beiträge zum Gebrauche der Mathematik und deren Anwendung*, Тl. 1. Berlin, 1765, pp. 1 – 313.
- Laplace, P. S., Лаплас П. С.** (1812), *Théorie analytique des probabilités. Oeuvr. Compl.*, t. 7, No. 1 – 2. Paris, 1886. Состоит из двух частей, Введения (1814) и Дополнений. Теория вероятностей рассматривается в ч. 2.  
 --- (1814, франц.), *Опыт философии теории вероятностей*. В книге Прохоров Ю. В., ред. (1999), *Вероятность и математич. статистика*. Энци. М., с. 834 – 863.
- Lexis W.** (1879), Über die Theorie der Stabilität statistischer Reihen. *Jahrbücher f. Nationalökonomie u. Statistik*, Bd. 32, pp. 60 – 98. Reprinted in Lexis (1903, pp. 170 – 212).  
 --- (1903), *Abhandlungen zur Theorie der Bevölkerungs- und Moralstatistik*. Jena.
- Libri – Carrucci, G. B. I. T., Lacroix, S. F., Poisson, S. D.** (1834), Report on a manuscript. *Procès verbaux des séances, Acad. Sci. Paris*, t. 10, pp. 533 – 535.
- Liebermeister, C.** (ca. 1877), Über Wahrscheinlichkeitsrechnung in Anwendung auf therapeutische Statistik. *Sammlung klinischer Vorträge* No. 110 (Innere Medizin No. 39). Leipzig, pp. 935 – 961.
- Lindley, D. V.** (1984), Prospects for the future. The next 50 years. *J. Roy. Stat. Soc.*, vol. A147, pp. 359 – 367.
- Lueder, A. F.** (1812), *Kritik der Statistik und Politik*. Göttingen.
- Mahalanobis, P. C.** (1936), Note on the statistical and biometric writings of K. Pearson. *Sankhya*, vol. 2, pp. 411 – 422.
- Maxwell, J. C.** (1871), Introductory lecture on experimental physics. In Maxwell (1890, vol. 2, pp. 241 – 255).  
 --- (1877), Review of H. W. Watson (1876), *Treatise on the Kinetic Theory of Gases*. Oxford. *Nature*, vol. 16, pp. 242 – 246.  
 --- (1890), *Scientific Papers*, vols 1 – 2. Cambridge. Reprints: Paris, 1927, New York, 1965.
- Merz, J. T.** (1903), *History of European Thought*, vol. 2. Edinburgh – London, 1912.
- Pearson, E. S., Kendall, M. G.**, Editors (1970), *Studies in the History of Statistics and Probability* [vol. 1]. London. Collected reprints of papers.
- Pearson K., Пирсон К.** (1892, англ.), *Грамматика науки*. СПб, 1911.  
 --- (1978), *History of Statistics in the 17<sup>th</sup> and 18<sup>th</sup> Centuries against the Changing Background of Intellectual, Scientific and Religious Thought*. Lectures 1921 – 1933. Editor E. S. Pearson. London.
- Poisson, S.-D.** (1837), *Recherches sur la probabilité des jugements en matière criminelle et en matière civile*. Paris. [Paris, 2003.]
- Quetelet, A.** (1826), A. M. Villermé. *Corr. math. et phys.*, t. 2, pp. 170 – 178.  
 --- (1832a), Recherches sur la loi de la croissance de l'homme. *Mém. Acad. Roy. Sci., Lettres et Beau-Arts Belg.*, t. 7. Separate paging.

- (1832b), *Recherches sur le penchant au crime*. Ibidem. Separate paging.
- (1836), *Sur l'homme et le développement de ses facultés, ou essai de physique sociale*, tt. 1 – 2. Bruxelles.
- (1846), *Lettres ... sur la théorie des probabilités*. Bruxelles.
- (1848), *Du système social*. Paris.
- (1869), *Physique sociale*, tt. 1 – 2. Bruxelles. Второе издание книги Quetelet (1836) с изменённым заглавием.
- (1870), Des lois concernant le développement de l'homme. *Bull. Acad. Roy. Sci., Lettres, Beaux-Arts Belg.*, 39<sup>e</sup> année, t. 29, pp. 669 – 680.
- Rao C. R.** (1993), Statistics must have a purpose: the Mahalanobis dictum. *Sankhya*, vol. A55, pp. 331 – 349.
- Rümelin G. von** (1863 – 1864), *Zur Theorie der Statistik. Reden und Aufsätze*. Freiburg i/B – Tübingen, 1875, pp. 208 – 284.
- Schlözer, A. L.** (1804), *Theorie der Statistik*. Göttingen.
- Simpson, T.** (1740), *Nature and Laws of Chance*. London.
- Snow, J.** (1855), On the mode of communication of cholera. In *Snow on Cholera*. New York, 1965, pp. 1 – 139.
- Stigler, S. M.** (1986), *History of Statistics*. Cambridge (Mass.).
- Süssmilch, J. P.** (1741), *Die Göttliche Ordnung in den Veränderungen des menschlichen Geschlechts, aus der Geburt, dem Tode und der Fortpflanzung desselben*. Berlin, 1765. Several subsequent editions.
- Tukey J. W.** (1962), The future of data analysis. *Coll. Works*, vol. 3. Monterey, Calif., 1986, pp. 391 – 484.
- (1977), *Exploratory Data Analysis*. Reading (Mass.).
- Willcox W. F.** (1935), Definitions of statistics. *Rev. Inst. Intern. Stat.*, t. 3, pp. 388 – 399.
- You Poh Seng** (1951), Historical survey of the development of sampling theories and practice. *J. Roy. Stat. Soc.*, vol. A114, pp. 214 – 231; Kendall & Plackett (1977, pp. 440 – 458).
- Zeuner G. A.** (1869), *Abhandlungen aus der mathematischen Statistik*. Leipzig.

## VI

О. Б. Шейнин

### Статистика и теория ошибок. Споры

не опубликовано

#### Сводка

Споры о теории ошибок между статистиком Романовским и специалистом по теории ошибок старой школы Чеботарёвым происходили в 1951 – 1953 гг. Защищая классическую точку зрения, последний разумно заявил, что стохастическая теория ошибок родственна статистике, но всё же представляет собой независимую *технологическую* дисциплину. И, придерживаясь официальной линии, в соответствии с которой статистика фактически подчинялась марксистской идеологии, а Лексис, Пирсон и многие другие выдающиеся статистики считались врагами социализма, Чеботарёв также обвинил своего противника в следовании буржуазной статистической школе.

#### 1. Теория ошибок

Мы (1999) рассматривали теорию ошибок и её взаимоотношения с планированием эксперимента, см. также Шейнин (2002b). Мы полагаем, что теория ошибок есть приложение статистического метода к обработке наблюдений (измерений)<sup>1</sup>. Сейчас мы добавляем понятие об истинном значении измеряемой константы (Шейнин 2007). Фурье определил его как предел среднего арифметического, и многие авторы, включая метрологов (Eisenhart 1963), ввели то же определение вне зависимости и от забытого исходного определения, и друг от друга. Как неизбежное следствие этого определения, остаточная систематическая ошибка включается в истинное значение (Eisenhart 1963). Несмотря на мнение некоторых статистиков, то же понятие применяется время от времени в самой статистике.

Статистика переняла из теории ошибок принципы наибольшего правдоподобия и наименьших квадратов и доказала (Петров 1954), что оценки наименьших квадратов обладают некоторыми статистическими свойствами. В то же время, статистики, быть может и сейчас, недостаточно знакомы со вторым и окончательным введением метода наименьших квадратов (МНКв). Фишер (1925/1990, с. 260) полагал, что

*В тех случаях, к которым он применим, этот метод является специальным вариантом метода наибольшего правдоподобия, из которого он может быть выведен.*

Он таким образом фактически сослался на ранние соображения Гаусса. Eisenhart (1964, с. 24) заметил, что

*Существование второго обоснования [МНКв] видимо практически не известно почти никому из его американских пользователей, за исключением студентов повышенных курсов математической статистики.*

В России положение оказалось иным: решительная поддержка зрелых соображений Гаусса Марковым (1899) стала известной, особенно геодезистам. Впрочем (Шейнин 2006/2009), мы подчеркнули, что Марков подорвал свою точку зрения заявив, что МНКв не обладает никакими оптимальными свойствами, – так нужно ли его защищать?

## **2. Идеологическая сторона**

В Советском Союзе всё, относящееся к статистике, было связано с идеологией, см. Anderson (1959), Kotz (1965) и Шейнин (1998/2001). Основными защитниками *буржуазной* статистики были объявлены Лексис и Пирсон, но даже Кетле и Зюссмильх (!) считались идеологическими врагами. Кетле, Лексис, Борткевич и Чупров (см. также ниже) будто бы (Старовский 1933, с. 280)

*При помощи статистических построений доказывают незыблемость и вечность капиталистического строя и устойчивость его законов.*

На самом деле Кетле лишь утверждал, что многие явления общественной жизни устойчивы и не совсем чётко добавлял: при неизменных условиях. Лексис, а затем статистики (и Марков) пытались количественно различать идеологически нейтральные статистические устойчивые и неустойчивые ряды.

Пирсон оказался основной мишенью атак послушных советских статистиков, потому что Ленин (1909/1961, с. 190 и 274) назвал его *добросовестным и честным врагом материализма* и одним из *самых последовательных и честных махистов*<sup>2</sup>.

Старовский лишь высказал преобладавшее мнение<sup>3</sup>, т. е. откровенную чепуху, которая проявилась и позднее, в 1954 г., на статистическом совещании высокого уровня (Шейнин 1998/2001, § 4). И уже в 1958 г. покойный Чупров был косвенно назван идеологическим врагом, поскольку будто бы придерживался идеалистической философии (Шейнин 1990/2010, с. 203). Обоснование? Чупров полагал, что статистика обеспечивает *не действительные величины, а лишь эмпирические проявления [...] непостижимых априорных величин*. Немыслимое невежество!

Официальная роль статистики сводилась к защите качественной марксистской экономики и философии против современных успехов. В 1948 г. генетика была *упразднена*, поскольку не обеспечила непосредственных практических результатов и утверждала, что условия жизни не влияли на наследственность, что вряд ли соответствовало официальной философии. Второй причиной было желание прервать международные научные связи.

В 1948 г. на конференции по генетике (Шейнин 1998/2001, с. 191), прерываемый грубыми выкриками, В. С. Немчинов заявил, что

*Хромосомная теория наследственности вошла в золотой фонд науки. [...] Я имею возможность эту теорию проверить с точки зрения [...] статистики. Она соответствует также моим представлениям.*

Он поплатился за своё утверждение и ему даже пришлось публично покаяться. Более того, на конференции по математической статистике в том же году (там же, с. 192) его решительно осудили за его попытку (точнее, готовность) статистически обосновать *реакционные вейсманистские идеи* и за его выступление

*С позиции махистской англо-американской школы, присваивающей статистике несвойственную ей роль арбитра, стоящего над другими науками.*

Над науками могла стоять только официальная идеология! Ещё намного позднее Т. В. Рябушкин (1976, с. 437) заявил, что *количественные закономерности жизни общества* статистика должна изучать *в неразрывной связи с её качественным содержанием*, т. е. с марксизмом. Заметим, что Рябушкин (с. 438) назвал нескольких лиц, включая Немчинова, *внесших большой вклад в развитие и практику сов. статистики*. Позднее Рябушкин (1980) сослался на другое определение статистики, в котором указанного условия уже не было, зато отмечалась связь статистики и математики. Решительное осуждение подчинённости статистики марксизму началось ещё позже (Орлов 1990).

Некоторая критика 1948 г. западных статистиков была справедливой. Так, Andreski (1972, с. 16) подробно описал положение в социальных науках вообще, в которых *каждый может безответственно делать всё, что угодно* (статистику он почти не упомянул) и объяснил его (с. 194) *повальным бюрократическим заблуждением*, приведшим к *безопасной посредственности*.

Цитируя предшественника, Truesdell (1979/1981, с. 117) назвал современное обществоведение *плебсонаукой* и заметил, что следующей его стадией будет *пролетарская наука, убаюкивающая пролетариат, подтверждающая всё то, во что будет приказано верить*.

### 3. Споры

**3.1. Разумные доводы.** В. И. Романовский (1879 – 1954), выдающийся математик и статистик, глава ташкентской статистической школы, опубликовал брошюру (1947а) о теории ошибок, хоть и не знал эту тему достаточно хорошо. Неудивительно, что его сильно раскритиковал А. С. Чеботарёв (1881 – 1969), геодезист и крупнейшая фигура старой советской

школы теории ошибок. Гордостью его жизни было громадное руководство по теории ошибок и МНКв, написанное на до-гельмертовском уровне с элементарными сведениями по математической статистике. В нём автор (1958, с. 374 и 380) без необходимости цитировал Ленина, не забыл и Маркса, см. наш § 3.2. На с. 579 он заявил, что система Птолемея *держала в духовном плену человечество в течение 14-и веков*, и самодовольно заметил (с. 3), что, будучи ограничен объёмом учебника (всего-то 606 с.!), не смог рассматривать ни теорию относительности, ни квантовую теорию<sup>4</sup>.

В своей первой статье, относящейся к нашей теме, Чеботарёв (1951) перечислил нерешённые проблемы теории ошибок и критиковал статистиков, которые неверно обсуждали её. На с. 9 он указал, что Романовский (1947а) ограничился случаем нормального распределения ошибок наблюдения и упустил систематические ошибки. Далее, Чуботарёв (с. 11 и 16) заявил, что и Романовский (1947а; 1947б), и Идельсон (1947)<sup>5</sup> пытались пересмотреть теорию ошибок, основа которой тем не менее не была поколеблена. Статистических методов оценки точности он не упомянул, хотя Колмогоров (1946, с. 57) заметил, что

*Общепотребительная литература по методу наименьших квадратов страдает одним существенным недостатком: в ней не даётся указаний о пользовании законами распределения Стьюдента и хи-квадрат для оценки надёжности получаемых результатов. [...] Употребление же вместо этих законов распределения закона Гаусса при небольшом числе наблюдений приводит к очень большой и практически весьма ощутимой переоценке этой надёжности.*

Сам Романовский (1953, с. 19)<sup>6</sup>, однако, заявил, что основы теории ошибок изменились: *исчезли априорные законы распределения измеряемых величин* и стали известны *новые подходы* к оценке точности при помощи распределений *t* и хи-квадрат. Его первое утверждение было ошибочно: единственным априорным распределением, когда-либо применённым в теории ошибок, было равномерное. Гаусс ввёл его в 1809 г. при бейесовском подходе к выводу нормального распределения, но впоследствии отказался и от него, и от нормального в качестве универсального закона<sup>7</sup>.

Позднее Чеботарёв (1958, с. 373; 1959, с. 14 – 15; 1961, с. 25) заявил, что теория ошибок родственна статистике, но отличается от неё. Он, однако, сослался на отличие между установлением истинного значения измеряемой константы и, к примеру, средней цены хлеба. Некоторые авторы (Кетле 1846, с. 63 и 65) указывали на это обстоятельство, однако Давидов (1857, с. 16) заявил, что достаточно лишь иметь в виду свойства уклонений от среднего; во втором случае, действительно, они вряд ли подчиняются какому-либо простому закону распределения. Мнение Давидова не стало общеизвестным; снова, см. Шейнин (2007).

Чеботарёв (1958, с. 371) также утверждал, что теория ошибок – *технологическая* дисциплина, но не назвал её, как мы (§ 1), приложением статистического метода. В то же время он (1959, с. 21; 1960, с. 69, 1961, с. 28) призывал геодезистов применять корреляционный и дисперсионный анализ.

**3.2. Идеологическая атака.** Чеботарёв в основном посвятил свою статью (1951) идеологическим проблемам. Он вообще отрицал *буржуазную* статистику и обратил особое внимание на *грехи* Романовского, а также каким-то образом устанавливал связь чисто математических рассуждений с идеологией.

Выделив благоприятное мнение Романовского о Пирсоне, Чеботарёв (с. 7) процитировал Ленина, см. наш § 2, и заключил, что *непримиримый враг научного социализма (?)* не мог *добросовестно разрабатывать теоретические и технические вопросы* конкретной науки. В придачу он обвинил Идельсона (1947) в обсуждении работ Лапласа, Гаусса, Лежандра, Коши, Бьенеме, Пирсона, Стюдента, Фишера, Джеффриса и *многих других* иностранных, но не русских (или советских) авторов<sup>8</sup>. В то время первое обвинение вовсе не было вздорным, хотя включение в список Лапласа и Гаусса было глупостью, второе же обвинение было полностью надумано.

Романовский (1953) пытался убедить, что статистические исследования Пирсона не были связаны с его философскими взглядами и что в своей книге (1938а) он, в частности, подкреплял эмпирические построения Пирсона теорией вероятностей, развитой Чебышёвым, Марковым и Ляпуновым<sup>9</sup>. Далее, Романовский указывал, что в 1937 г., при составлении своей книги, было вполне справедливо называть Пирсона главой современной математической статистики, но что с тех пор положение изменилось<sup>10</sup>.

Ну, нет! Чеботарёв (1953, с. 24) заявил, что философские взгляды Пирсона оказывали влияние на его труды (с чем можно согласиться). Не найдя никаких других возможностей уязвить Романовского, он сослался на Сарымсакова (1948, с. 222), который безусловно вынужденно критиковал Романовского:

*При выборе тематики и задач для разрешения В. И. Романовский всецело следовал в своих исследованиях за англо-американским направлением в области математической статистики.*

Чеботарёв мог бы сослаться и на Резолюцию (Аноним 1948) того совещания, на котором выступил Сарымсаков. Она была набита обычными советскими обвинениями того времени. На с. 314 мы читаем в ней, что Романовский признал идеологические ошибки, допущенные им в некоторых прежних работах. Но Чеботарёв скромно умолчал о многом другом. Так, Сарымсаков добавил, что значительная часть работ Романовского была посвящена конкретным приложениям и *широко использовала методы, разработанные школой Чебышёва*. Да и Колмогоров (1948, с. 220) в докладе на том же совещании упомянул *огромную*

работу по математической статистике В. И. Романовского и его школы. Он (1947, с. 63) и раньше положительно отзывался о Романовском:

*Помимо интересных собственных результатов в направлении английской школы, В. И. Романовский опубликовал обширный курс математической статистики, в котором с исключительной полнотой собраны наиболее существенные для применений новые достижения математической статистики.*

Теперь о надуманных идеологических связях (Чеботарев 1951, с. 8). Не удовлетворившись определением случайного события у Романовского, он заявил, что невозможность его предсказания означает субъективное понимание случайного; куда же тогда, зловеще спросил он, заведёт это нас?

Романовский (1953, с. 17) разумно указал, что указанное не исключает изучения массовых случайных явлений, Чеботарев (1953, с. 21) же не нашёл ничего лучшего, чем заявить, что подобные определения *обычны для учёных капиталистических стран*. Он (1951, с. 8 – 9; 1953, с. 24) кроме того обвинил Романовского (1938а) в использовании таких выражений, как *вероятность [...] описывается законом*, и в следовании Пирсону, этому верному приверженцу Маха, для которого целью науки было *описание явлений*.

Не желая замечать, что указанное выражение было вполне обычным для математики, Чеботарев продолжал: описания недостаточны, недаром Маркс [1888/1972, с. 148] настаивал, что философы лишь по-разному описывали мир, тогда как его надо изменить. Защищая всю эту чепуху и продолжая в том же духе, Чеботарёв (1958, с. 371) заметил, что, перечисляя цели теории ошибок, Романовский (1947а, с. 5) упустил исследование структур геодезических сетей, т. е. не указал подходящего примера изменения мира ... Он, видимо, не смог простыми словами заметить, что Романовский забыл детерминированную теорию ошибок.

#### **4. Некоторые комментарии**

Итак, Чеботарёв не вполне правильно объявил теорию ошибок технологической дисциплиной, но сформулировал некоторые разумные замечания по поводу Романовского, более или менее применимые и к современным статистикам. Однако, следуя советским идеологическим установкам, он допустил и нелепые обвинения. Частично это объясняется тем тупиком, в котором старая школа теории ошибок оказалась в то время; дополнительно, быть может и тем, что Чеботарёв, будучи беспартийным, был заведующим кафедрой *низшей геодезии* в Московском геодезическом институте.

С тех пор положение в теории ошибок изменилось, и статистические идеи проникают в неё. Можно сравнить обзоры геодезической литературы прежних лет (Wolf 1968) и Маркузе (1985) о 1976 – 1984 гг. Ныне геодезисты не уклонялись бы, как раньше, от чтения Романовского (1947b) и даже Линника (1958).

Впрочем, обзор Маркузе показал, что такие темы как байесовский подход или критерии значимости вряд ли рассматривались. Притом ни одно руководство по МНКв нельзя назвать убедительным. Требовалась бы книга, описывающая и классическую стохастическую теорию ошибок, и статистический подход к ней, и трезво, с проявлением гауссовой заботы о практике, сравнивающая то и другое. Учитывая сказанное нами в § 1, мы полагаем, что, даже если это произойдёт, теория ошибок не войдёт в статистику.

### Примечания

1. Математики, следует сказать, неверно определяют теорию ошибок. Романовский (1955) и Большев (1963 и позднее) считали, что она принадлежит математической статистике и не изучает систематических ошибок. Никулин и Полищук (1999) согласились с первым утверждением и ограничили теорию ошибок случаем нормального распределения ошибок наблюдения. См. также соответствующие утверждения ниже.

Особенно плохо известно существование детерминированной теории ошибок, которую можно теперь считать предшественницей планирования эксперимента. Её классические задачи относились к исследованию структуры геодезических сетей и составлению программ наблюдений, наилучшим образом снижающим влияние и случайных, и систематических ошибок. Относить изучение последних к какой-либо иной дисциплине по крайней мере практически невозможно.

2. Ленин обсуждал и обвинял пирсоновскую *Грамматiku науки* (1892), которая оказала сильнейшее влияние на научное сообщество (Шейнин 1990/2010, § 2) и видимо послужила причиной избрания Пирсона членом Королевского общества. В частности, мы заметили, что её высоко оценил Мах (1897), а Ньюком был самого высокого мнения о трудах Пирсона (Шейнин 2002a). Теперь же можно добавить: в переписке с Пирсоном Ньюком настойчиво предлагал ему выступить на предстоявшем престижном международном съезде с докладом о методологии науки, что безусловно было связано с указанной *Грамматикой науки*. Ньюком был назначен президентом этого съезда, Пирсон же не смог приехать. Переписка Ньюкома и Пирсона опубликована (Шейнин 2011), однако доступна лишь в нескольких библиотеках и Интернете ([www.sheynin.de](http://www.sheynin.de) download No. 47).

3. Много позже Старовский (1960, с. 15) несколько изменил свою точку зрения и лишь упомянул *антинаучное существо теорий Лексиса и Пирсона*. В 1948 – 1975 гг. он был главой Центрального статистического управления. Да, после смерти Сталина в 1953 г. положение улучшилось. Сарымсаков (1955) опубликовал некролог Романовского и не нашёл ничего отрицательного в его работах, и даже Чеботарёв (1958, с. 571 и 586) положительно упомянул своего покойного противника, а на с. 524 нейтрально отозвался на Шарлье со ссылкой на Идельсона. В 1960 г. он назвал Романовского очень хорошо известным советским математиком (с. 63). В 1968 г. началась, однако, новая волна мракобесия.

4. В конце XIX в. Пирсон изучал очень серьёзные философские проблемы, тогда как Чеботарёв (1951, с. 11 – 13) коснулся их, но не сообщил ничего полезного. Указанный труд Пирсона так и не был исследован. Пирсон, однако, даже в 1911 г. не верил в существование атомов (Тее 2003).

5. Идельсон, скончавшийся в 1951 г., быть может и не увидевши статьи Чеботарёва того же года, был выдающимся астрономом и историком астрономии.

6. Эта статья вряд ли стала известной, но много позже Боголюбов и Матвиевская (1997) включили её в список работ Романовского.

7. Колмогоров (1942, с. 4 – 5) кратко описал *классический* метод решения стандартных задач стохастической теории ошибок, включающий использование априорных распределений. Он, однако, не привёл никаких

ссылок, а по контексту оказывалось, что его утверждение ограничивалось артиллерийской стрельбой.

**8.** Идельсон, однако, не упомянул Гельмерта и (с. 21, 74 и особенно 14), переоценил достижения Маркова, но ни на Чеботарёва, ни на другую отсталую литературу, отечественную или западную, не ссылался. В свою очередь, Романовский (1939 – 1954, 1939, с. 56; 1947а, с. 66; 1939 – 1954, 1954, с. 62) ошибочно заявил, что Марков первым *совершенно строго* сформулировал принцип наименьших квадратов, Чеботарёв же (1961, с. 27) также ошибочно утверждал, что Марков разработал теорию корреляции. См. Шейнин (2006/2009).

В отличие от Идельсона, Романовский (1939 – 1954; 1955) сослался на предшествовавшее издание руководства Чеботарёва (1958). Идельсона он упомянул только однажды (1939 – 1954, 1954), но не в 1955 г.

**9.** Ср. письмо Чупрова 1923 г. своему бывшему студенту Н. С. Четверикову (Шейнин 1990/2010, с. 79):

*Он [Романовский] идёт к той же цели, как я: перевести английскую литературу – в частности, учение о приёмах исследования корр. связи – на язык точной теории вероятностей и очистить её от всякой скверны. И пути наши во многом занятно соприкасаются.*

**10.** Романовский (1938b) подобным же образом сослался на Пирсона, но кроме того уважительно упомянул Фишера. Более того (Шейнин 2008), он состоял в переписке с Пирсоном (1924 – 1925), а в 1928 – 1938 гг. также и с Фишером. Чеботарёв, к счастью, не мог знать об этом.

## Библиография

- Аноним** (1948), Резолюция, В *Совещании* (1948, с. 313 – 317).
- Боголюбов А. Н., Матвиевская Г. П.** (1997), *Всеволод Иванович Романовский*. М.
- Большев Л. Н.** (1963), Ошибок теория. *Физич. энц. словарь*, т. 3, с. 577. БСЭ, 3-е изд., 1975, т. 19, с. 53. *Математич. Энц.*, т. 4, 1984, с. 183 – 185.
- Давидов А. Ю.** (1857), Теория средних значений. В книге *Речи и отчёт в торжественном собрании Моск. унив.* М. Отдельная пагинация.
- Идельсон Н. И.** (1947), *Способ наименьших квадратов*. М.
- Колмогоров А. Н.** (1942), Определение центра рассеяния и меры точности по ограниченному числу наблюдений. *Изв. АН СССР*, сер. математич., т. 6, № 2, с. 3 – 22.
- (1946), К обоснованию метода наименьших квадратов. *Успехи математич. наук*, т. 1, № 1, с. 57 – 71.
- (1947), Роль русской науки в развитии теории вероятностей. *Уч. зап. МГУ*, № 91, с. 53 – 64.
- (1948), Основные задачи теоретической статистики. Резюме. В *Совещании* (1948, с. 216 – 220).
- Ленин В. И.** (1909), *Материализм и эмпириокритицизм*. ПСС, 5-е изд., т. 18. М., 1961. Весь том.
- Линник Ю. В.** (1958), *Метод наименьших квадратов и основы статистической теории обработки наблюдений*. М. Также издание 1962 г.
- Марков А. А.** (1899), Закон больших чисел и способ наименьших квадратов. *Избр. тр. М.*, 1951, с. 231 – 251.
- Маркузе Ю. И.** (1985), Математическая обработка геодезических измерений. В книге *Итоги науки и техники*, сер. геодезия и аэросъёмка, т. 23. М. Весь том.
- Никулин М. С., Полищук В. И.** (1999), Ошибок теория. В книге **Прохоров Ю. В.**, ред. *Вероятность и математическая статистика. Энц. М.*, с. 439 – 440.
- Орлов А.** (1990), О перестройке статистической науки и её применении. *Вестник Статистики*, № 1, с. 65 – 71.
- Петров В. В.** (1954), Метод наименьших квадратов и его экстремальные свойства. *Успехи математич. наук*, т. 1, с. 41 – 62.

- Пирсон К.** (1892, англ.), *Грамматика науки*. СПб, 1911.
- Романовский В. И.** (1938а), *Математическая статистика*. М. – Л.  
 --- (1938б), *Математическая статистика*. БСЭ, 1-е изд., т. 38, с. 406 – 410.  
 --- (1939, 1954), Наименьших квадратов способ. Там же, т. 41, с. 53 – 56. Там же, 2-е изд., т. 29, с. 56 – 62. Опубл. анонимно.  
 --- (1947а), *Основные задачи теории ошибок*. М. – Л.  
 --- (1947б), *Применение статистики в опытном деле*. М. – Л.  
 --- (1953), О математической обработке наблюдений. *Тр. Моск. инст. геодезии, аэрофотосъёмки и картографии*, № 15, с. 17 – 20.  
 --- (1955), Ошибка теория. БСЭ, 2-е изд., т. 31, с. 500 – 501.
- Рябушкин Т. В.** (1976), *Статистика*. БСЭ, 3-е изд., т. 24/1, с. 437 – 438.  
 --- (1980), *Статистика. Экономич. энц.*, т. 4. М., с. 42 – 43.
- Сарымсаков Т. А.** (1948), Статистические методы и задачи в геофизике. В *Совещании* (1948, с. 221 – 239).  
 --- (1955), В. И. Романовский. Некролог. *Успехи математич. наук*, т. 10, с. 79 – 88.
- Совещание** (1948), *Второе всесоюзное совещание по математической статистике*. Ташкент.
- Старовский В. Н.** (1933), *Экономическая статистика*. БСЭ, 1-е изд., т. 63, с. 271 – 283.  
 --- (1960), Советская статистическая наука и практика. В книге *История советской государственной статистики*. М., с. 4 – 21.
- Чеботарёв А. С.** (1951), О математической обработке наблюдений. *Тр. Моск. инст. геодезии, аэрофотосъёмки и картографии*, № 9, с. 3 – 16.  
 --- (1953), То же заглавие. Там же, № 15, с. 21 – 27.  
 --- (1958), *Способ наименьших квадратов* и т. д. М.  
 --- (1959), Теория ошибок и метод наименьших квадратов. *Известия высш. уч. заведений. Геодезия и картография*, № 3, с. 9 – 22.  
 --- (1960), О математической статистике. Там же, № 2, с. 61 – 72.  
 --- (1961), Из истории метода наименьших квадратов. *Вопросы истории естествознания и техники*, № 11, с. 20 – 28.
- Шейнин О. Б., Sheynin O. B.** (1990), *A. A. Чупров*. М. 2010.  
 --- (1998, нем., с иным заглавием), *Статистика и идеология в СССР. Историко-математич. исследования*, вып. 6 (41), 2001, с. 179 – 198.  
 --- (1999), Statistics, definitions of. In **Kotz S.**, ed. (2006), *Enc. of Statistical Sciences*, vol. 12, 2006, Hoboken, New Jersey, pp. 8128 – 8135.  
 --- (2002а), Newcomb as a statistician. *Hist. Scientiarum*, vol. 12, pp. 142 – 167.  
 --- (2002б), Теория статистики. Исторический эскиз. *Вопросы статистики*, № 9, с. 64 – 69.  
 --- (2006, англ.), Математическая обработка наблюдений у Маркова. *Историко-математич. исследования*, вып. 13 (48) с. 110 – 128.  
 --- (2007), The true value of a measured constant and the theory of errors. *Hist. Scientiarum*, vol. 17, pp. 38 – 48.  
 --- (2008), Romanovsky's correspondence with K. Pearson and R. A. Fisher. *Archives Intern. Hist. Sciences*, t. 58, No 160 – 161, pp. 365 – 384.  
 --- (2010), Karl Pearson a century and a half after his birth. *Math. Scientist*, vol. 35, pp. 1 – 9.  
 --- (2011), *Статьи по истории теории вероятностей и статистики*, вып. 3. Берлин. Сборник переводов. Также [www.sheynin.de](http://www.sheynin.de) Download 47.
- Anderson O.** (1959), *Mathematik für marxistisch-leninistische Volkswirte. Jahrbücher f. Nationalökonomie u. Statistik*, Bd. 171, pp. 293 – 298.
- Andreski S.** (1972), *Social Science As Sorcery*. London.
- Eisenhart C.** (1963), Realistic evaluation of the precision and accuracy of instrument calibration. In **H. H. Ku**, Editor (1969), *Precision Measurement and Calibration*. Washington, pp. 21 – 47.  
 --- (1964), The meaning of *least* in least squares. *J. Wash. Acad. Sci.*, vol. 54, pp. 24 – 33.
- Fisher R. A.** (1925), *Statistical Methods for Research Workers*. In author's *Statistical Methods, Experimental Design and Scientific Inference*. Oxford, 1990, pp. 1 – 362.
- Kotz S.** (1965), Statistics in the USSR. *Survey*, vol. 57, pp. 132 – 141.
- Mach E.** (1897), *Die Mechanik in ihrer Entwicklung*, third ed. Leipzig.

**Marx K.** (написано 1845, опубл. 1888), В книге **Marx K., Engels E.** (1972), *Über L. Feuerbach*. Leipzig, pp. 145 – 148.

**Quetelet A.** (1846), *Lettres sur la théorie des probabilités* etc. Bruxelles.

**Tee G. J.** (2003), Karl Pearson on atoms. *Human Nature Rev.*, vol. 3, p. 302.

**Truesdell C.** (доклад 1979, опубл. 1981), The role of mathematics in science as exemplified by the work of Bernoullis and Euler. In author's *Idiot's Fugitive Essays on Science*. New York, 1984, pp. 97 – 132.

**Wolf Helmut** (1968), *Ausgleichsrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate*. Hannover – München.

## VII

О. Б. Шейнин

### Элементарное изложение окончательного гауссова обоснования метода наименьших квадратов

не опубликовано

Лежандр (1805) первым опубликовал *принцип* наименьших квадратов (известный Гауссу с 1795 г.), но *метод* наименьших квадратов (МНКв) разработал Гаусс. Он разумно отказался от своего первого обоснования метода (1809) и предложил второе обоснование (1823b – 1828), основанное на принципе наибольшего веса (наименьшей дисперсии). Это обоснование мы рассматриваем ниже, но вначале скажем несколько слов о Лежандре и Лапласе. Историю приоритетного спора между Лежандром и Гауссом мы считаем известной и оставляем её в стороне.

Окончательное гауссово обоснование МНКв исключительно сложно, хотя современные методы доказательства избавили читателя от трудностей. Наше собственное обоснование (§ 3) вполне элементарно, и, как мы полагаем, методически необходимо.

#### 1. Лежандр и Лаплас

**1.1. Лежандр.** Вот основная фраза из его сочинения (1805, с. 72 – 73): *Необходимо, чтобы крайние ошибки без учёта их знака были заключены в возможно более узкие пределы [...].*

Пусть исходные уравнения имеют вид

$$a_i x + b_i y + \dots + l_i = v_i, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (1)$$

Здесь свободные члены – результаты физически независимых измерений, а коэффициенты задаются соответствующей теорией. Имеется в виду, что число независимых уравнений  $n$ , т. е. измерений, превышает число неизвестных  $k$ , иначе никакого принципа решения системы не требовалось бы отыскивать. Строгих решений подобных систем не существует; за решение приходится принимать любой набор  $\hat{x}, \hat{y}, \dots$  приводящий к разумным значениям остаточных свободных членов  $v_i$ . Линейность уравнений не является стеснительной, поскольку приближённые значения неизвестных могут быть определены, например, из решения любых  $k$  уравнений.

Оптимальный подход, который применил Лежандр, состоял в том, чтобы добиваться минимального значения суммы квадратов ошибок, а фактически – остаточных свободных членов исходных уравнений. Первое утверждение Лежандра было также ошибочным: на самом деле оно указывало на принцип минимакса,

$$|v_{\max}| = \min.$$

Здесь максимум понимается относительно всех  $i$ , а минимум – относительно любого набора оценок  $\hat{x}, \hat{y}, \dots$  неизвестных величин  $x, y, \dots$

Тем не менее, Стиглер (1986, с. 13) заявил, что изложение этого нововведения было у Лежандра *одним из самых понятных и самым элегантным введением нового статистического метода в истории статистики*. И на с. 57 и 146 он снова высоко оценил Лежандра, притом в отличие от Гаусса!

**1.2. Лаплас.** Известно, что он нестрого доказал несколько вариантов центральной предельной теоремы, предположил, что число измерений, удовлетворяющих условию этой теоремы, следовательно, было велико, так что закон распределения их вероятностей нормален (позднейшие термины). Указанные условия уже были слишком стеснительны, но он кроме того выбрал минимум абсолютного ожидания в качестве критерия обработки измерений. Вычисления оказывались возможными лишь для нормального распределения, и Гаусс (1821) это отметил.

Иногда, правда, Лаплас отступал от своей схемы и следовал за Гауссом, но в общем оказалось, что французские математики включая Пуассона по существу пренебрегли исследованиями последнего, тем более, что они поддерживали Лежандра.

Лаплас сбил с толка не только французов. В. Я. Цингер (1862, с. 1), явно не читавший Гаусса или не разобравшись в его сочинениях, заявил, что Лаплас привёл *строгое [?] и беспристрастное исследование*, Гаусс же *старался на основании посторонних соображений придать [МНКв] безусловное значение*. На самом деле Гаусс прямо указал, что вводит принцип наибольшего веса в качестве критерия уравнивания, что это произвольно, но что суть задачи требует чего-то произвольного.

Чебышев в своих лекциях (1880/1936, с. 252) разъяснил, что изложил МНКв по Лапласу, а на с. 250 критиковал первое гауссово обоснование метода, о втором же умолчал.

## 2. Гаусс

**2.1. Период до 1805 г.** Не существует никаких чётких доказательств того, что в то время Гаусс, как он утверждал, применял принцип наименьших квадратов. Gerardy (1977, с. 19, прим. 16) сообщил что-то подобное, но к сожалению он уделил основное внимание вычислениям элементарных геодезических построений и уверенно проверить его вывод трудно.

С другой стороны, опровергнуть утверждение Гаусса невозможно. Во-первых, он допустил немало ошибок в своих вычислениях (Maennchen 1918/1930, с. 65 и след.), одну из которых мы упомянем в § 2.2.2-1; во-вторых, он мог назначать различные и не известные нам веса уравниваемым измерениям; в третьих, он (1809, § 185) допускал приближённые вычисления; наконец, он мог применять свой принцип для пробных вычислений.

К этому следует добавить, что современники Гаусса единодушно верили ему (быть может и знали точно). Среди них можно назвать Лапласа (1812/1886, с. 353) и даже Цаха, который будто бы отказывался подтвердить правоту Гаусса. На самом же деле Гаусс и не сообщил ему суть своего принципа, см. его письмо 1831 г. Шумахеру (W/Erg-5, ч. 1, с. 292). Позднее Цах (1813, с. 98 прим.) даже перестарался: *Прославленный д-р Гаусс владел этим методом с 1795 г. и с выгодой применил его* [в *Теории движения* (1809)]. Подтвердить это нельзя.

Гаусс разъяснил свой принцип многим коллегам и друзьям ещё до 1805 г., в том числе Бесселю (Бессель 1832, с. 27), Вольфгангу Больяи (Sartorius von Waltershausen 1856/1965, с. 43), отцу более известного Яноша Больяи, одного из авторов неевклидовой геометрии, и Ольберсу.

По указанному поводу Стиглер (1986, с. 145) заявил, что Гаусс *выпрашивал неохотные свидетельства у друзей*. Ещё более клеветническим было его позднейшее заявление (1981/1999, с. 322): Ольберс будто бы поддержал Гаусса *только после семи лет повторных подталкиваний*.

27.6.1809 Гаусс W/Erg-4(1), с. 44) спросил Ольберса, помнит ли он, что узнал о принципе наименьших квадратов от него, Гаусса, до 1805 г. Ответ Ольберса неизвестен, но позднее Гаусс (24 янв. 1812, там же, с. 493) спросил, готов ли Ольберс подтвердить это в печати, и на этот раз Ольберс 10.3.1812 (там же, с. 495) чётко ответил: *да, и охотно*. Но в 1812 – 1815 гг. Ольберс не опубликовал ничего подходящего (см. соответствующий том в издании *Catalogue of Scient. Literature, Royal Society*). Первая возможность появилась позже: Да, Гаусс разъяснил ему свой принцип в июне 1803 г. (Ольберс 1816, с. 192 прим.).

Вспоминается утверждение Трусдела (1977/1984, с. 292), вполне подходящее Стиглеру:

*Знание больше не является целью научного обучения [...]. Ныне, по определению, истина отвергается как отжившее суеверие.*

## 2.2. Год 1823-й

**2.2.1. Общие сведения.** В § 2 (с пояснением в § 1) Гаусс исключил из рассмотрения систематические ошибки. В § 17 он повторил это утверждение и заявил, что собирается обобщить своё изложение, но так и не выполнил этого обещания.

В § 6 Гаусс ввёл дисперсию, как она теперь называется, в качестве основной меры погрешности и разумно объявил интегральную меру предпочтительнее принципа наибольшего правдоподобия, которого придерживался в 1809 г. И здесь, и в предварительном сообщении (1821) он также указал, что выбрал простейшую (интегральную) меру. В конце § 17 Гаусс, правда, как-то косвенно разъяснил, что за критерий при обработке наблюдений он выбрал минимум дисперсии.

В § 18 Гаусс предложил, хоть и не вполне формально, своё определение независимых функций наблюдений: они не должны содержать общих аргументов. В § 19 он уточнил, что эти функции

полагались линейными; в противном случае его определение противоречило бы теореме Стьюдента – Фишера о независимости среднего арифметического и выборочной дисперсии.

Схема советской триангуляции, разработанная Ф. Н. Красовским (автором референц-эллипсоида его имени), соответствовала определению Гаусса: её отдельные звенья были в наибольшей возможной степени взаимно независимы, поскольку линейные и азимутальные измерения на их концах можно было считать безошибочными сравнительно с собственно угловыми измерениями. И вообще, не ссылаясь ни на Гаусса, ни друг на друга, его определение неизменно повторяли (а иногда подразумевали) в геодезии, и можно заключить, что его применяли и до Гаусса. Новой, однако, была его оговорка в § 19.

Более того, советские геодезисты интуитивно вводили в своих публикациях меру зависимости, отношение числа общих наблюдений к их полному числу. Ту же меру предложил Каптейн (1912), статья которого либо осталась незамеченной, либо была быстро забыта.

Основные параграфы мемуара Гаусса исключительно тяжелы, что несомненно послужило одной из причин живучести его первого обоснования МНКв 1809 г.; мы советуем воспользоваться изложением Идельсона (1947), либо современными доказательствами, например Колмогоров (1946) или Hald (1998, с. 471 – 475). Eisenhart (1964, с. 24) указал, что рассматриваемый мемуар Гаусса был известен только профессиональным квалифицированным статистикам, см. также конец § 1.2. Это относилось к США, но вряд ли положение было иным где-либо кроме России начала XX в.: Марков (1899/1951, с. 246) решительно выступил в защиту второго обоснования МНКв. Он, правда, обесценил своё утверждение, заявив, что не считал этот метод оптимальным в каком-либо смысле, см. также Шейнин (2009, с. 111).

Последующие события действительно показали, что сочинения Гаусса по теории ошибок оставались плохо известными, притом не только ввиду своей сложности (§ 2.2.1). Так, Чебышев (1880/1936, с. 249) указал, что формулу (2), см. ниже, начали применять *недавно!* Фишер (1925/1990, с. 260) заявил, что МНКв является специальным приложением принципа наибольшего правдоподобия, что было верно лишь для первого гауссова обоснования, а Пуанкаре (1896/1912, перевод 1999, с. 154) назвал отказ Гаусса от этого обоснования *достаточно странным*.

Гаусс отыскивал несмещённые оценки  $\hat{x}$ ,  $\hat{y}$ , ... неизвестных, обладающих наибольшим весом (наименьшей дисперсией) и доказал, что они определяются по принципу наименьших квадратов. В этом и заключалось его второе обоснование указанного принципа, которое не вполне верно называется обоснованием *метода* наименьших квадратов. Разумеется, аналогичное уточнение следует иметь в виду и по поводу первого обоснования МНКв 1809 г. Несмещённость оценок достигалась тем, что они отыскивались в виде линейных функций результатов

измерений (которые предполагались несмещёнными, см. его § 2) без свободных членов.

**2.2.2. Выборочная дисперсия.** Формулу корня квадратного из выборочной дисперсии

$$\sigma = \sqrt{\frac{[vv]}{n-k}} \quad (2)$$

Гаусс вывел в § 38. Здесь  $[vv] = v_1v_1 + v_2v_2 + \dots + v_nv_n$ . Более точно, Гаусс вывел ожидание этой меры,  $E\sigma$ , и по необходимости принял, что  $\sigma = E\sigma$ . Многие позднейшие авторы заново выводили эту формулу, но нам достаточно упомянуть Колмогорова (1946), который применил при этом многомерную векторную геометрию.

**2.2.2-1. Точность выборочной дисперсии.** Перед выводом формулы (2) Гаусс (§ 37) заметил, что *обычная* формула для  $\sigma$  с  $n$  в её знаменателе была не совсем верной. То же он (1823а) указал и ранее и добавил, что переход к (2) необходим и по существу, и ввиду *достоинства науки*. Его замечание означало отрицание смещённых оценок вообще; ниже (§ 2.2.2-2) мы вернёмся к этому обстоятельству.

Гаусс (§§ 39 и 40) вывел дисперсию дисперсии  $\sigma^2$ . Вычисления оказались нетрудными, но несколько тягостными и он допустил ошибку. Безошибочной оказалась его дополнительная формула для случая нормального распределения:

$$\text{var}\sigma^2 = 2\sigma^4/(n-k). \quad (3)$$

Гельмерт (1904) исправил указанную ошибку, но записал свой результат небрежно, что могло исказить его. Независимо ту же задачу выполнили Колмогоров и др. (1947), получив для  $v^4 - 3s^4 < 0$

$$\frac{v_4 - s^4}{n-k} < \text{var}\sigma^2 < \frac{v_4 - s^4}{n-k} + \frac{k}{n} \cdot \frac{3s^4 - v^4}{n-k},$$

где  $s^2 = E\sigma^2$  и указав аналогичную формулу для противоположного случая. В сопроводительной статье Мальцев (1947) доказал, что оба неравенства можно полагать нестрогими.

**2.2.2-2. Несмещённость.** По крайней мере в геодезии практической мерой точности является  $\sigma$  (средняя квадратическая ошибка), а не  $\sigma^2$ , которая, в отличие от последней, смещена. Так насколько важна несмещённость? Иногда несмещённые оценки просто не существуют, но представляется, что в настоящее время смещённость вообще допускается в какой-то степени (Спротт 1978, с. 194).

Дополнительно заметим свидетельство Чубера (1891, с. 460), который обсуждал оценку точности наблюдений с Гельмертом. Они заключили, что относительная дисперсия  $\text{var}\sigma^2/\sigma^2$  важнее абсолютной  $\text{var}\sigma^2$ . Эддингтон (1933, с. 280) независимо повторил их основной вывод. Можно заметить здесь некоторую аналогию с

выбором меры зависимости функций наблюдений (§ 2.2.1). Более того, можно высказать аналогичное утверждение по поводу смещённости: важнее её отношение к дисперсии, или иначе: остаточная систематическая ошибка не так важна, как её отношение к случайным ошибкам. Опираясь на сомнительные соображения, так полагали по крайней мере советские геодезисты.

Для смещённой оценки выборочной дисперсии в случае одного неизвестного, т. е. при  $k = 0$ , а не 1, Крамер (1946, § 27.4) вывел формулу

$$\text{var } \sigma^2 = \frac{\mu_4 - \mu_2^2}{n} - \frac{2(\mu_4 - 2\mu_2^2)}{n^2} + \frac{\mu_4 - 3\mu_2^2}{n^3}$$

и дополнительно предложил для случая нормального распределения формулу

$$\text{var } \sigma^2 = \frac{2(n-1)}{n^2} \sigma^4.$$

**2.2.2-3. Возможность приложения основной формулы. Её длительное забвение.** Мы указывали, что Гаусс не рассматривал систематических ошибок. Тем не менее, будучи не только математиком, но и естествоиспытателем, в частности, геодезистом, он разумно опасался их и редко применял практически свою формулу (2). Выдержки из нескольких его полевых журналов опубликованы (W-9, с. 278 – 281), и есть свидетельства современников, например Шрейбера (1879, с. 141), доказывающие, что Гаусс наблюдал каждый угол до тех пор, пока не убеждался в ненужности дальнейшей работы. При небольшом числе наблюдений он выводил единое значение  $\sigma$  по нескольким станциям, см. его письма Бесселю 1821 г. (W/Erg-1, с. 382) и Герлингу (W/Erg-3, с. 687 и 744). По крайней мере один раз Лаплас поступил так же, см. Приложение № 3 примерно 1819 г. к его руководству (1812/1886), и то же мнение высказал Ку (1967, с. 309). Применять формулу (2) всё же приходится, но только после окончания всех полевых работ по данному массиву наблюдений, учитывая *невязки* треугольников и расхождения между линейными и между азимутальными измерениями на концах звена триангуляции, т. е. фактически принимая во внимание, насколько это возможно, и систематические ошибки.

**2.2.2-4. Критика.** Получив согласие Гаусса, Бертран перевёл его мемуары по теории ошибок на французский язык (Гаусс 1855). Заметим, что таким образом Гаусс, по крайней мере к концу жизни, видимо смягчился: он раньше по политическим причинам отказывался публиковать свои сочинения на французском языке. Гаусс умер в том же 1855 г., не успев просмотреть перевод (Бертран 1855).

Много позже Бертран в своём руководстве (1888, с. 281 – 282), и подробнее в одной из заметок того же года, раскритиковал формулу Гаусса (2). Молчаливо приняв нормальное

распределение, он на примере отыскал оценку точности с меньшей дисперсией, чем обеспечивала эта формула. Его рассуждение показало, однако, что он не учёл, что, в отличие от его меры точности, формула (2) обеспечивала несмещённость. Более того, вместо своих неприятных вычислений, он мог бы воспользоваться формулой Гаусса (3), но, видимо, забыл о ней. Именно его вывод послужил поводом для рассуждений Чубера и Гельмерта (§ 2.2.2-2).

### 3. Иное обоснование метода наименьших квадратов

Описывая формулу (2), Колмогоров (1946, с. 64) заметил, что она является лишь определением  $\sigma$ . Да, с учётом числа степеней свободы корень из выборочной дисперсии *должен* иметь указанный вид, но мы полагаем, что доказывать эту формулу всё-таки нужно. И доказательство, предложенное многими авторами начиная с Гаусса, достаточно просто. Необходимыми ограничениями были при этом линейность уравнений (1), независимость их свободных членов (т. е. измерений) и несмещённость искомых оценок  $\hat{x}, \hat{y}, \dots$ , т. е. их представление линейными функциями результатов (несмещённых) наблюдений без свободных членов.

Основное, однако, в том, что принцип наименьших квадратов не потребовался. Напротив, его можно ввести сейчас (но формулы Гаусса для составления и решения нормальных уравнений и вычисления весов  $\hat{x}, \hat{y}, \dots$  останутся по-прежнему полезными).

Мы должны подчеркнуть, что ввиду своей сложности мемуар 1823 г., в отличие от первого мемуара 1809 г., почти никогда не описывался в учебниках или руководствах. Теперь же ввиду нашего замечания положение коренным образом изменилось.

Можно предположить, что Гаусс фактически предложил два обоснования (мы же оставили только второе). Но почему он даже не намекнул на это? Мы можем только сослаться на двух авторов, Кронекера (Kronecker 1901, с. 42) и Стьюарта (Stewart 1995, с. 235):

1. *Способ изложения в [Арифметических исследованиях 1801 г.], как и вообще в работах Гаусса, евклидов. Он формулирует и доказывает теоремы, причём тщательно уничтожает все следы хода своих мыслей, которые привели его к результатам. Эта догматическая форма наверняка явилась причиной того, что его труды так долго оставались непонятыми.*

2. *Гаусс может быть таким же загадочным для нас, каким он был для своих современников.*

Впрочем, подробнее о том же сообщил Sartorius von Waltershausen (1856/1965, p. 82), общепризнанный биограф Гаусса:

*Гаусс старался придать своим исследованиям форму совершенного произведения искусства. Он [...] никогда не*

публиковал работу, пока она не примет желательную вполне совершенную форму. Он говорил, что после окончания строительства хорошего сооружения на нём не должно быть видно лесов. [...]

И далее: *Нередко представлялось, что он умышленно не разъяснял ход своих мыслей, что весьма затрудняло чтение его сочинений, особенно менее сведущим в математике читателям.*

### Библиография

#### Гаусс К. Ф., Gauss C. F.

- 1809, латин. Теория движения и т. д. Отрывок в книге автора (1957, с. 89 – 109).
- 1821, нем. Теория комбинаций наблюдений и т. д., ч. 1, авторское сообщение. Там же, с. 141 – 144.
- 1823a, нем. То же, ч. 2. Там же, с. 144 – 147.
- 1823b, латин. Теория комбинаций наблюдений и т. д., ч. 1 и 2. Там же, с. 17 – 57. Английский перевод: Stewart (1995).
- 1828, латин. Дополнение к Теории комбинаций наблюдений и т. д. Там же, с. 59 – 88.
- 1855, *Méthode des moindres carrés*. Paris.
- 1870 – 1929, *Werke*, Bde 1 – 12. Göttingen. Hildesheim, 1973 – 1981. Сокращённое обозначение томов: W-i, W/Erg.
- 1880 – 1927, Переписка с Бесселем (1880), Ольберсом (1909) и Герлингом (1927). Перепечатка: *Werke, Ergänzungsreihe*, Bde 1, 4(1), 3; 1975; 1976; 1975. 1957, *Избранные геодезические сочинения*, т. 1. М.

#### Другие авторы

- Идельсон Н. И.** (1947), *Способ наименьших квадратов* и т. д. М.
- Колмогоров А. Н.** (1946), К обоснованию метода наименьших квадратов. *Успехи математич. наук*, № 1, т. 1, с. 57 – 71.
- Колмогоров А. Н., Петров А. А., Смирнов Ю. М.** (1947), Одна формула Гаусса из теории метода наименьших квадратов. *Изв. АН СССР*, сер. математич., т. 11, с. 561 – 566.
- Мальцев А. И.** (1947), Замечание к работе Колмогоров и др. (1947). Там же, с. 567 – 578.
- Марков А. А.** (1899), Закон больших чисел и способ наименьших квадратов. *Избр. труды*. М., 1951, с. 231 – 251.
- Пуанкаре А.** (1896, франц.), *Теория вероятностей*. Ижевск, 1999.
- Цингер В. Я.** (1862), *Способ наименьших квадратов*. М. Диссертация.
- Шейнин О. Б.** (2009), Математическая обработка наблюдений у Маркова. *Историко-математич. исследования*, вып. 13 (48), с. 110 – 128.
- Bertrand J.** (1855), Sur la méthode des moindres carrés. *C. r. Acad. Sci. Paris*, t. 40, pp. 1190 – 1192.  
--- (1888), *Calcul des probabilités*. Paris. Later editions 1907 and New York, 1970, 1972.
- Bessel F. W.** (read 1832), Über den gegenwärtigen Standpunkt der Astronomie. *Populäre Vorlesungen*. Hamburg, 1848, pp. 1 – 33.
- Cramér H., Крамер Г.** (1946, англ.), *Математические методы статистики*. М., 1948.
- Czuber E.** (1891), Zur Kritik einer Gauss'schen Formel. *Monatsh. Math. Phys.*, Bd. 2, pp. 459 – 464.
- Eisenhart C.** (1964), The meaning of least in least squares. *J. Wash. Acad. Sci.*, vol. 54, pp. 24 – 33. Also in Ku (1969, pp. 265 – 274).
- Gerardy T.** (1977), Die Anfänge von Gauss' geodätische Tätigkeit. *Z. f. Vermessungswesen*, Bd. 102, pp. 1 – 20.
- Helmert F. R.** (1872), *Die Ausgleichsrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate*. Leipzig. Later editions: 1907, 1924.

- (1904), Zur Ableitung der Formel von Gauss für den mittleren Beobachtungsfehler und ihrer Genauigkeit. *Sitz. Ber. Kgl. Preuss. Akad. Wiss. Berlin*, Hlbbd. 1, pp. 950 – 964. Перепечатка: *Akademie-Verträge*. Frankfurt/Main, 1993, pp. 189 – 208. Краткий вариант: *Z. f. Vermessungswesen*, Bd. 33, 1904, pp. 577 – 587.
- Kapteyn J. C.** (1912), Definition of the correlation coefficient. *Monthly Notices Roy. Astron. Soc.*, vol. 72, pp. 518 – 525.
- Kronecker L.** (1901), *Vorlesungen über Zahlentheorie*, Bd. 1. Leipzig.
- Ku H. H.** (1967), Statistical concepts in metrology. In Ku (1969, pp. 296 – 310).
- , **Editor** (1969), *Precision Measurement and Calibration. Sel. Nat. Bureau Standards Stat. Concepts and Procedures*. NBS Sp. Publ. No. 300, vol. 1. Washington.
- Legendre A. M.** (1805), *Nouvelles méthodes pour la détermination des orbites des comètes*. Paris.
- Laplace P.-S.** (1812), *Théorie analytique des probabilités. Oeuvr. Compl.*, t. 7. Paris, 1886.
- Maennchen Ph.** (1918), Gauss als Zahlenrechner. In Gauss W-10, Tl. 2; Abt. 6. Separate paging.
- Olbers W.** (1816), Über den veränderlichen Stern im Halse des Schwans. *Z. f. Astron. u. verw. Wiss.*, Bd. 2, pp. 181 – 198.
- Sartorius von Waltershausen W.** (1856), *Gauss zum Gedächtnis*. Wiesbaden, 1965.
- Schreiber O.** (1879), Richtungsbeobachtungen und Winkelbeobachtungen. *Z. f. Vermessungswesen*, Bd. 8, pp. 97 – 149.
- Sprott D. A.** (1978), Gauss' contribution to statistics. *Hist. Math.*, vol. 5, pp. 183 – 203.
- Stewart G. W.** (1995), Перевод мемуара Гаусса (1823b) на английский язык с Послесловием (с. 207 – 241). Philadelphia.
- Stigler S. M.** (1986), *History of Statistics*. Cambridge, Mass.
- (1999), *Statistics on the Table*. Cambridge, Mass.
- Truesdell C.** (1977/1984), In author's book *An Idiot's Fugitive Essays in Science*. New York.
- Zach F. X. von** (1813), Sur le degré du méridien. *Mém. Acad. Imp. Sci., Littérature, Beaux-Arts Turin pour 1811 – 1812*. Sci. math. et phys., pp. 81 – 216.

## VIII

О. Б. Шейнин

### Пуассон и статистика

не опубликовано

#### 1. Общие сведения

Пуассон определил понятия случайной величины и функции распределения. Он получил интересные результаты в области предельных теорем и ввёл в теорию вероятностей закон больших чисел (ЗБЧ), доказав его для случая *испытаний Пуассона*. Много внимания Пуассон уделил изучению судебной статистики и систематически определял значимость статистических данных. Он подчёркивал различие между субъективной и объективной вероятностями; первые применяются и сейчас в качестве экспертных оценок. Основное сочинение Пуассона – это его руководство (1837а).

Араго (доклад 1850 г., опубл. 1854) обсуждал работу Пуассона в различных областях знания, включая важные исследования о Солнечной системе. Они должны были быть основаны на применении статистических данных (чего Араго не упомянул), но мы эту тему не затрагивали. Мы пользуемся результатами нашей предыдущей статьи (1978) и совместной работы Гнеденко и Шейнин (1978).

#### 2. Статистика

##### 2.1. Области и принципы приложения в XVIII – XIX веках

Статистический метод обычно считается равнозначным прикладной статистике, но иногда понимается лишь как приложение статистики к естествознанию; его отдельными ветвями являются, например, медицинская и звёздная статистика. Судебная статистика оказывается скорее принадлежащей к общей статистике, т. е. к статистике, изучающей общество.

Пуассон оставил несколько высказываний (иногда в соавторстве) о статистике и о необходимости её существенной связи с теорией вероятностей. К примеру, Кетле (1869, т. 1, с. 103) засвидетельствовал, что он

*Иногда с суровой и мало успокаивающей насмешкой упоминал в своих письмах статистиков, которые склонны заменять истинные принципы науки своими измышлениями.*

Более определёнными были иные его утверждения (частично в соавторстве). Так, Libri Carrucci и др. (1834, с. 535): *Наиболее тонкие проблемы социальной арифметики могут быть разрешены лишь при помощи теории вероятностей*. Термин *социальная арифметика*, возможно введенный Пуассоном, означал статистику населения, медицинскую и страховую статистику.

Через год Double и др. (1835, с. 174) заявили, что статистика является приложением исчисления вероятностей *к бесконечным* [?] *массам* (с. 174). Это высказывание, видимо, было одним из первых, соединявших статистику с большим объёмом данных.

Поскольку Пуассон неизменно требовал проверять значимость эмпирических расхождений между результатами различных серий наблюдений, его можно считать крёстным отцом Континентального направления статистики (Лексис, затем Борткевич, Чупров, Марков, Больман), которое изучало население и социальную статистику. Его подход, впрочем, не был достаточно широк (§ 2.6).

Программа Пуассона (1837b) по теории вероятностей и социальной арифметике для факультета наук Политехнической школы уделяла серьёзное внимание статистике населения, медицинской статистике и статистике финансовых учреждений. Вот выписка из неё:

*Таблицы населения и смертности. Средняя продолжительность жизни в различных странах. Распределение населения по возрасту и полу. Влияние оспы, её вариоляции и оспопрививания на население и на среднюю продолжительность жизни. [...]*

*Прибыли и расходы учреждений, которые зависят от вероятностей событий. Пожизненные ренты, тонтинны, сберегательные кассы, страхование, ежегодные ренты, амортизационные фонды, займы.*

Вариоляцией называлась не вполне безопасная прививка лёгкой формы оспы здоровому человеку. Она практиковалась до внедрения оспопрививания в начале XIX в. и была весьма полезна, особенно для государства в целом. Даниил Бернулли был первым, кто опубликовал (в 1766 г.) важное статистическое исследование вариоляции.

Ренты вполне можно считать одной из форм страхования жизни, тонтиннами же назывались группы застрахованных примерно одного и того же возраста, которые учредители (обычно государство или город) рассматривали как единое целое. Тонтинны распределяли ежегодные выплаты (проценты на уплаченные её членами взносы) только между своими остающимися в живых членами, так что долгожители получали изрядные суммы. Своё название они получили от имени итальянского банкира Лоренцо Тонти (1630 – 1695).

Многие учёные изучали страхование жизни, достаточно назвать Муавра, Эйлера, Буныковского, Остроградского и Маркова (Шейнин 1997). Эйлер (1776) предложил новую, гибкую форму тонтинны, участники которой могли бы уплачивать различные взносы (и получать различные выплаты), их возраст не имел особого значения, и вступать в тонтину они могли бы в любое время, см. Шейнин (2007, § 5.6). Его предложение не было принято, возможно потому, что общественное мнение

отрицательно относилось к тонтинам. Пуассон лишь участвовал в отклонении проекта тонтины (Fourier 1826).

Пуассон (1830) опубликовал мемуар о соотношении мужских ( $m$ ) и женских ( $f$ ) рождений. Он заметил, что это соотношение примерно постоянно для всей Франции и указал что отношение  $m:f$  меньше в случае рождений вне брака. Соответствующие современные данные нам неизвестны.

## 2.2. Теория вероятностей в приложении к статистике

Можно полагать, что исследования Пуассона в теории вероятностей были частично вызваны запросами статистики. Важна была его формула

$$P \approx e^{-\omega} (1 + \omega + \omega^2/2! + \dots + \omega^n/n!), \quad \omega = \mu p$$

вероятности событию произойти не более  $n$  раз в большом числе  $\mu$  испытаний, если вероятность его *успеха* в каждом испытании равнялась  $q = 1 - p \approx 0$ .

Эта формула оставалась почти без употребления пока Борткевич (1898) не предложил свой *закон малых чисел*. Несколько десятилетий этот закон считался основополагающим для статистики, но Колмогоров (1954) заметил, что он просто совпадает с формулой Пуассона, и мы (2008) доказали это.

Более всего известен закон больших чисел Пуассона. Его первым вариантом можно считать закон, открытый Якобом Бернулли и посмертно опубликованный в 1713 г. Муавр в 1733 г. усовершенствовал открытие Бернулли, доказав первый вариант центральной предельной теоремы (ЦПТ), как Полия назвал её в 1920 г. Пуассон обобщил закон Бернулли на случай переменных вероятностей успеха в серии испытаний. Многие авторы справедливо критиковали вывод ЗБЧ, мы же лишь коснёмся нескольких обстоятельств.

Во-первых, подобные серии испытаний рассматривал уже Лаплас (1812, глава 9). Во-вторых, сам Пуассон вовсе не ограничивал свой закон случаем этих заранее известных переменных вероятностей, что доказывалось приведенными им примерами. Первым, не позднее 1897 г., это заметил Борткевич в своих переговорах с Марковым (Шейнин 1990/2010, с. 61). Наконец, и Якоб Бернулли, и Муавр, и Пуассон считали, что неизвестная вероятность успеха может быть равным образом установлена опытным путём, а примеры, приведенные Бернулли и Пуассоном, указывали, что они допускали и невозможность существования этой вероятности. Только Бейес (до Пуассона) понял, что соответствующий *обратный* ЗБЧ может применяться и в упомянутом особом случае, но что он менее точен, чем прямой (Шейнин 2011).

Многие авторы утверждали, что статистики начали обосновывать свои исследования законом больших чисел Пуассона, фактически же статистики признавали только закон Бернулли. Если же теоретическая вероятность успеха не была известна (тем более, не существовала), они вообще отказывались обращаться к теории вероятностей. Хуже того, ЗБЧ они понимали

лишь в крайне упрощенном смысле. Так, Maciejwski (1911, с. 96) ввёл закон *больших чисел статистиков*, который лишь утверждал, что колебания статистических чисел убывают с возрастанием числа испытаний.

### **2.3. Теория ошибок**

Стохастическая теория ошибок является приложением статистического метода к обработке наблюдений. С середины XVIII в. примерно до 1930 г. она оставалась основной ветвью теории вероятностей, тогда как математическая статистика переняла её принципы наибольшего правдоподобия и наименьшей дисперсии.

В 1805 г. Лежандр ввёл без количественного обоснования принцип наименьших квадратов (который был известен Гауссу с 1795 г.). В 1809 и 1823 гг. Гаусс обосновал его двумя различными способами, второй раз по принципу наименьшей дисперсии. В обоих случаях он имел в виду уравнивание конечного и даже небольшого числа наблюдений, но так и не признал публично приоритета Лежандра.

Лаплас предложил свой вариант обоснования, который требовал большого числа наблюдений и наименьшего значения абсолютного ожидания погрешности. Второе условие ограничивало возможность вычислений нормальным распределением ошибок наблюдений, а оба они вместе привели к практической бесполезности его варианта.

Пуассон следовал за Лапласом и о вариантах Гаусса не упоминал, тем более, что французские математики (но не сам Лаплас) были справедливо возмущены отношением Гаусса к Лежандру. Вот что он (1833, с. 361) заявил на похоронах Лежандра:

*Наш собрат – автор одного из методов вычисления орбит планет. [...] Именно ему наука о наблюдениях обязана правилом вычисления, которое называется методом наименьших квадратов и которому Лаплас придал все возможные преимущества в точности результатов [...].*

Ошибочное и вредное отношение! Но интересна одна подробность. Обсуждая точность стрельбы в цель, Пуассон (1837с, с. 73) заявил, что чем меньше разброс точек попадания (т. е. соответствующая дисперсия), тем лучше оружие. Он таким образом сделал шаг к признанию гауссова выбора критерия обработки наблюдений.

Мы не рассматриваем детерминированной теории ошибок, которую теперь следовало бы включить в планирование эксперимента и которой Пуассон не занимался.

### **2.4. Юриспруденция**

Лаплас и Пуассон (а до них – Кондорсе, но вряд ли удачно) исследовали судопроизводство в идеальном случае независимых суждений присяжных заседателей. Лаплас (1812/1886, с. 523) мимоходом отметил это ограничение, Пуассон же умолчал о нём. Также в отличие от Лапласа

Пуассон (1837, с. 4) ввёл априорную вероятность вины подсудимого, которую никак нельзя было приписывать отдельным лицам. Оба учёных стремились исследовать долю осуждений обвиняемых и соответственно сравнить различные способы судопроизводства, имея в виду также уменьшить число возможных неверных вердиктов.

Одно из утверждений Пуассона (1837а, с. 375 – 376) спорно. Он полагал, что доля осуждений должна возрастать с преступностью, но (с. 21) признавал, что преступность указывает *моральное состояние нашего государства*. По поводу неверных осуждений Пуассон, видимо, следовал за Лапласом, который считал, что осуждение невинного должно считаться более вредным, чем оправдание виновного. Здесь, видимо, следовало бы всё-таки иметь в виду тяжесть преступления.

По мнению Гаусса (фактически, также и Лапласа и Пуассона) результаты исследования судебной статистики могли служить путеводной нитью для установления надлежащего числа свидетелей и присяжных. Это сообщил W. E. Weber в письме 1841 г., опубликованном в *Трудах Гаусса* (1829, с. 201 – 204).

Той же темой много занимался Кетле. Его первые соответствующие сочинения появились ещё до Пуассона, но в конце концов он несомненно извлёк выгоду из самого факта занятия той же темой столь прославленного *геометра*. Математический уровень работ Кетле не был высоким, но он всё же смог внести здесь свой вклад.

Приложение теории вероятностей к юриспруденции неоднократно критиковалось. Пуансо, который участвовал в дискуссии по докладу Пуассона (1836), назвал применение исчисления вероятностей к *моральным вещам опасной иллюзией и ложным приложением математических наук* (с. 380) и напрасно сослался на Лапласа: *ввиду деликатных соображений, не удивительно, если два лица, имея одни и те же данные, приходят [в теории вероятностей] к разным результатам* (1814/1999, с. 836, левый столбец).

Напрасно, потому что там же (с. 848, левый столбец) Лаплас призвал

*Приложить к политическим и нравственным наукам метод, основанный на наблюдении и исчислении, который служил нам так хорошо в науках естественных. Не будем противопоставлять бесполезного и часто опасного сопротивления неизбежным следствиям прогресса просвещения [...].*

Под нравственной (моральной) статистикой со времён Кетле понималось изучение явлений, зависящих от воли человека (преступления, самоубийства, женитьбы и разводы). С тех пор её область значительно расширилась и включает, например, благотворительность и профессиональную и географическую подвижность населения.

Тот же *Опыт философии* содержал три главы, посвященные подобным приложениям, и не забудем, что ими занимался сам Лаплас.

Но продолжим. Милль (1843/1914, с. 490) заявил, что

*Неудачные приложения исчисления вероятностей [...] сделали [его] настоящим позором математики. Достаточно упомянуть о его приложении к установлению достоверности свидетелей и правильности приговоров, выносимых присяжными.*

В 1899 г., в связи с пресловутым делом Дрейфуса, Пуанкаре (Шейнин 1991, с. 167) положительно отозвался об этом утверждении, а несколько ранее (1896/1999, с. 22) заявил, что *наши привычки панургова стада* [баранов] противодействуют независимости суждений.

Забыв, правда, о Кетле (и Курно), Heyde & Seneta (1977, с. 28 – 34) заметили, что в XIX в. в интересующей нас области *произошёл всплеск деятельности, стимулированный Пуассоном* (с. 31) и, в частности, описали работы Бьенеме. Кроме того, они исследовали, хоть и недостаточно, работы Буняковского, Остроградского и Маркова (Шейнин 1997) и отметили возросшее ныне понимание важности общих данных о преступлении (например, о круге возможных преступников). Впрочем, многие учёные, включая Милля и даже Лейбница (в письмах Якобу Бернулли в самом начале XVIII в.), издавна придерживались того же мнения. Хейде и Сенета указали, что в 1970-е годы (добавим: и позже) вновь появились сочинения на указанные применения статистики, и в том числе статьи, изучающие исследования Пуассона.

### **2.5. Статистическая физика**

Пуассон качественно связал свой ЗБЧ с существованием устойчивого среднего расстояния между молекулами тела, см. Gillispie (1963, с. 438) и Шейнин (1978, с. 271). Клаузиус, Максвелл и Больцман упустили и это, и интересные сопутствующие соображения Пуассона.

### **2.6. Медицинская статистика**

Возможно ли сочетать индивидуальный подход к данному пациенту со статистической точкой зрения? Аналогичный вопрос существовал в приложениях к юриспруденции, и

ответы в обоих случаях были аналогичными. Double и др. (1835, с. 173 и 176), на которых мы уже ссылались в § 2.1, заявили:

*В вопросах статистики, т.е. в разнообразных попытках количественной оценки фактов, самой первой заботой является забвение человека самого по себе и его рассмотрение только как частички целого. В прикладной медицине задача всегда индивидуальна. [...] По своему состоянию медицинские науки в этом [возможность математизации] отношении не хуже и не отличаются ни от каких других физических и естественных наук, юриспруденции, моральных и политических наук и т. д.*

Сейчас непонятно почему физические науки отделены от естественных.

Так или иначе, статистический метод смог вторгнуться в медицину. Во-первых, статистика населения тесно связана с медицинскими проблемами, что усматривается уже у Граунта. Ей занимался Лейбниц (Шейнин 1977, с. 225). Он рекомендовал практикующим врачам записывать свои наблюдения, предложил составить медицинскую энциклопедию и учредить Санитарную коллегия, возложив на неё, в частности, обязанность собирать статистические данные.

Галлей составил первую (после ненадёжной таблицы Граунта) таблицу смертности для закрытого населения и оценил население по данным о рождаемости и смертности. Даниил Бернулли, Ламберт и Эйлер изучали смертность, рождаемость и подверженность заболеваниям, и их результаты принадлежат истории и теории вероятностей, и медицины.

Во-вторых, в середине XIX в. область применения статистического метода в медицине чрезвычайно расширилась с появлением общественной гигиены (в основном предшественницы экологии) и эпидемиологии. В третьих, примерно тогда же хирургия и акушерство, отрасли собственно медицины, подчинились статистическому методу. Наконец, в 1825 г. французский врач Луи ввёл так называемый количественный метод (фактически применявшийся задолго до того в различных отраслях естествознания) для изучения симптомов болезней.

Этот метод был статистическим, но почти не применял стохастических соображений. Дискуссии о нём продолжались не менее нескольких десятилетий. Так, d'Amador (1837) ошибочно обвинил Луи в рекомендации невозможного по его мнению приложения теории вероятностей.

Gavarret (1840) чётко указал на недостаточность количественного метода, ввёл в медицинскую науку две формулы, способствующие приложению теории вероятностей, – формулу нормального приближения биномиального распределения и оценки значимости расхождения между

частотами успеха в двух сериях пуассоновых испытаний. Он привёл примеры применения второй формулы и в частности обсудил сравнение различных методов лечения и проверку начальной гипотезы (как она теперь называется). К примеру, на с. 194 он указал:

*Первая задача наблюдателя, который установил различие между результатами двух длинных рядов наблюдений, состоит в проверке, не является ли неправильность просто кажущейся, или же она реальна и указывает на вмешательство возмущающей причины; и далее он должен [...] попытаться определить эту причину.*

До изучения медицины Гаварре закончил Политехническую школу, в которой был студентом Пуассона. Он (1840, с. хiii) тепло отозвался о своём учителе:

*Лишь после длительных раздумий над лекциями и сочинениями великого геометра мы смогли познать [...] всю обширность систематического применения экспериментального метода в искусстве врачевания.*

Итак, Гаварре популяризовал теорию вероятностей и ввёл принцип проверки начальной гипотезы, притом фактически в естествознании в целом. Этот принцип допустимо считать логическим завершением мысли Пуассона о значимости эмпирических расхождений. Книга Гаварре стала общеизвестной, и многие авторы повторили его рекомендации, но время для медицинской статистики ещё не подошло, и при бурных успехах хирургии в середине XIX в. (внедрение анестезии и антисептики) о нём не вспомнили. И неудивительно! Гаварре, как и Пуассон, основывался на существовании большого числа наблюдений, см. также ниже. Пуассон (1937, с. VI), правда, лишь в подстрочном примечании к *Содержанию* этой книги, заявил, что *медицина не будет ни искусством, ни наукой, пока не станет основываться на многочисленных наблюдениях*. По смыслу всего дальнейшего, он имел в виду не клинические, а численные наблюдения.

Большое число наблюдений! Однако, по крайней мере с середины XVIII в. (Bull 1959, с. 227) ценные выводы были получены в медицине и без того. Но только Liebermeister (прим. 1877, с. 935 – 940) решительно возразил Гаварре и Пуассону. Он заявил:

*Нам, практическим врачам, теоретики частенько указывают в категорической форме, что все наши выводы о преимуществе или недостатках тех или иных методов лечения, поскольку они основаны на статистике действительно имевших место результатов, просто висят в воздухе, коль скоро мы не*

применяем строгих правил теории вероятностей. [...] Если врачи до сих пор так редко применяли теорию вероятностей, то причину этого следует искать не столько в том, что они иногда не придавали должного значения этой дисциплине, а главным образом в том, что ее аналитический аппарат был слишком несовершенен и неудобен. [...] И вот математики говорят: Вы, врачи, если хотите получить надежные выводы, работайте всегда с большими числами; вы обязаны собирать тысячи или сотни тысяч наблюдений. [...] [Это невозможно.] Но если же это условие выполнено, то часто окажется спорным, будет ли столь действительно необходима теория вероятностей. ...

Сотни тысяч Либермейстер упомянул напрасно, зато не указал, что наблюдения должны были быть ещё как-то разбиты на группы в соответствии со многими характеристиками пациентов. И всё-таки заметим, что многочисленные наблюдения нужны в эпидемиологии.

Гаварре принял, как и Пуассон в отдельных задачах, до некоторой степени произвольно в качестве достаточной вероятности 0.9953 или 212:213. ... Если шансы успешности двух методов лечения относятся всего лишь как 10:1, разве этого недостаточно, добавил Либермейстер, а современная статистика действительно никак не может ограничиваться случаем большого числа наблюдений. Статистики лишь недавно обнаружили его сочинение, написанное как бы специалистом по математической статистике, и его можно считать пионером медицинской статистики. Freudenthal & Steiner (1966, с. 181 – 182) бездоказательно и ошибочно приписали Гаварре, а не Либермейстеру переход от безусловной уверенности к разумной степени вероятности.

### Библиография

**Гнеденко Б. В., Шейнин О. Б.** (1978), Теория вероятностей. Глава в книге *Математика XIX века*. Ред. А. Н. Колмогоров, А. П. Юшкевич. М., с. 184 – 240.

**Колмогоров А. Н.** (1954), Малых чисел закон. БСЭ, 2-е изд., т. 26, с. 169.

**Шейнин О. Б., Sheynin O.** (1977), Early history of the theory of probability. *Arch. Hist. Ex. Sci.*, vol. 17, pp. 201 – 259.

--- (1978), Poisson's work in probability. *Ibidem*, vol. 18, pp. 245 – 300.

--- (1982), On the history of medical statistics. *Ibidem*, vol. 26, pp. 241 – 286.

--- (1990), *А. А. Чупров. Жизнь, творчество, переписка*. М., 2010.

--- (1991), Poincaré's work in probability. *Arch. Hist. Ex. Sci.*, vol. 42, pp. 137 – 172.

--- (1997), А. А. Марков и страхование жизни. *Историко-математич. исследования*, вып. 2 (37), с. 22 – 33.

--- (2007), Euler's work in probability and statistics. In *Euler Reconsidered. Tercentenary Essays*. Heber City, Uta, pp. 281 – 316.

--- (2008), Bortkiewicz' alleged discovery: the law of small numbers. *Hist. Scientiarum*, vol. 18, pp. 36 – 48.

--- (2011), Обратный закон больших чисел. *Историко-математич. исследования*, вып. 14 (49), с. 212 – 219.

**d'Amador R.** (1837), *Mémoire sur le calcul des probabilités appliqué à la médecine*. Paris.

**Arago F., Arago Ф.** (1854, доклад 1850 г., франц.), Пуассон. *Биографии знаменитых астрономов, физиков и геометров*, т. 3. СПб, 1861, с. 1 – 56.

- von Bortkiewicz L.** (1898), *Das Gesetz der kleinen Zahlen*. Leipzig.
- Bull J. P.** (1959), The historical development of clinical therapeutic trials. *J. Chronic Diseases*, vol. 10, pp. 218 – 248.
- Double F. J., rapporteur, Dulong P. L., Larrey F. H., Poisson S. D.** (1835), Review of Civiale, Recherches de statistique sur l'affection calculuse. *C. r. Acad. Sci. Paris*, t. 1, pp. 167 – 177.
- Euler L.** (1776), Eclaircissements sur les établissements publics en faveur tant des veuves que des morts etc. *Opera Omnia*, ser. 1, t. 7. Leipzig – Berlin, 1923, pp. 181 – 245.
- Fourier J. B. J., rapporteur, Poisson S. D., Lacroix S.-F.** (1821, publ. 1826), Rapport sur les tontines. In Fourier (1890), *Oeuvres*, t. 2. Paris, pp. 617 – 633.
- Freudenthal H., Steiner H.-G.** (1966), Die Anfänge der Wahrscheinlichkeitsrechnung. In *Grundzüge der Mathematik*, Bd. 4, Göttingen, pp. 149 – 195.
- Gauss C. F.** (1929), *Werke*, Bd. 12. Göttingen. All 12 volumes of the *Werke* reprinted: Hildesheim, 1973 – 1981.
- Gavarret J.** (1840), *Principes généraux de statistique médicale*. Paris.
- Gillispie C.** (1963), Intellectual factors in the background of analysis by probabilities. In: *Scientific Change*. Ed., A. C. Crombie. New York, 1963, pp. 431 – 453.
- Heyde C. C., Seneta E.** (1977), *I. J. Bienaymé*. New York.
- Laplace P. S., Лаплас П. С.** (1812), *Théorie analytique des probabilités*. *Oeuvr. Compl.*, t. 7. Paris, 1886.
- (1814, франц.), Опыт философии теории вероятностей. В книге Прохоров Ю. В., ред. (1999), *Вероятность и математическая статистика*. *Энциклопедия*. М., с. 834 – 863.
- Libri-Carrucci G. B. I. T., rapporteur, Lacroix S. F., Poisson S. D.** (1834), Report on Bienaymé's manuscript. *Procès verbaux des séances Acad. Sci. Paris*, t. 10, pp. 533 – 535.
- Liebermeister C.** (ca. 1877), Über Wahrscheinlichkeitsrechnung in Anwendung auf therapeutische Statistik. In *Sammlung klinischer Vorträge*. Innere Medizin, NNo. 31 – 61. Leipzig, no date, No. 39 (No. 110 of the whole series), pp. 935 – 962.
- Maciejewski C.** (1911), *Nouveaux fondements de la théorie de la statistique*. Paris.
- Mill J. S., Милль Дж. С.** (1843, англ.), *Система логики*. СПб, 1914. [М., 2011.]
- Poincaré H., Пуанкаре А.** (1896, франц.), *Теория вероятностей*. Ижевск, 1999.
- Poisson S.-D.** (1824), Observations relatives au nombre de naissances des deux sexes. *Annuaire de Bureau des longitudes pour 1825*, pp. 98 – 99.
- (1830), Sur la proportion des naissances des filles et des garçons. *Mém. Acad. Sci. Paris*, t. 9, pp. 239 – 308. Preceded by the note of 1824.
- (1833), Discours prononcé aux funérailles de M. Legendre. *J. für d. reine u. angew. Math.*, Bd. 10, pp. 360 – 363.
- (1836, April 11 and 18), Note sur la loi des grandes nombres. *C. r. Acad. Sci. Paris*, t. 2, pp. 377 – 382, 395 – 400.
- (1837a), *Recherches sur la probabilité des jugements en matière criminelle et en matière civile*. Paris. Also Paris, 2003.
- (1837b), Elements du calcul des probabilités et arithmétique sociale, this being a part of the *Programmes de l'enseignement de l'Ecole Polytechnique [...] pour l'année scolaire 1836 – 1837*. Paris.
- (1837c), Sur la probabilité du tir a la cible. *Mémorial d'artillerie*, No. 4, pp. 59 – 94.
- Quetelet A.** (1846), *Lettres sur la théorie des probabilités*. Bruxelles.
- (1869), *Physique sociale*, tt. 1 – 2. Bruxelles.

## IX

Д. А. МакКензи

### Политические взгляды Карла Пирсона

Donald A. MacKenzie, Pearson's Politics.

In author's *Statistics in Britain, 1865 – 1930*. Edinburgh, 1981, pp. 75 – 79

Политические взгляды Пирсона, видимо, в основном оформились в 1879 – 1888 гг. В 1879 г., в возрасте 22 лет он с отличием по математике окончил Кембриджский университет и получил стипендию от Кингс-колледж<sup>1</sup>, которая обеспечила его вплоть до 1884 г., когда он стал профессором прикладной математики и механики в лондонском University College.

Промежуточные годы прошли в путешествиях и учении (особенно – в Германии), размышлениях, чтении лекций и составлении работ. Казалось, что математика в то время интересовала его намного меньше, чем общие политические, философские и исторические изыскания. В 1888 г. он выпустил сборник очерков, в котором ясно проявилась его точка зрения.

Для профессионального среднего класса викторианской эпохи детство К. П. не было исключительным. Сын юриста, стремящегося повысить своё социальное положение, независимо мыслящего, много работающего и довольно строгого человека, Пирсон, видимо, был болезненным, думающим ребёнком [подростком], устремленным в науку<sup>2</sup>. На последнем курсе университета он утратил христианскую веру, что не было необычным. *Думаю, что определённо отвергнул христианство*, – написал он (1877, с. 33)<sup>3</sup>.

В 1877 – 1879 гг. он в одиночку восстал в Кингс-колледж, в конце-концов удачно, против принудительных лекций по богословию<sup>4</sup>. Вместо религиозных начал появляться у него мирские и социальные заботы: *Наш бог – благосостояние расы* (там же, с. 40). Нищета и убожество викторианской Англии и благодушная поверхностность Кембриджского университета<sup>5</sup>, – вот темы, которые возникали в его мыслях. Впрочем, в его трудах не проявлялась никакая ясная альтернатива обычной викторианской мудрости.

Побуждением к развитию такой альтернативы были, видимо, его контакты 1879 – 1880 гг. с немецкой социал-демократией. В Гейдельберге, желая практиковаться в немецкой разговорной речи, он подружился со студентом и социал-демократом Рафаелем Вертхаймером. Молодой человек, происходивший из среднего класса в Британии, которая всё ещё ожидала “социалистического возрождения” 1880-х годов, открыл для себя новый мир радикальной политики, *Капитал* Маркса и полицейские обыски<sup>6</sup>.

Очень скоро Пирсон ознакомился со всем спектром социалистической мысли от мятежного анархизма до “государственного социализма” Бисмарка<sup>7</sup> и начал выстраивать свою собственную политическую точку зрения. Он выразил её в

своих опубликованных и неопубликованных работах в ранние 1880-е годы, и по тому времени она несомненно была социалистической, но ни в коей мере не революционной. Социалистическое движение представлялось ему разделённым на то, что теперь мы назвали бы *революционным* и *реформистским* лагерями, и он явно относил себя ко второму.

К. П. чувствовал, что капитализм типа *laissez-faire* [при невмешательстве государства] был системой непроизводительной анархической конкуренции. Его надо было заменить государственным планированием и сосредоточением всего капитала у государства. Капиталистам следовало возместить потерю собственности в результате медленной и постепенной реформы, но не пытаться заменить систему революционными средствами. Следовало избегать классовых конфликтов; вместо них социалисты должны проповедывать классовую гармонию и преданность, которую все граждане обязаны испытывать по отношению к государству.

Об “отмирании” государства при социализме и речи не было, оно всё ещё виделось как власть организации официальных лиц, которым вверено планирование и управление. Это была та политическая позиция, которая с учреждением Фабианского общества стала у нас выдающейся. Следует, впрочем, подчеркнуть, что взгляды Пирсона сформировались независимо и до этого. Насколько мне известно, он не входил в это общество, хотя и был политически ближе всего к нему, был лично знаком с такими руководителями фабианцев как С. Уэбб и Дж. Б. Шоу, а в своих опубликованных трудах, особенно в (1890), сильно сочувствовал их делу.

Как мы предположили в гл. 2, можно вслед за Hobsbawm (1968) рассматривать фабианство как политическое выражение интересов зарождавшегося слоя канцелярских работников и квалифицированных кадров. Будучи расстроены системой *laissez-faire*, они обратились к социализму, а именно к отборному социализму плановиков, администраторов и экспертов без всякой “классовой преданности” или обязательств по отношению к классу работников физического труда.

Ранние сочинения К. П. являются интересным свидетельством этой точки зрения. Он (1881 – 1882, с. 2) описал существование четырёх основных социальных классов, основанных, соответственно, на *рождении, капитале, образовании* и физическом труде. Далее, он (1881b, с. 269) подразделил рабочий класс на *лучший класс рабочего люда* и *бессловесную беспомощную массу наших громадных городов, т. е., попросту говоря, пролетариат*.

Пирсон выделил два основных полюса. “Положительным” был класс, основанный на *образовании*, интересы которого были решительно отличны от чаяний тех, кто входил в классы, основанные на *рождении* и *капитале*. *У того, кто зарабатывает свой хлеб мозгами, так же мало капитала, как и у рабочего* (1881 – 1882, с. 6). “Отрицательным” полюсом был *пролетариат*. Его

следовало презирать за вырождение, но, что было важнее, следовало бояться его возможности бунтовать.

Политические взгляды Пирсона выработались [в описании] напряжений между этими полюсами, что он (1881b) и высказал чрезвычайно ясно. Лондонскую бедноту он (там же, с. 269) рассматривал как революционную угрозу:

*Эти истощённые создания, хоть и выглядят слабыми и ничтожными, достаточно сильны, чтобы сломать тот полудюймовый стеклянный слой, который отделяет их от требуемого им оружия.*

Последствия такой революции были бы катастрофическими: *ночь, самая чёрная ночь. Для её предотвращения революция должна быть произведена сверху. Общество, разделённое на слои по богатству, быть может удастся заменить обществом, разделённым по образованию и культуре* (там же, с. 270):

*Материальная мощь будет возможно ровнее разделена между различными классами, но интеллектуальная мощь образует шкалу, по которой можно будет, как это требуется, градуировать общество. Эта мощь определит, будет ли призванием данного человека уборка мусора с улиц, или руководство нацией.*

И К. П. пессимистически заключает (там же), что *правлящая буржуазия* вряд ли с лёгкостью воспримет переход от плутократии к управлению по достоинству: *Мы, кажется, беспомощно дрейфуем к краю ужасной и неизвестной пропасти.*

В другом сочинении Пирсон (1886b, с. 407) призывал к общему фронту профессионалов и работников физического труда против праздных богачей:

*Как плохо обычно воспринимается идея товарищества между работниками физического и умственного труда! Когда же они объединятся, чтобы изгнать трутней из сообщества?*

Интеллигенты Британии должны последовать примеру своих русских коллег и тесно связаться с народным движением. Основанием для подобного союза служит своекорыстие, а не альтруизм, и Пирсон (там же) цитирует С. Степняка<sup>8</sup>:

*Если крестьяне преуспевают, классы образованных людей будут тоже преуспевать. Если крестьяне станут хозяевами своей судьбы, обладать свободой и действительным, а не вымышленным самоуправлением, образованные люди обретут всё политическое и социальное влияние, причитающееся им как управляющим, учителям и политическим представителям масс.*

В Британии, заявил Пирсон (1888, с. 348), существует правящий класс, состоящий из *землевладельцев и владельцев*

капитала. Он не допускает к власти *просветительный и продуктивный классы*. И Пирсон призывал к переходу от социальной системы, основанной на богатстве, к системе, основанной на труде. Это, однако, не означало просто физического труда (там же, с. 353):

*Человек, который загружает корабль, не более и не менее рабочий, чем капитан, который ведёт его через океан. И ни тот, ни другой не более рабочий, чем математик или астроном, чьи вычисления и наблюдения позволяют капитану определять нужное направление.*

Все виды труда – необходимые части его единого разделения и потому *аксиомой* социализма является утверждение, что *все виды труда равно почётны*. И всё же К. П. вряд ли сомневался в том, что в конце концов умственная работа важнее физической (там же, с. 355):

*Есть работа руками, которая обеспечивает необходимым всё общество; есть и умственная, которая даёт нам всё, что мы называем прогрессом и позволяет каждому обществу (any individual society) сохранять своё место в битве жизни<sup>9</sup>, – работа, которая обучает и организует.*

Итак, социализм Пирсона вовсе не подразумевает отождествления с рабочим классом. Он был предан классу *умственного труда*, не был поборником равноправия, и его социализм, как и группы немецких катедер-социалистов, которыми он восхищался, вполне можно описать как *профессорский*<sup>10</sup>. Можно считать, что политическая позиция Пирсона соответствовала интересам возникающего профессионального среднего класса. Она представляла собой стратегию сдерживания революционного давления постепенными реформами с медленным вытеснением буржуазии из позиции власти и замены общества, основанного на богатстве, на общество, основанное на знаниях и умственном мастерстве.

При полном развитии точку зрения К. П. можно в некотором смысле считать более последовательной, чем фабианство. Так, решающая проблема, по которой он отличался от большинства фабианцев, состояла в политической демократии и расширении избирательного права. Фабианцы считали всеобщее избирательное право дорогой к социализму, с чем Пирсон не был согласен<sup>11</sup>.

В рецензии на первое издание *Fabian Essays* он (1890, с. 198) указывал:

*Лично я боюсь необразованной демократии в такой же степени, как и предубеждённой аристократии. [...] Мы можем только протестовать против этого отождествления социалиста и социал-демократа.*

Пирсон обрисовал свой идеал в другом сочинении (1888, с. 322): *Осторожное направление социального прогресса несколькими отобранными лицами*. Как можно понять это отклонение? Но если отвлечься от этой проблемы, взгляды Пирсона на социалистическую стратегию почти совпадали с мнением фабианцев. Дело было не в том, что К. П. придерживался более предвзятого отрицательного взгляда на рабочий класс, чем большинство фабианцев. К примеру, в 1899 г. журнал Фабианского общества *Today* не только одобрил план насильственного перевода хронической бедноты в трудовые поселения, но и восторгался им как предвестником желаемого введения коллективизма (Jones 1971, с. 314).

Это различие лучше всего понятно в качестве примера *особой* природы мышления Пирсона. Фабианцы стремились к политическому влиянию посредством либеральной, а затем лейбористской партии. Расширение избирательного права, как они рассчитывали, могло бы только увеличить давление в пользу социальных реформ и потому укрепить их положение. На *низшем уровне* структура британской политики требовала, чтобы они поддерживали расширение политической демократии, хоть критики фабианцев и чувствовали, что их обязательства по отношению к демократии не были безусловными. *В глубине души [их] главные руководители бюрократы, а не демократы*, – указывал один из них, которого цитировал Hobsbawm (1968, с. 264). С другой стороны, сочинения Пирсона не имели ничего общего с подсчётами тех или иных политических выгод. В этом смысле он был более последователен, чем фабианцы. Его точка зрения отражает лишь *общую* классовую структуру, тогда как их позиция учитывает и низший уровень институтов.

### Примечания

1. Точнее, К. П. окончил с отличием Кингс-колледж Кембриджского университета. О. Ш.

2. В Архиве Пирсона (Pearson Papers, University College London, С П D1) хранятся его интересные письма семье. Своего отца он описал в (1914 – 1930, т. 3А, с. 327 – 328). Для меня наиболее интересными были следующие работы о нём: E. S. Pearson (1936 – 1938), Norton (1978), Eisenhart (1974). Д. М.

3. Об отрицательном отношении Пирсона к религии свидетельствует и первый выпуск журнала биометрической школы, *Биометрика*, 1901 – 1902 гг. Известно, что Дарвин оказался причиной её появления, и редакционная статья в указанном выпуске этого журнала начиналась утверждением: *Проблема эволюции – это проблема статистики*.

Но вряд ли хорошо известно сильное позднее признание Пирсона (1923, с. 23): *Для нас, Дарвин был спасителем, тем, кто придал новое значение нашей жизни и миру, который мы населяем*.

И вот любопытное замечание, опубликованное после смерти Пирсона (1936, с. 33, Прим. 2):

*Лишённое обрядовости и племенной узости, еврейское отрицание Троицы является более высокой формой религиозной веры, чем её признание остальными [точнее, христианами]. О. Ш.*

4. См. переписку в Pearson Papers, С П D1J. Д. М. К. П. добился и отмены принудительного посещения университетской церкви (Eisenhart 1974, с. 447).

5. См., например, Пирсон (1877; 1881а). Д. М.

6. См. Norton (1978, с. 22 – 24) и письма К. П. Роберту Паркеру (Pearson Papers, С II D1). Д. М.

7. Впервые в мире Бисмарк ввёл некоторые элементы социального законодательства. О. Ш.

8. С. Степняк – псевдоним народника, террориста и публициста С. М. Кравчинского. О. Ш.

9. Либо здесь опечатка, либо Пирсон рассуждал о международном положении общества. О. Ш.

10. О катедер-социалистах см. Schumpeter (1954, с. 800 – 820). К. П. (1880; 1881 – 1882) описал свои контакты с их идеями. Д. М.

11. Кроме своих очень ранних политических мыслей. См. его письмо Паркеру 28 дек. 1879 г. (Pearson Papers, С II D1). Д. М.

## Библиография

### Карл Пирсон

1877, [First] common-place book. Pearson Papers, University College London, С II D1B.

1880, *The New Werther*. London.

1881a, Farewell to Cambridge. *Cambr. Rev.*, vol. 2, pp. 190 – 191.

1881b, Anarchy. *Ibidem*, pp. 268 – 270.

1881 – 1882, Social democracy in Germany. Pearson papers С II D2J.

1886b, The Russian storm-cloud. *Cambr. Rev.*, vol. 8, pp. 406 – 407.

1888, *The Ethic of Freethought*. Oxford.

1890, [Review of] Fabian Essays on Socialism. *The Academy*, vol. 37, pp. 197 – 199.

1897, *The Chances of Death* etc. London.

1914 – 1930, *The Life, Letters and Labours of Francis Galton*. Cambridge.

1923, *Darwin*. London.

1936, On Jewish – Gentile relations. *Biometrika*, vol. 28, pp. 32 – 33.

### Другие авторы

**Eisenhart C.** (1974), Pearson Karl. *Dict. Scient. Biogr.*, vol. 10, pp. 447 – 473.

**Hobsbawm E. J.** (1968), The Fabians reconsidered. In author's *Labouring Men: Studies in the History of Labour*. London, pp. 250 – 271.

**Jones G. S.** (1971), *Outcast London*. Oxford.

**Norton B. J.** (1978), Karl Pearson and statistics: the social origin of scientific innovation. *Social Studies of Science*, vol. 8, pp. 3 – 34.

**Pearson E. S.** (1936 – 1938), Karl Pearson: an appreciation of some aspects of his life and work. *Biometrika*, vol. 28, pp. 193 – 257; vol. 29, pp. 161 – 248.

**Schumpeter J. A.** (1954), *History of Economic Analysis*. New York.

## Х

О. Андерсон

### О методе последовательных конечных разностей

*Сб. статей, посвященный П. Б. Струве. Прага, 1925, с. 9 – 27*

[1] При изучении статистических рядов и в особенности при выяснении корреляционных связей, существующих между двумя или несколькими рядами, нередко возникает потребность в разложении их на отдельные компоненты. Предполагается, что каждая такая компонента ряда отражает влияние определённой группы воздействующих на него факторов. Так, например, модные теперь в русской статистической литературе исследования колебаний русских урожаев во времени (по данным за последние с лишком сто лет) привели к выводу (Ястремский 1922, с. 85), что

*Культура и погода резко размежевали сферы своего влияния: культура создаёт весьма плавный [...] уровень урожайности, погода же порождает беспорядочные, случайные отклонения от этого уровня.*

В связи с этим несколькими авторами (Н. Четвериковым, М. Семеновым, Б. Ястремским) делались попытки разложить ряд цифр, представляющих урожайность зерновых хлебов в России за последнее столетие, на два ряда: на плавный ряд векового хода изменения среднего уровня урожайности и на ряд, представляющий беспорядочные отклонения отдельных членов первоначального ряда от соответствующего им в данном году среднего уровня, вызываемые состоянием погоды и разного рода случайными причинами.

Известно много приёмов, имеющих своей целью разложение на компоненты изменяющегося во времени (или в пространстве) статистического ряда. Из них наиболее популярными в настоящее время являются методы гармонического анализа и методы нахождения парабол, наилучшим образом *сглаживающих, выравнивающих* данный ряд. Первые уместны там, где а priori можно ожидать наличия более или менее правильно периодически изменяющихся компонент, как, напр., у рядов, которые представляют явления, находящиеся в связи с суточным или годичным ходом температуры, с количеством атмосферных осадков по месяцам и т. п. Но там, где подобной периодичности ожидать нельзя, т. е. в большинстве случаев, с которыми, в отличие от метеоролога, приходится иметь дело на практике статистику-обществоведов, применение *гармонического анализа* в любой из его разновидностей довольно опасно<sup>1</sup>.

Здесь более целесообразны попытки представления хода *вековой* компоненты посредством соответственно подобранной параболы второго или высшего порядка. Для того, чтобы остановить свой выбор на том или ином уравнении параболы,

необходимо привлечение новых данных, характеризующих исследуемое явление (если таковые имеются), или же введение дополнительных гипотез относительно строения компонент разлагаемого ряда. Так, напр., делается допущение, что значения, принимаемые отдельными членами *остаточного ряда*, уже не зависят от величины соответствующих им членов *вековой компоненты*<sup>2</sup>. Или же, что члены *остаточного ряда* представляют из себя [собой] взаимно несвязанные чисто случайные отклонения от некоторого общего им всем среднего уровня, лишь как бы прикладываемые к изменяющемуся во времени уровню *вековой компоненты*<sup>3</sup>. Это допущение, как мы увидим ниже, также не всегда может быть оправдано.

[2] Предмет настоящей заметки составляет краткое описание служащего для той же цели (т. е. разложения сложных статистических рядов) *метода последовательных конечных разностей* или, короче, *разностного метода*<sup>4</sup>. Существенная особенность этого метода в отличие от обоих упомянутых выше заключается, прежде всего, в том, что при его посредстве возможно определить лишь основные сводные характеристики тех компонент, на которые разлагается ряд (да и то не всегда, как мы увидим), но немислимо, напр., найти числовые значения отдельных компонент ряда.

Основная идея метода последовательных конечных разностей является простым логическим развитием так называемого *Метода Cave – Hooker* (Cave-Browne-Cave 1904, pp. 407 et seq; Hooker 1905) и поэтому неудивительно, что к ней пришли одновременно и независимо друг от друга лица: Стюдент в Англии (Student 1914) и пишущий эти строки в С. Петербурге (Anderson 1914). Хотя последний владел новым методом ещё с 1910 года, но приоритет опубликования основной мысли принадлежит несомненно первому.

Представим себе, что какой-нибудь данный нам статистический ряд  $X_1, \dots, X_N$  состоит из двух компонент, из *главной эволюторной* или *секулярной* компоненты  $g_1, \dots, g_N$  и из *остаточной* компоненты  $s_1, \dots, s_N$ , так что  $X_i = g_i + s_i$ . Подвергнем этот ряд так называемому *конечному дифференцированию*. [...]

Таким образом, если *плавный* ряд  $g_i$  может быть в точности выражен уравнением параболы порядка не свыше  $(k - 1)$ -го, то в  $k$ -й конечной разности ряда  $X_i$  компонента  $g_i$  исчезнет совсем [а вместо  $s_i$  появится ряд  $\Delta^k s_1, \dots, \Delta^k s_{N-k}$ ]<sup>5</sup>.

*Если принять*, что  $s_i$  представляют из себя ряд эмпирических значений, получаемых случайной переменной при  $N$  последовательных испытаниях в предположении неизменного закона распределения значений и взаимной независимости испытаний, то может быть вполне строго доказано [равенство математических ожиданий величин

$$\sigma_k^2 = \frac{1}{C_{2k}^k} \frac{\sum_{i=1}^{N-k} (\Delta^k s_i)^2}{N-k}, \quad \frac{\sum_{i=1}^N (s_i - \bar{s})^2}{N-1}. ]$$

Значение второй дроби предполагается известным. В обозначениях А. А. Чупрова она записывается в виде

$$\mu_2 = E(s_i - Es)^2.$$

[Ошибка от замены второй дроби первой выражается *весьма сложной* формулой, которую автор приводит без вывода лишь для нормального закона. Далее автор выписывает коэффициент корреляции  $\rho_k$  между одноименными членами ряда, рассмотренного выше, и ряда  $Y_i$  подобного же состава и снова записывает аналогичную ошибку лишь для нормального закона. Указанные формулы автор заимствовал из своих прежних статей (1914; 1923).]

Конечно, вопреки Persons (1917)  $X_i$  и  $Y_i$  вовсе не должны совпадать во времени, и существование отставания совершенно не противоречит условиям применимости метода.

[3] Если бы метод последовательных конечных разностей оправдывался лишь в том случае, когда компонента  $g$  может быть в точности выражена уравнением параболы невысокого порядка, а *остаточный ряд*  $s$  строго соответствует скале [схеме] ряда независимых испытаний в данной выше формулировке, то практическое значение метода было бы весьма близко к нулю. В действительности, однако, вовсе не требуется полное исчезновение компоненты  $\Delta g$ . Совершенно достаточно, если с каждой новой конечной разностью она (хотя бы и увеличиваясь абсолютно) становится всё меньше относительно (т. е. по сравнению с соответствующей ей  $\Delta s$ ), так что, начиная с некоторой сравнительно невысокой  $k$ -й разности, наличие компоненты  $\Delta^k g_i$  отражается лишь на третьем или четвёртом десятичном знаке [эмпирического ожидания  $\sigma_k^2$  или  $\rho_k$ ]. В таком случае может быть выделена целая группа, – *группа G*, – компонент рядов, исключаемых посредством разностного метода.

Сюда войдут не только параболические ряды, но и большинство рядов, выразимых тригонометрическими функциями, напр. синусоидами, если последние обладают положительной корреляцией между соседними членами, т. е. если в полный период (волну) у них входит не менее четырёх членов ряда. Сюда же войдёт много других типов, общим свойством которых также будет положительная корреляционная связь между соседними членами.

С другой стороны, может быть выделена другая группа, – группа  $R$ , – члены которой будут отличаться тем свойством, что для них математические ожидания величин  $\sigma_k^2$  и  $\rho_k$  (при предельном  $N$ ) с ростом  $k$  не изменяются, или по крайней мере стремятся к некоторому постоянному пределу. Сюда, кроме рядов, соответствующих схеме независимых испытаний, войдут также ряды, соответствующие схеме *невозвращаемого шара или билета* и вообще ряды равномерные (Tschuprov 1923, No. 3, p. 469; 1922/1960; с. 155 прим.). Остальные ряды этой группы обладают гораздо более искусственной структурой, так что

вероятность натолкнуться на них в статистической практике весьма близка к нулю (Anderson 1923, p. 146 note).

Наконец, может быть выделена ещё одна категория рядов, – группа  $Z$ . Члены рядов, входящих в эту группу, при конечном дифференцировании растут скорее, чем у группы  $R$ , их сравнительное значение с каждой разностью увеличивается, и поэтому математические ожидания величин  $\sigma_k^2$  (а часто, но не всегда, и  $\rho_k$ ) не делаются константными после исключения *плавной* компоненты  $g$ . В группу  $Z$  кроме синусоид с коротким периодом (менее четырёх членов в полной волне), влияние которых, как мы увидим ниже, может быть обезврежено, входит несколько других типов. Их общим признаком (условием необходимым, но не достаточным) является *отрицательная* связь между соседними членами ряда, придающая им на диаграмме зигзагообразный, *зубчатый* вид.

Ряды, которые при последовательном конечном дифференцировании сначала *ведут себя* как один из вышеупомянутых трёх типов, а затем, как другой, могут быть рассматриваемы как алгебраические суммы двух или нескольких разностных рядов. Изучение свойств рядов, входящих в каждую группу, а также выяснение вопроса, насколько предлагаемая классификация уместна и за пределами применения разностного метода, должны составить предмет отдельной монографии, подготовляемой автором<sup>6</sup>. В соответствии с изложенным, техника применения метода последовательных конечных разностей устанавливается следующая.

[4] 1. Для каждого из изучаемых статистических рядов находятся первые, вторые, ...,  $k$ -е конечные разности (на практике  $k$  большей частью не превысит шести или семи) и вычисляются величины

$$\sigma_0^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})^2}{N-1}, \quad \sigma_k^2 = \frac{1}{C_{2k}^k} \frac{\sum_{i=1}^{N-k} \Delta^k X_i^2}{N-k} \quad \text{при } k = 1, 2, \dots$$

2. Если, начиная с некоторой  $j$ -й конечной разности, ряд значений  $\sigma_k^2$  установится на более или менее постоянном уровне, то можно предположить, что в ряде  $X$  действительно имеется компонента типа  $R$  и что, за исключением компоненты типа  $G$ , полученное нами теперь  $\sigma_j^2$  равняется квадрату среднего квадратического отклонения этой компоненты  $R$ , конечно modo Bernoulliano (если позволено будет применить здесь выражение, с лёгкой руки проф. В. И. Романовского начинающее входить в употребление среди русских статистиков). Чем длиннее ряд  $\sigma_j^2, \sigma_{j+1}^2, \dots$ , сделавшихся приблизительно константными, тем вероятнее подобное предположение.

3. Если и другой, обрабатываемый по разностному методу ряд, начиная с некоторой  $l$ -й конечной разности будет давать

приблизительно постоянный ряд  $\sigma_l^2, \sigma_{l+1}^2, \dots$  (для конкретности предположим, что  $j \geq l$ ), то мы вправе предположить, что  $\rho_j$ , эмпирический коэффициент корреляции между  $j$ -ми конечными разностями обеих сравнительных [сравниваемых] рядов, будет приблизительно равен коэффициенту корреляции между их компонентами типа  $R$ , действительно имеющихся налицо, если, конечно, ряд  $\rho_j, \rho_{j+1}, \dots$  сам будет давать приблизительно константные значения.

4. При применении разностного метода необходимо всё время иметь в виду, что между соседними величинами ряда  $\sigma_0^2, \sigma_1^2, \dots$  существует сильная прямая [зависимость], с каждой новой разностью становящаяся более тесной. Поэтому медленно убывающий или медленно возрастающий ряд  $\sigma_0^2, \sigma_1^2, \dots$  вовсе не доказывает наличия в обрабатываемом ряде компоненты  $G$  или  $Z$ , если только отклонения членов этого ряда от постоянного уровня не превышают допустимой ошибки, которую устанавливают по формуле<sup>7</sup>

$$\sqrt{E(\sigma_x^2 - \mu_2^2)^2}.$$

Невнимание к этому обстоятельству было причиной многих промахов, делавшихся и сторонниками, и критиками метода последовательных конечных разностей.

5. Если ряд  $\sigma_0^2, \sigma_1^2, \dots$  или ряд  $\rho_0, \rho_1, \dots$  явно приводит к более или менее постоянному пределу, то мы вправе предположить, что в изучаемом нами ряде компонента типа  $R$  либо отсутствует, либо заглушается компонентой типа  $Z$ . Применение разностного метода не даёт в таком случае положительных результатов.

Здесь необходимо сделать некоторую оговорку. Юл, в своей большой статье (Yule 1921), посвящённой критике метода последовательных конечных разностей, особенно настаивает на том, что зигзагообразные ряды, выразимые синусоидами типа

$$u_i = A \sin\left[2\pi \frac{t + \tau + ih}{T}\right],$$

где  $T$  означает период,  $\tau$  – фазу,  $h$  – интервал и  $A$  – амплитуду, легко заглушают при конечном дифференцировании компоненту типа  $R$ , если  $h$  находится в пределах  $T/6 < h < 5T/6$ , т. е. если *полную волну* составляет не более шести членов ряда.

На самом деле опасными для разностного метода являются лишь ряды с *волнами*, охватывающими не более четырёх членов, но и их влияние может быть устранено при помощи следующего логически простого приёма. Если компонента типа  $Z$  представляет правильный периодический ряд, соответствующий юловской формуле, то в случае полутора членного, двучленного, трёхчленного или шестичленного периода её члены через шесть, т. е. первый, седьмой, тринадцатый и т. д., будут строго равны друг другу, а в случае дву-, четырёх- или восьмичленного периода, равны друг другу будут члены через восемь. Отсюда следует, что для ряда  $X_1, \dots, X_N$  разности  $X_1 - X_7, X_2 - X_8, \dots, X_{N-6} - X_N$ , не будут заключать в себе никаких юловских синусоид с периодом в  $1\frac{1}{2}, 2, 3$  или  $6$  членов, а разности  $X_1 - X_9, X_2 - X_{10}, \dots, X_{N-8} - X_N$  – никаких синусоид с периодом в  $2, 4$  или  $8$  членов.

Если мы условимся обозначать через  $X_{k,i}$  разность  $X_i - X_{i+k}$ , то может быть строго доказано, что для рядов типа  $R$  при непременном условии, что  $j \leq k - 1$  имеют место следующие равенства [следуют сложно записываемые формулы, представляющие  $\mu_2$  в функции ожидания  $\sum \Delta^j X_{k,i}^2$  при переменном  $i$ .]

Таким образом, посредством соответствующего подбора  $k$  и  $j$  всякая правильная волнообразная компонента с постоянным периодом (целым или дробным) может быть без большого труда исключена из изучаемого ряда<sup>8</sup>. Опасны для разностного метода и могут сделать его применение невозможным не эти правильно изменяющиеся ряды, а те беспорядочно колеблющиеся зигзагообразные компоненты типа  $Z$ , закон изменения которых не может быть выражен никакой простой формулой.

[5] После периода первых увлечений и неумеренных похвал, которых удостоил новый метод корифей английской математико-статистической школы проф. К. Пирсон, в 1914 и 1915 гг.<sup>9</sup> наступила пора более критического к нему отношения. Целый ряд авторов, начиная с Brownlee (1917) и продолжая уже цитированными выше Персонсом и Юлом, выступили со своими возражениями. В настоящее время разностный метод является предметом оживлённой, подчас даже довольно резкой полемики между его сторонниками и противниками<sup>10</sup>.

Если отвлечься от определённых промахов, вызванных неясным пониманием сущности метода<sup>11</sup> или недостаточной математической подготовкой его критиков, то большинство возражений правильно улавливает слабое место метода последовательных конечных разностей: возможность неудачи его применения в случае наличия в разлагаемом ряде сложной компоненты типа  $Z$ . Здесь мало помогает включение в группу  $R$ , кроме рядов, удовлетворяющих известной схеме *возвращаемого шара* (для которых метод был первоначально разработан), также

рядов равномерных и, в частности, соответствующих схеме *не возвращаемого шара*.

Если бы оказалось, что каждый разлагаемый статистический ряд включает в себе сильную компоненту типа  $Z$ , или же, что компоненты типа  $R$  на практике вообще не встречаются, то, разумеется, метод последовательных конечных разностей следовало бы признать подлежащим полному исключению из арсенала статистика-математика. Быть может подобный исход даже гармонизировал бы с общим направлением статистической мысли, которая как будто всё более ведёт к отказу от гипотезы взаимной независимости испытаний (Tschuprow 1923, pp. 471, 681).

Но не абстрактные рассуждения и искусственно подобранные синусоиды, а лишь конкретные исследования рядов, взятых из различных областей статистической практики, могут разрешить этот вопрос. Таких исследований было до сих пор произведено слишком мало, и, что ещё важнее, они были сделаны для этого недостаточно чисто, особенно если иметь в виду ту связь, которая существовала между проблемами применения разностного метода и *теорией устойчивости статистических рядов*. Да дозволено будет коснуться вкратце и этой темы.

[6] [Со ссылкой на Чупрова (1918 – 1919 нем., 1918/1968, с. 155) автор приводит формулу коэффициента дисперсии для ряда, разбитого на  $r$  серий по  $n$  наблюдений в каждой и замечает, что если ряд является суммой групп  $G$ ,  $R$  и  $Z$ , то при возрастании  $n$  главным в коэффициенте дисперсии окажется группа  $G$ . Далее автор предлагает аналогичный коэффициент  $\sigma_n^2 / \sigma_0^2$  для разностного метода. В этом случае при возрастании  $n$  увеличивается роль групп  $R$  и особенно  $Z$  (Borel 1909b)<sup>12</sup>.]

Вместо этого [нового] коэффициента в некоторых отношениях удобнее пользоваться рядом

$$O_n = \frac{\sigma_n^2 - \sigma_{n-1}^2}{\sigma_{n-1}^2}, \quad n = 0, 1, \dots$$

Смысл величины  $O_i$  весьма прост: он представляет прирост  $\sigma_i^2$  в отношении  $\sigma_{i-1}^2$ . Если при  $(i-1)$ -м конечном дифференцировании удалось исключить компоненту  $G$  и если компонента  $Z$  в ряде отсутствует, то  $EO_i = 0$ . При наличии компоненты  $G$ , ещё преобладающей над  $Z$ ,  $EO_i < 0$ . Минимальный достижимый предел для  $O_i$  есть  $-1$ . При преобладании компоненты  $Z$   $EO_i > 0$ . Максимально достижимый предел для  $O_i$  есть  $1/(2i-1)$ <sup>13</sup>.

Вычисление величин  $O_i$  в известных случаях может дать новый подход к выяснению *стохастических предпосылок* изучаемого ряда и заменить нахождение  $Q^2$  или *wesentliche Schwankungskomponente* [существенной компоненты колебаний]. Выгоды коэффициентов  $O_i$  заключаются в том, 1) что в точности известны их верхний и нижний пределы, 2) что они благодаря этому до некоторой степени могут служить мерой сравнительного

влияния компоненты  $G$  или  $Z$ , 3) что они весьма чувствительны к *Zeitfolge zufälliger Ereignisse* [порядку во времени случайных событий], т. е. как раз к той характеристике случайного ряда, которую лишь в смягчённой форме улавливает  $Q^2$ . Поэтому можно предполагать, они могли бы выявить наличие в изучаемом ряде компоненты  $Z$  там, где коэффициент  $Q^2$  давал бы основание предполагать один тип  $R$ , и наличие  $R$  там, где  $Q^2$  реагирует главным образом на  $G$ . Величины  $O_i$  могли бы пригодиться и в тех случаях, когда критерием правильного сглаживания ряда выставляется требование, чтобы для *остаточного ряда* коэффициент  $Q^2$  приблизительно равнялся единице. Более подробное изучение намеченных здесь вопросов должно составить предмет отдельной статьи.

### Примечания автора

1. Каждая функция, например, треугольник (?), может быть достаточно хорошо аппроксимирована должным числом периодических членов. Но отсюда не следует, что это представление имеет либо какое-то существенное значение, либо хоть самую незначительную ценность, если применять его для экстраполяции, т. е. предсказания (Pearson & Elderton 1923, p. 281).

2. Как раз на случае урожайного ряда нетрудно усмотреть неполную точность подобного рода допущений. Вполне естественно предположить, напр., что чем выше культура земли, тем выше делается поэтому средний уровень урожайности, тем меньше будет размах колебаний урожая, вызываемых *погодой*, так как тщательнее обработанное поле лучше выдерживает засуху и т. д. Нечто подобное имел, вероятно, в виду и М. Подтягин в своей критике доклада Н. С. Четверикова (1923b) в *Кружке математич. статистики и теории вероятностей*.

Как указывает Эшшер (Esscher, год?, с. 27), в Швеции за последние 3 – 4 десятилетия общ. смертность довольно непрерывно понижалась, притом в то же время колебания цифр смертности существенно убывали.

3. Так, в сущности, поступает и Ястремский (1922, с. 79), выводя свой объективный критерий для суждения о степени годности выравнивания.

4. *Variate-Difference Method*, как окрестил его проф. К. Пирсон. Первоначально (ср. В. М. Cave & Pearson 1914, p. 341) в его название входило суживающее смысл слово *correlation*, которое сам Пирсон впоследствии выбросил.

5. Предполагается  $k$  сравнительно небольшое. Как известно, любой ряд в  $N$  членов может быть однозначно выражен параболой не выше  $(N - 1)$ -го порядка.

6. Каким образом получают разнотипные компоненты ряда, может быть показано на следующей схеме, наиболее общей из тех, которые предложены как математический базис для статистического изучения ряда, ср. Tschuprow (1923, с. 466 и 472). Даны  $N$  переменных  $x_1, x_2, \dots, x_N$ , из которых каждая может следовать своему собственному закону распределения, и произведено  $N$  испытаний над этими переменными, первое, над  $x_1$ , второе, над  $x_2, \dots$ , последнее, над  $x_N$ . Эти испытания могут находиться между собой в любой связи. Условимся обозначать через  $x'$  ту случайную величину, которую приняла при испытании переменная  $x_i$ . Ряд  $x'_1, x'_2, \dots, x'_N$  и подлежит нашему изучению. Как доказал проф. А. А. Чупров (там же, с. 468), для того, чтобы сделать статистическое исследование подобного ряда плодотворным, необходимо введение дополнительных гипотез относительно природы связи между отдельными испытаниями и законов их распределения.

Гипотезы эти могут быть различны. Так, напр., для вывода формулы так называемой *существенной компоненты колебаний* коэффициента дисперсии  $Q^2$  делается допущение, что отдельные испытания могут быть соединены в  $n$  групп таким образом, чтобы законы распределения оставались

тождественными для всех членов каждой группы. Введём в свою очередь предположение, что законы распределения отдельных переменных  $x_1, x_2, \dots, x_N$  таковы, что математическое ожидание каждой переменной однозначно определяется порядковым номером испытания, т. е.  $E x_i = f(i)$ . Предположение это довольно естественно: математ. ожидание средн. урожая, смертность, рождаемость и т. д. прежде всего суть функции времени (т. е. порядкового номера испытаний), и, надо думать, в их эволюции не может не быть известной закономерности. Если  $f(i)$  представляет из себя [собой] более или менее плавно изменяющийся в определённом направлении ряд, уместно её (хотя бы приближённое) выражение посредством параболы невысокого порядка. Ряд правильно волнообразный выгоднее всего представить при помощи тригонометрических функций. Ряд  $E x_i$  с правильным чередованием знака отклонений его членов от некоторого общего всем среднего уровня может быть кроме того представлен функциями типа  $f(i) = A + (-1)^i(a + ih)$ , где  $h$  может быть больше, равно или меньше нуля или же типа  $f(i) = A + aq^i$ , где  $q < 0$  и т. д. После определения вида функции  $f(i)$  ряд  $x'_1, x'_2, \dots, x'_N$  может быть представлен в виде суммы двух компонент:  $f(1) + s_1, f(2) + s_2, \dots, f(N) + s_N$ , где  $s_i = x'_i - f(i)$ .

Если ввести новое допущение, что величины ряда  $s$  не зависят от значений, принимаемых членами ряда  $f(i)$ , то путь для исключения из ряда  $x'_1, x'_2, \dots, x'_N$  компоненты типа  $f(i)$  расчищен (*исключение* здесь равносильно превращению  $f(i)$  в константу). Плодотворное изучение *остаточного ряда*  $s_1, s_2, \dots, s_N$  в свою очередь требует введения новых рабочих гипотез. Можно, напр., предположить, что  $E x_i^m = \text{Const}$ , а отдельные члены ряда взаимно независимы, или что между последовательными членами ряда существует прямая связь, связь обратная, что они составляют Марковскую *цепь* и пр.

Любопытно отметить, что, как показали исследования Н. С. Четверикова (1923а), даже такие, в общем однородные ряды, как погодные урожайные данные, для одних губерний дают довольно резкую положительную связь между соседними членами *остаточного ряда*, для других – отрицательную, для третьих – вероятное отсутствие связи. Предполагаю, конечно, что принятый им вид функции  $f(i)$  правильно выражает ход ряда  $E x_i$ . О. А. Термин *цепь Маркова* ввёл в 1926 г. С. Н. Бернштейн, так что выражение автора “Марковская *цепь*” заслуживает упоминания. Территориальное разделение на губернии было ликвидировано в 1924 – 1929 гг. О. Ш.

7. Лучше исходить из рассмотрения разности  $\sigma_{k+1}^2 - \sigma_k^2$ . [В случае гауссова закона распределения автор выписывает формулу для ожидания квадрата указанной разности.]

8. Приведём конкретный пример. Юл совершенно правильно сказал, что в работе Pearson & Elderton (1915) авторы при исследовании детской смертности упустили из виду возможность наличия в изучаемом ряде довольно значительной компоненты с обратной связью между соседними членами, которая делает иллюзорным применение разностного метода. Всего резко вероятное наличие зигзагообразной компоненты проявляется в коэффициентах смертности на первом – втором году жизни мальчиков (табл. с. 491, второй столбец). Если положить  $k = 6$  и применить к этому ряду только что приведенные формулы, слегка их видоизменяя в строгом соответствии с особенностями пользования авторами разностным методом, то объяснённые ниже величины  $O_2$  и  $O_3$  примут след. значения  $O_2 = 0.109$ ,  $O_3 = 0.073$ , тогда как у Пирсона и Эльдертон они равнялись бы 0.125 и 0.092. Если принять во внимание, что новый метод для того же  $O_i$  на одну ступень ускоряет исключение компоненты  $G$  (а следов. уменьшает и её умеряющее компоненту  $Z$  влияние), то нельзя не придти к заключению, что его применение улучшило результат и уменьшило влияние компоненты  $Z$ , *однако далеко её не исключило*.

9. Напр. (Pearson & Elderton 1915, p. 489),

*Эта новая процедура была названа Variate-Difference-Correlation Method и вряд ли можно сомневаться, что это – важнейший вклад в арсенал статистических исследований, сделанный за ряд прошедших лет. Поле её*

приложения к одним лишь физическим проблемам представляется неисчерпаемым. Мы больше не ограничены методом частной корреляции и не обязаны искать факторы, которые, будучи сделаны постоянными, исключают переменное влияние окружения.

10. В особенности между Пирсоном и Юлом. См. их цитированные выше статьи. О. А. Автор указал статью Юла (1921), однако упомянутой им статьи On the variate-difference method у Пирсона вообще не было. Он, видимо, имел в виду статью Pearson & Elderton (1923). О. Ш.

11. Сам Пирсон признаёт теперь ошибки двух своих первых работ, применивших разностный метод.

12. Проф. Борель в своём докладе XII сессии Междун. стат. института (1909b) уже предложил применять первые конечн. разности к изучению проблем устойчивости статистических рядов. Однако, доклад весьма краток и совершенно умалчивает о разностях высших порядков. Что касается математической стороны, то докладчик отсылает к своей заметке (1909a).

13. Форма частного, придаваемая нами коэффициентам  $O_i$  по аналогии с  $Q^2$ , выгодна лишь в смысле их большей наглядности, но по существу, конечно, целесообразнее оставаться при разности  $\sigma_{k+1}^2 - \sigma_k^2$ , так как для неё и математич. ожидание, и квадратическая ошибка допускают точное вычисление. Коэффициент  $O_i$  в точности соответствует [некоторым] коэффициентам из моей статьи (1923), определяемым, однако, совершенно другим способом. Их цель – облегчить счётную работу, довольно утомительную при высоких конечн. разностях.

Пользуюсь случаем, чтобы исправить погрешность в тексте названной работы. Выведенная на с. 145 формула [...] [фактически] равняется [...] и показывает (по извлечении квадр. корня), какую долю величины  $\mu_2$  может составить квадратическое отклонение разности  $(2k + 1)[\sigma_{k+1}^2 - \sigma_k^2]$ . В этом смысле и следует применять формулы с. 145.

Будапешт, апрель 1924 года

### Библиография

**Четвериков Н. С.** (1923a), Колебания урожаев как фактор, влияющий на устойчивость сельского хозяйства. В книге автора (1975 с. 62 – 97).

--- (1923b), Районы согласных колебаний урожаев в России. Там же, с. 102 – 104.

--- (1975), *Статистические исследования*. М.

**Чупров А. А., Tschuprow A. A.** (1918 – 1919, нем.), К теории стабильности статистических рядов. В книге Н. С. Четверикова (1968), *О теории дисперсии*. М., с. 138 – 224.

--- (1922, нем.), Можно ли на основании эмпирических данных доказать, что устойчивость ряда нормальна? В книге автора (1960, с. 239 – 258).

--- (1923), On the mathematical expectation of the moments of frequency distributions in the case of correlated observations. *Metron*, vol. 2, No. 3, pp. 461 – 493; No. 4, pp. 646 – 683.

--- (1960), *Вопросы статистики*. М.

**Ястремский Б.** (1922), Средний уровень русских урожаев и солнечные пятна. *Вестник статистики*, № 9 – 12, с. 79 – 85.

--- (1923), Выявление периодически изменяющегося уровня статистического ряда. *Вестник статистики*, № 1 – 3, с. 5 – 29.

**Anderson O.** (1914), Nochmals über “The elimination of spurious correlation due to position in time or space”. *Biometrika*, vol. 10, pp. 269 – 279.

--- (1923), Über ein neues Verfahren bei Anwendung der “Variate-Difference” Methode. *Biometrika*, vol. 15, pp. 134 – 149.

--- (1926 – 1927), Über die Anwendung der Differenzenmethode (Variate Difference Method) bei Reihenausgleichung, Stabilitätsuntersuchungen und Korrelationsmessungen. *Biometrika*, vol. 18, 1926, pp. 293 – 320; vol. 19, 1927, pp. 53 – 86.

- (1927), On the logic of the decomposition of statistical series into separate components. *J. Roy. Stat. Soc.*, vol. 90, pp. 548 – 569.
- Borel E.** (1909a), Sur l'étude des variations des quantités statistiques. *C. r. Acad. sci. Paris*, t. 148, p. 1585.
- (1909b), Sur l'emploi de la méthode différentielle pour la comparaison de statistiques. *Bull. Inst. Intern. Stat.*, t. 18, No. 1, pp. 283 – 288.
- Brownlee J.** (1917), The relation of infantile mortality to mortality in subsequent life. *J. Roy. Stat. Soc.*, vol. 80, pt. 2, pp. 222 – 242.
- Cave-Brown-Cave F. E.** (1904), On the influence of the time factor on the correlation between the barometric heights etc. *Proc. Roy. Soc.*, vol. A74, pp. 403 – 413.
- Esscher F.** (?), Über die Sterblichkeit in Schweden 1886 – 1914. *Meddelanden från Lunds Astron. Obs.*, ser. 2, No. 23.
- Fels E. M.** (1978), Anderson, Oskar. In Kruskal & Tanur (1978, vol. 1, pp. 1 – 3).
- Hooker R. H.** (1905), On the correlation of successive observations etc. *J. Roy. Stat. Soc.*, vol. 68, pp. 696 – 703.
- Kruskal W. H., Judith M. Tanur** (1978), *International Encyclopedia of Statistics*, vols 1 – 2. New York – London.
- Pearson K., Cave B. M.** (1914), Numerical illustration to the variate-difference-correlation method. *Biometrika*, vol. 10, pp. 340 – 355.
- Pearson K., Elderton E.** (1915), Further evidence of natural selection in man. *Biometrika*, vol. 10, pp. 488 – 506.
- (1923), On the Variate-Difference method. *Biometrika*, vol. 14, pp. 281 – 310.
- Persons W. M.** (1917), On the variate-difference-correlation method and curve fitting. *Q. Publ. Amer. Stat. Assoc.*, vol. 15, pp. 602 – 642.
- Student** (1914), The elimination of spurious correlation due to position in time or space. *Biometrika*, vol. 10, pp. 179 – 180.
- Wittle P.** (1978), Time series: advanced problems. In Kruskal & Tanur (1978, vol. 2, pp. 1180 – 1192).
- Yule G. U.** (1921), On the time correlation with especial reference to the variate-difference-correlation method. *J. Roy. Stat. Soc.*, vol. 84, pp. 497 – 526.

Все перечисленные статьи О. Андерсона перепечатаны в его *Ausgewählte Schriften*, Bd. 1. Tübingen, 1963, а статьи Ястремского – в его *Избранных трудах*. М., 1964.

## XI

О. Б. Шейнин

### Святой Федос

не опубликовано

Феодосий Николаевич Красовский (1878 – 1948) был талантливым геодезистом. Он преобразовал, да и в большой степени создал советскую геодезию и вывел её на первое место в мире, способствовал продвижению этой науки и за рубежом. Он создал школу и оставался её общепризнанным руководителем. Вольно или невольно следуя П. Л. Чебышеву, Ф. Н. стремился к наивысшей возможной точности геодезических сетей. Он разработал стройную программу и схему государственной триангуляции и строгий метод её обработки. Под его руководством были вычислены параметры эллипсоида Красовского. В последние годы жизни Ф. Н. исследовал проблемы *физической геодезии*, связи этой науки с геофизикой и геологией.

#### 1. Предисловие

Феодосий Николаевич Красовский (1878 – 1948) был ведущим советским геодезистом своего времени, идеи которого оказывали сильное влияние на развитие геодезии и картографии ещё долгое время после его смерти. Хорошо известен он был и за рубежом, поскольку активно сотрудничал с Балтийской геодезической комиссией<sup>1</sup>. Самым известным достижением Ф. Н. было установление параметров общего земного эллипсоида, *эллипсоида Красовского* ( $a$  и  $b$  – большая и малая полуоси,  $\alpha$  – сжатие)

$$a = 6\,378\,245 \text{ м}, \alpha = (a - b)/a = 1/298.3.$$

В 1940 г. непосредственно, под руководством Красовского, вычислил эти параметры его ближайший ученик А. А. Изотов<sup>2</sup>, а в 1946 г. установленные значения были приняты за основу всех наших геодезических вычислений. Погрешность указанных параметров и сейчас считается весьма небольшой.

В юбилейном 1978-м году в Московском институте инженеров геодезии, аэрофотосъёмки и картографии ему было посвящено 12 докладов, автором одного из которых был Изотов<sup>3</sup>, и ещё одна статья была помещена там же, ранее. Её автор ранее опубликовал брошюру о Ф. Н.<sup>4</sup>, которая заканчивалась библиографией произведений Красовского. Не соответствующая современным требованиям и содержащая ошибки, она всё же является единственной. Основное творчество Ф. Н. перепечатано в четырёх томах его “Избранных сочинений”<sup>5</sup>, первый том которых содержит обстоятельную биографию Красовского, составленную В. В. Даниловым<sup>6</sup>.

Эта статья является компиляцией, основанной на упомянутых выше статьях о Красовском, с некоторыми малоизвестными

подробностями (особо – о вынужденном окончании его работы в Балтийской геодезической комиссии), и с дополнительными архивными сведениями. Вот принятые мной сокращения:

ВГУ = Высшее геодезическое управление, предшественник ГУГК

ГУГК = Главное управление геодезии и картографии. Его подчиненность неоднократно менялась, с 1992 г. изменялось и название

КВТ = Корпус военных топографов

МГИ = Московский геодезический институт, предшественник МИИГАиК

МИИГАиК = Московский институт инженеров геодезии, аэрофотосъемки и картографии; ныне, Московский университет геодезии и картографии

ММИ = Московский межевой институт; ныне, Московский университет по землеустройству

ЦНИИГАиК = Центральный научно-исследовательский институт геодезии, аэросъемки и картографии; ныне, имени Ф. Н. Красовского

Я закончил МИИГАиК в 1951 г., посещал лекции двух авторов статей о нём, Изотова и Багратуни, и автора указанной биографии, Данилова. Он же был руководителем моего дипломного проекта. В свои последние годы Ф. Н. уже не появлялся в институте, но продолжал успешно руководить своей кафедрой высшей геодезии, а его имя постоянно упоминалось нашими преподавателями. Узнал я и прозвище Красовского, отражавшее его научные заслуги, “Святой Федос”.

## 2. Начало жизненного пути

Красовский рос в тяжёлых материальных условиях, но дядя, землемер, смог устроить его казённокоштным (т. е. получавшим стипендию) студентом ММИ. Окончив институт в 1900 г. с золотой медалью, Ф. Н. был оставлен при нём. Он проводил там практические занятия со студентами и поступил вольнослушателем в Московский университет, а затем провёл более пяти месяцев на Пулковской астрономической обсерватории.

Таким образом, Красовский чрезвычайно расширил свой кругозор, что оказалось существенной чертой всей его будущей кипучей деятельности. К 1904 г. он уже опубликовал шесть статей, в одной из которых предложил трёхосный эллипсоид в качестве наилучшего приближения к телу Земли<sup>7</sup>. В 1912 г. Ф. Н. стал старшим преподавателем и заведующим кафедрой высшей геодезии, а в 1917 г. – профессором. Преподавание этой дисциплины и астрономии было скромным, Красовский же значительно расширил его, а кроме того усилил материальную базу кафедры (создал лабораторию, пополнил парк инструментов, построил вышку для угловых измерений на здании института) и улучшил постановку летних практических занятий. Он несомненно представлял себе, что необходимо было серьёзное

геодезическое обеспечение территории страны, а потому и хорошо подготовленные кадры.

Геодезисты КВТ России, хоть и заслуживают похвалы, не выполнили подобной задачи, да она и не была поставлена перед ними. По существу Красовский мог ориентироваться только на классический труд В. Я. Струве<sup>8</sup> и на добротную триангуляцию 1910 – 1914 гг., проложенную под руководством И. И. Померанцева. Явно недостаточным было и картографирование страны.

### **3. Деятельность в новых условиях**

15 марта 1919 г. по декрету Совнаркома было учреждено ВГУ<sup>9</sup>. Подготовили его, видимо, братья Владимир и Михаил Дмитриевич Бонч-Бруевич. Отметим лишь, что первый учился в ММИ (затем – в Цюрихском университете) и стал управляющим делами Совнаркома. В этом качестве он подписал декрет вслед за Председателем Совнаркома Лениным и Председателем Высшего совета народного хозяйства (и будущим “врагом народа”) А. И. Рыковым. Подписалась и секретарь Совнаркома Л. Фотиева. Декрет сопровождался позднейшей припиской: “Распубликован” 23 марта в “Известиях”.

Второй брат закончил ММИ и возглавлял ВГУ до конца 1923 г. Он пригласил Красовского на должность председателя Научно-технического совета ВГУ “будучи уверен в его знаниях и настойчивости” в обеспечении тесной связи науки с производством<sup>10</sup>. Кусов дополнительно сообщил, что осенью 1918 г. М. Д. начал преподавать геодезию в ММИ, а 9 февраля 1919 г. выступил с докладом о желательности учреждения государственного геодезического управления.

И задачи, и полномочия ВГУ (и его Совета) были огромными; Красовский начал свою новую работу в 1921 г. Ещё в 1919 г. он стал первым выборным директором ММИ и выделил в нём четыре факультета, в том числе геодезический и картографический. Соответственно усилилось преподавание геодезии (с курсами гравиметрии, теории фигуры Земли, фотограмметрии и математической картографии), астрономии и картографических дисциплин. Кроме того, было построено новое здание астрономической обсерватории и т. д., но в 1921 г. Ф. Н. перешёл в ВГУ, став впоследствии заместителем начальника Управления, хотя и оставил за собой руководство кафедрой высшей геодезии ММИ. Возросшие требования к выпускникам привели к выделению из него МГИ (1930), который с 1936 г. стал называться МИИГАиК. Но уже в МГИ был открыт оптико-механический факультет, который Красовский считал необходимым для развития отечественной геодезической школы. Все эти годы Красовский продолжал активно работать и как педагог: составлял учебные планы, пособия и учебники, читал лекции, руководил дипломниками и аспирантами, оказался *душой*<sup>11</sup> учреждения МИИГАиК (в котором также стал руководить одноименной кафедрой) и выделения в нём четырёх факультетов.

Плодотворной была и научная работа Ф. Н., которая соответствовала и его педагогической, и организационной (в ВГУ) деятельности. Особо упомянем предложенную им схему государственной триангуляции<sup>12</sup>.

#### **4. Градусные измерения и схема триангуляции по Красовскому**

В конце XVII в. начались градусные измерения, т. е. определения длины одного градуса меридиана. Амплитуда дуги соответствовала разности широт её конечных точек, которые измерялись астрономически, а длину дуги косвенно определяли при помощи триангуляции. Одно градусное измерение было достаточно, чтобы вычислить радиус сферической Земли, однако Ньютон доказал, что Земля имеет форму сплюснутого эллипсоида вращения. Подтвердить его теорию и притом определить оба параметра такого эллипсоида (или опровергнуть Ньютона) можно было по двум градусным измерениям; практически, правда, нужно было гораздо больше двух и для контроля, и для уравнивания локальных неправильностей формы Земли.

В конце XIX в. звено триангуляции в простейшем виде состояло из системы треугольников с измеренными углами. Её линейный масштаб определялся измеренным на конце звена базисом, от которого тригонометрически (с применением сферической, а то и сфероидической тригонометрии) вычислялись стороны всех треугольников. Астрономический азимут, измеренный опять же на конце звена, позволял вычислить азимуты этих сторон, и звено оказывалось астрономо-геодезическим.

Измерения базисов, по необходимости коротких, были исключительно трудоёмки; при помощи немногих угловых измерений от них переходили к конечным сторонам собственно триангуляции. Лишь в конце XIX в. базисы стали измерять при помощи 24-метровых инварных проволок, почти не изменяющих своей длины с температурой воздуха.

Практически базисы и азимуты определялись на обоих концах звена, притом каждый азимут следовало измерять в обоих противоположных направлениях, чтобы уменьшить влияние рефракции. В треугольниках измерялись все три угла, так что требовалось *уравнивать* звено, или, иначе, как-то назначать окончательные значения длинам сторон, их азимутам и углам треугольников.

Из отдельных звеньев образовывались “полигоны”, т. е., грубо говоря, квадраты со сторонами, по Красовскому, порядка 200 км, на пересечении которых и располагались измеренные базисы и азимуты<sup>13</sup>. Уравнивать, конечно же по методу наименьших квадратов, надо было совместно всю систему полигонов; “нанизывание” последующих полигонов к уже уравненным привело бы к недопустимому накоплению погрешностей. При достаточно точно измеренных базисах и азимутах можно было считать их фиксированными и уравнивать только измеренные углы фигур триангуляции. Звенья оказывались максимально

независимыми друг от друга, что соответствовало условиям строгого уравнивания<sup>14</sup>.

Само уравнивание производилось (опять же, по Красовскому)<sup>15</sup> в несколько этапов. Во-первых, предварительно уравнивались звенья. Во-вторых, каждое звено временно заменялось единой геодезической линией<sup>16</sup>. В третьих, только эти линии и уравнивались совместно. Наконец, от уравненных линий возвращались к звеньям и окончательно уравнивали их. Красовский заметил, что замену звена геодезической линией он перенял у Ф. Р. Гельмерта, которому пришлось обрабатывать запутанную триангуляцию, неоднократно дополняемую в течение нескольких десятилетий<sup>17</sup>.

Стройная система полигонов была уже у Померанцева, но Красовский уточнил её (например, существенно уменьшил стороны полигонов), чтобы триангуляция могла обеспечить точность, необходимую для составления государственной карты в масштабе 1:100 000. Ему пришлось устанавливать необходимую точность измерения всех элементов триангуляции, а потому рекомендовать методы измерений. Работа была громадной.

Полигоны были очень успешно уравнены в 1942 – 1944 гг., и Данилов засвидетельствовал, что “некоторые страны, например, Франция, стали переделывать свою астрономо-геодезическую сеть, применяя схему Ф. Н. Красовского”<sup>18</sup>.

### **5. Дальнейшая деятельность в стране и за рубежом**

В конце 1930-х годов сеть полигонов начала распространяться за Урал, и суровые условия работы потребовали видоизменить методы прокладки и измерения сети. Это оказалось непосредственной причиной учреждения, по мысли Красовского, исследовательского геодезического института, ЦНИИГАиК, в 1928 г. Он и стал первым директором нового института, а в 1930 – 1937 гг. – заместителем директора. В ВГУ он продолжал работать до 1930 г. Впрочем, это управление было заменено Главным управлением, ГУГК, и с 1939 г. Ф. Н. состоял членом его коллегии. Глубокие знания и вся его достойная педагогическая и организационная деятельность позволили ему до конца жизни самым активным образом сотрудничать с ней.

Красовский направлял деятельность ЦНИИГАиК, лично участвовал в разработке многих тем. Институт составил инструкции по важнейшим видам работ и ввёл в практику аэрофотосъёмку, без которой картографирование страны было бы практически невозможным. Широта научного кругозора Ф. Н. проявилась в те годы и в том, что он разработал несколько новых картографических проекций, приспособленных к конфигурации данной страны, и, вместе с географами, создал новое направление в составлении карт с участием географов и геоморфологов. Соответственно, значительно усилилось преподавание геологии, геоморфологии и географии на картографическом факультете МГИ.

К 1930-м годам относится и активное сотрудничество Красовского с Балтийской геодезической комиссией, в которой он

был полномочным представителем страны. В 1931 – 1937 гг. он участвовал в сессиях Комиссии, прочёл на них 11 докладов, был избран вице-президентом Комиссии, а затем и её президентом. Однако, в начале 1938 г. “в связи с состоянием его здоровья”<sup>19</sup> правительство Советского Союза освободило его от представительства. Примечательно, что не было ссылки на просьбу самого Ф. Н., и уместно вспомнить слова А. А. Изотова: “Он открыто высказывал свои мысли и взгляды даже в тех трудных обстоятельствах, когда это могло ему повредить”<sup>20</sup>.

Вместо себя Красовский предложил кандидатуру профессора МГУ (и будущего академика) А. А. Михайлова, который и был избран президентом на 1938 – 1939 гг. Но уже 14 марта 1938 г. советский дипломатический представитель в Хельсинки уведомил правительство Финляндии, что “круги геодезистов” страны считают её дальнейшее пребывание в Комиссии нецелесообразным ввиду вступления Советского Союза в Международный геодезический и геофизический союз, МГГС, в который входила и Международная геодезическая ассоциация. Заведомая ложь! Комиссия занималась, пусть только региональными, но важными проблемами, притом никакие “круги” не могли бы заявить ничего подобного, хотя бы потому, что Красовский наверняка не согласился бы, да и не сотрудничали эти таинственные “круги” с указанной Ассоциацией. Михайлов, естественно, сообщил о своей отставке. Реальная причина всего этого состояла, очевидно, в начавшемся ухудшении советско-финских отношений.

Заметим, что в 1932 г., на шестой сессии комиссии, её президент Кольшюттер пересказал письмо Красовского, который не смог приехать. Геодезия, сообщил Ф. Н., это – наука без границ; он убеждён, что совместная работа стран-участниц окажется им полезной и надеется, что их сотрудничество будет крепнуть<sup>21</sup>. Но и ссылка на МГГС была лишь дымовой завесой: Советский Союз вступил в него лишь в 1955 г.<sup>22</sup>

## 6. Эллипсоид Красовского

В 1936 г. Красовский вывел предварительные значения параметров земного эллипсоида, а в 1937 г. оставил ЦНИИГАиК, хотя по-прежнему направлял там разработку интересующих его тем, и обратил главное внимание на работу своей кафедры высшей геодезии в МИИГАиК. Как я упоминал выше, окончательные значения этих параметров непосредственно вычислил Изотов. За этот труд Ф. Н. (посмертно) и Изотов были удостоены Государственной премии 1952 г.

Красовский, кроме того, строго решил *редукционную проблему* геодезии о приведении результатов измерений к поверхности принятого в данной стране земного эллипсоида (*референц эллипсоида*). Общепринятый в то время метод развёртывания, как Ф. Н. назвал его, состоял в их приведении к уровню моря, Красовский же разработал *метод проектирования* (второй его термин), т. е. приведения измерений к поверхности референц эллипсоида нормальными к ней. Прежний метод недопустимо

искажал геодезические сети, так что, по примеру Ф. Н., в ряде зарубежных стран также ввели метод проектирования.

Эту тему Красовский изложил в предшествующем издании своего “Руководства”<sup>23</sup>. Его первый том был посвящен полевым геодезическим работам. Оригинальный по содержанию и изложению, он стал настольным пособием для всех геодезистов. Второй том освещал решение задач геодезии на сфероиде и приложение астрономо-геодезических и гравиметрических измерений к изучению формы и размеров Земли, и в нём-то Ф. Н. исследовал метод проектирования. В 1943 г. Красовский получил за этот том свою первую Государственную премию.

Замечательный учёный, ученик Ф. Н. (ставший членом-корреспондентом АН) М. С. Молоденский по его указаниям уточнил метод проектирования, привлекая гравиметрические данные. Вообще же геодезия, которая прежде исследовала лишь внешнюю форму Земли, безусловно в сочетании с гравиметрией, стала наукой и о внутреннем строении нашей планеты и её гравитационном поле. Общая гравиметрическая съёмка страны началась в 1933 г., но гравиметрия применяется и при поисках полезных ископаемых.

## **7. Связи геодезии со смежными науками. Итоги деятельности**

В 1939 г., при единодушной поддержке геодезической общественности, Ф. Н. был избран членом-корреспондентом АН по отделению физико-математических наук и начал успешно исследовать связи высшей геодезии, и особо, градусных измерений, с геологией, геофизикой и гравиметрией<sup>24</sup>.

В итоге можно сказать, что Красовскому советская геодезия была обязана серьёзными достижениями и в разработке программ и методов полевых работ, и в научном использовании их результатов. Ни одно крупное начинание не обходилось без его активного участия, большинство геодезистов, начавших свою деятельность во второй четверти XX в, являлись непосредственными учениками Ф. Н. Красовского, а его идеи пережили его по меньшей мере на несколько десятилетий.

Авторитет Ф. Н. был непререкаем, и не в последнюю очередь ввиду его высоких моральных качеств. Он был требователен и к самому себе, и к другим, но вместе с тем и отзывчив и никак не выпячивал своего научного превосходства. Первый том “Руководства”<sup>25</sup> был опубликован как совместный труд его самого и В. В. Данилова, хотя думается, что следовало лишь указать “при участии” последнего. Действительно, после смерти Красовского “Руководство” вошло в его “Избранные сочинения” только под его именем, а сам Данилов<sup>26</sup> не стал называть себя соавтором. Это, кстати (как и другие эпизоды), характеризует самого В. В.

Уже после Красовского геодезия достигла нового уровня. Свето- и радиодальномеры позволили ввести *трилатерацию*, т. е. триангуляцию с измеренными сторонами, а наблюдения искусственных геодезических спутников достаточно точно

связывают пункты, находящиеся на расстоянии нескольких тысяч километров друг от друга.

### Примечания

<sup>1</sup> Эту Комиссию составляли полномочные представители восьми стран, граничащих с Балтийским морем. Советский Союз вступил в неё в 1929 г.

<sup>2</sup> *Изотов А. А.* Форма и размер земли по современным данным. Тр. ЦНИИГАиК № 73. М., 1950.

<sup>3</sup> *Изотов А. А.* Вклад Ф. Н. Красовского в развитие геодезии и картографии. *Изв. высш. уч. заведений. Геодезия и аэрофотосъёмка.* 1979. № 2. С. 42 – 51.

<sup>4</sup> *Багратуни Г. В.* Ф. Н. Красовский (к 100-летию со дня рождения). Там же, 1978. № 4. С. 150 – 155. Он же, *Ф. Н. Красовский.* М., 1959.

<sup>5</sup> *Красовский Ф. Н. Избранные сочинения*, тт. 1 – 4. М., 1953 – 1956. В последних двух томах перепечатано его двухтомное *Руководство по высшей геодезии*, тт. 1 – 2. М., 1938 – 1942.

<sup>6</sup> *Данилов В. В.* Феодосий Николаевич Красовский. В книге *Красовский Ф. Н. Избр. соч.*, т. 1. М., 1953. С. 7 – 20. Я не видел первоначальную статью автора под тем же названием, опубликованную в *Сб. научно-технических и производственных статей по геодезии, картографии, топографии, аэрофотосъёмке и гравиметрии.* 1948. № 22.

<sup>7</sup> *Красовский Ф. Н.* Определение размеров земного трёхосного эллипсоида из результатов русских градусных измерений. В книге *Красовский Ф. Н. Избр. соч.*, т. 1. С. 23 – 49. Впервые опубликовано в 1902 г.

<sup>8</sup> *Струве В. Я. Дуга меридиана.* М., 1957. Впервые опубликовано в двух томах в 1856 – 1861 гг.

<sup>9</sup> *Собрание узаконений рабочего и крестьянского правительства.* Без указания места. 1919. С. 139 – 140.

<sup>10</sup> *Кашин Л. А.* Красовский – выдающийся учёный и организатор государственных геодезических работ. *Изв. высш. уч. заведений. Геодезия и аэрофотосъёмка.* 1979. № 2. С. 8 – 23. См. с. 10. Кашин сослался лишь на “архивные записки” М. Д. Бонч-Бруевича. Дополнительные сведения, указанные в тексте, см. в книге *Кусов В. С. Московский государственный университет геодезии и картографии. История создания и развития 1779 – 2004.* М., 2004.

На с. 9 Кашин с неоправданными сокращениями выписал из Декрета 1919 г. цели учреждаемого ВГУ, но совершенно выпустил пункт о необходимости налаживания связей этого учреждения с “геодезическими организациями иностранных государств”.

<sup>11</sup> *Данилов В. В.* См. Прим. 6. С. 13 статьи.

<sup>12</sup> *Красовский Ф. Н.* Схема и программа государственной триангуляции. *Избр. соч.* Т. 2. С. 39 – 69. Впервые опубликовано в 1928 г., причём сам автор считал своё исследование предварительным.

<sup>13</sup> Схему полигона, внутри которого проложена сплошная сеть триангуляции II класса, см. в статье *Изотов А. А.* Триангуляция. БСЭ, 3-е издание. 1977. Т. 26. С. 195 – 196. Ничего “стройного” не было в сетях США и Индии, схемы которых показал *Бомфорд Г.* *Геодезия.* М., 1958. Перевод О. Б. Шейнина. См. с. 11 и 12. Впервые книга была опубликована на английском языке в 1952 г., дальнейшие издания 1962, 1971, 1980 гг.

<sup>14</sup> Гораздо хуже были в этом отношении триангуляции США и Индии, см. прим. 13.

<sup>15</sup> *Красовский Ф. Н.* Методы уравнивания государственной первоклассной триангуляции. *Избр. соч.* Т. 1. С. 273 – 337. Впервые опубликовано в 1931 г.

*Красовский Ф. Н. Методы уравнивания триангуляции I класса в СССР.* М. – Л., 1932.

Эта же тема описана в гл. 13 т. 3 “Избранных сочинений” автора.

<sup>16</sup> По аналогии с прямой линией на плоскости, геодезическая линия на поверхности эллипсоида, соединяющая две её точки, есть кривая наименьшей длины.

<sup>17</sup> См. *Helmert F. R. Lotabweichungen.* Heft 1. Berlin, 1886. См. с. 1 и 68. *Sheynin O. B.* Helmert’s work in the theory of errors. *Arch. Hist. Exact Sciences.* 1995. Vol. 49. P. 73 – 104. См. с. 80 – 82.

Гельмерт был крупнейшим геодезистом после Гаусса и Бесселя. В отличие от последнего, он издал в 1872 г. прекрасное руководство по применению метода наименьших квадратов к уравниванию геодезических построений. Оно было переиздано в 1907 и 1924 гг. и переведено в сокращённом виде: *Гельмерт Ф. Р. Уравнивание по способу наименьших квадратов* и т. д. М., 1914. Перевод А. А. Сопочко.

Даже сейчас, в основном ввиду наличия систематических ошибок наблюдений, использовать математико-статистические идеи и методы очень трудно. Именно эти ошибки упомянул Красовский, заметив, что стремиться к быстрому выполнению работ на данном пункте триангуляции “по крайней мере сомнительно”. См. с. 93 его статьи 1936 г. Обзор научных работ в СССР в области геодезии за 19 лет. *Избр. соч.* Т. 2. С. 89 – 100.

<sup>18</sup> Данилов В. В. См. прим. 6. С. 14 статьи.

<sup>19</sup> *Bonsdorff I. Bericht des Generalsekretärs. Verhandlungen 10. Tagung Baltischen geodätische Kommission 1938.* Helsinki, 1938. P. 42 – 45.

<sup>20</sup> Изотов А. А. См. прим. 3. С. 50 статьи.

<sup>21</sup> Материалы этой сессии были опубликованы в Хельсинки в 1933 г.; сообщение Кольшюттера см. с. 18.

<sup>22</sup> БСЭ, 3-е издание. Т. 6. 1971. Статья Геодезический и геофизический союз, международный. С. 287. В прежних изданиях БСЭ не было статьи, посвящённой этому Союзу.

<sup>23</sup> См. прим. 5.

<sup>24</sup> Вот два доклада Ф. Н. Красовского Академии наук: Современные задачи и развитие градусных измерений и О некоторых научных задачах астрономо-геодезии в связи с изучением твёрдой оболочки Земли. Они были опубликованы в 1941 и 1947 гг. и перепечатаны в первом томе *Избр. соч.* автора, с. 226 – 250 и 251 – 272.

<sup>25</sup> См. прим. 5.

<sup>26</sup> Данилов В. В. См. прим. 6. С. 16 статьи.

## 8. Сведения из Московского отделения Архива Российской академии наук

Полученные нами документы естественно подразделяются на три раздела, см. ниже.

### 8.1. Заседания подразделений Коммунистической академии

Фонд 351, опись 1, дело 135 (1) – дело 135 (11)

#### Пояснение

Эта академия (1918 – 1936), до 1924 г. именовавшаяся Социалистической, имела целью исследовать проблемы социализма и подготавливать и объединять научных деятелей социализма. В её составе были научные институты (в том числе естествознания), секции и комиссии. Мы ознакомились с протоколами нескольких заседаний 1931 г. секторов и секций астрономии и геодезии и *раздела астрономии* ассоциации естествознания. Ниже мы описываем интересующие нас темы этих заседаний.

1. *Подготовка геодезистов-исследователей в МГУ.* ГУГК и недавно учреждённый МГИ полагали, что в МГУ требовалось готовить исследователей по астрономии и гравиметрии, но не геодезии. Отдел астрономии Ассоциации естествознания не согласился с этим, хотя и рекомендовал поддерживать связь с указанными учреждениями.

2. *Плагиат Ф. Н. Красовского?* В американской литературе (где именно и когда?) был указан метод определения азимута земного предмета по измерению горизонтального угла между Полярной и  $\beta$  Малой Медведицы. Красовский опубликовал свой метод того

же самого определения в 1924 г. (*Избр. соч.*, т. 2. М., 1956, с. 201 – 203) и до 1931 г. ещё в одном, но труднодоступном источнике.

На одном из заседаний это было отмечено, но без ссылки на статью Красовского, и без указания на более общую применимость его метода (любая подходящая звезда могла быть использована в качестве вспомогательной). Кроме того, упомянули возможность независимого введения (схожих) методов, однако заявили, что Красовский был обязан сослаться на американский вариант, как только узнал о нём.

Всё это было решено проверить. Результаты нам неизвестны. Позднее азимуты земных предметов начали определять иначе, однако любые методы требовали знания уклонений отвеса в пункте наблюдения.

3. *Программа по математике в МГУ, по всей видимости для геодезистов.* На другом заседании С. Г. Судаков (будущий долголетний глава ГУГК) заявил, что планирование 750 часов математики является *вредительским планом*. Это – *линия Михайлова* (очевидно профессора МГУ А. А. Михайлова, члена-корреспондента с 1963 г. и академика АН СССР с 1964 г.), ... *идея реакционера Красовского*.

В то же время, на другом совещании в Коммунистической академии положительно оценили усиление преподавания физики и математики в МГИ (т. е. усилий того же Красовского). Причина его *реакционности* осталась непонятной.

## **8.2. Об учреждении комиссии по теоретической геодезии в Академии наук**

Фонд 614, опись 4, дело 49 (1) – дело 49 (4об)

### **Пояснение**

Следует указать, что упоминаемые А. А. Байков и А. Ф. Иоффе были в то время (май 1945 г.) Вице-президентами АН; впрочем, Байков – только до 25 мая, а потому, ввиду плохого здоровья, вряд ли смог принять какие-либо меры по письму Красовского. Н. Г. Бруевич, специалист по теоретической механике, был академиком-секретарём.

Академический Комитет (не Комиссия) по геодезии и геофизике был действительно создан при Отделении физико-математических наук, но только в 1955 г., см. *Вестник АН СССР* № 4 за 1955 г., с. 69, “В связи с вступлением СССР в Международный геодезический и геофизический союз при ЮНЕСКО”. Само участие в указанном союзе было безусловно вызвано предстоявшим Международным геофизическим годом.

Нет, не так узко представлял себе Красовский задачи Комиссии. В настоящее время при Президиуме АН существуют Национальные комитеты по Международной геосферно-биосферной программе и по Сбору и оценке числовых данных в области науки и техники, т. е. по статистической работе в этой области. В 1992 г. Россия вышла из указанного Союза.

### **Сопроводительное письмо**

Глубокоуважаемый Александр Александрович [Байков]!

В августе 1944 г. я начал одно дело по Академии Наук; оно приняло затем какую-то странную форму, вынуждающую меня обратиться к Вам, как к старшему товарищу, за советом – т. е. не официально, и с просьбой указать, как мне следует поступить в дальнейшем. Если состояние Вашего здоровья не позволит Вам

оказать мне небольшое внимание по этому делу, то прошу меня об этом уведомить. Я не буду, конечно, иметь никаких претензий в период Вашей болезни использовать Ваши силы на моё маленькое дело.

Член-корр. Ак. Наук СССР Красовский Ф. Н.

К сему прилагаю краткую записку по делу учреждения при Отделении физико-математических наук Комиссии по проблемам теоретической геодезии.

11 мая 1945 г.

**Записка по делу учреждения  
при отделении физико-математических наук  
комиссии по проблемам Теоретической геодезии**

Частное

А. А. Байкову

1. В августе 1944 г. мною была направлена в Президиум Академии Наук записка, мотивирующая учреждение при о. ф. м. н. геодезического института. Дело было направлено далее в о. ф. м. н. Академии, и здесь первый раз было рассмотрено в самом конце сентября (кажется 27/IX). Признавая необходимость учреждения особой Комиссии по теоретическим проблемам геодезии, Бюро о. ф. м. н. просило меня возглавить временную комиссию в составе: я, академик [О. Ю.] Шмидт, генерал-майор [Н. А.] Урмаев, профессор В. В. Данилов, доцент [А. А.] Изотов, член-корресп. Ак. Наук СССР А. А. Михайлов; эта временная комиссия имела поручение установить задачи и проблематику проектируемой Комиссии по проблемам теоретической геодезии, а также и структуру и устав этой Комиссии, причём обращалось внимание на то, что главной задачей Комиссии является координация работ академических и вне-академических учреждений СССР в области проблем теоретической геодезии. Последняя установка была введена, полагаю, после заседания Бюро о. ф. м. н., но она оказалась имеющей особое значение; я по своей болезни на этом заседании 27/IX отсутствовал. По отработке проблематики и устава материалы временной комиссии были препровождены в Бюро о. ф. м. н. с некоторым запозданием: принимая во внимание малую осведомлённость в Академии о современных научных задачах геодезии, я составил особую записку, *Научные задачи геодезии*, которую, размножив через машинисток, получил в 16-ти экзempl., которые и раздал видным деятелям Академии, в том числе и Вам. Только от Вас я получил уведомление, что записка моя представляет определённый интерес, и что Вы окажете в дальнейшем содействие моему начинанию.

Только в конце января (24<sup>го</sup>) было собрание Бюро о. ф. м. н., на котором вероятно академик Иоффе сообщил, что временная комиссия из геодезистов представила материал, не отвечающий данному ей поручению, стремясь учредить геодезический институт и лаборатории при нём; *поэтому*-де дело Красовского

подлежит возврату в Президиум Академии. Соответствующее постановление Бюро о. ф. м. н. было составлено и разослано, однако только в *марте*. Я по болезни не мог быть и на этом заседании 24 января; от присутствовавших я только слышал, что никаких суждений по вопросу А. Ф. Иоффе не допустил, и никаких объяснений от членов временной комиссии также не принял. После 24 января дело не имеет движения до настоящего времени; с начала марта с постановлением ОФМН ничего не делается в Президиуме академии. Я слышал, что такие дела, возвратившиеся в Президиум из Отделений, решаются т. наз. *распорядительным Президиумом*, куда [я] и направлял для переговоров проф. Данилова и Н. Г. Бруевича, но из этого ничего не вышло.

Казалось бы, что если о. ф. м. н. вполне признаёт необходимость организации в его составе Комиссии по геодезическим проблемам, то установление проблематики этой Комиссии – это дело Бюро ОФМН, которое, по завершении, и доводится до сведения Президиума и на его утверждение. Однако, получается другое впечатление: Бюро ОФМН, направив дело обратно в Президиум, как будто и считает свою задачу поконченной.

Моя попытка снестись с А. Ф. Иоффе в телефон в конце февраля окончилась неудачей; телефон был не вполне исправен, а я, из-за волнения задыхался при разговоре. А. Ф. Иоффе заявил, что не может быть речи *о лабораториях и Институте*, и кроме того дело стоит в зависимости *от здоровья Красовского*.

Скоро год, как я начал дело, но все данные за то, как будто, что оно вообще не начнётся.

Моя первая просьба к Вам заключается в том, чтобы получить сведения, какие же дальнейшие пути предстоят делу об учреждении комиссии по геодезическим проблемам, если только о. ф. м. н. считает нужным иметь такую комиссию? Во-вторых, не следует ли мне считать, что со мной обошлись в Бюро ОФМН так, как вообще не обходятся в Академии с её членами-корреспондентами? Ведь моё разногласие с Бюро ОФМН должно бы быть обсуждено, ведь возможна и согласительная линия<sup>1</sup>; если же дело упирается в какое-то принципиальное и неустранимое разногласие, то, очевидно, я не понимаю современных задач Академии в области геодезии, и поэтому следует рекомендовать более не соваться и сожалеть о том, что сунулся. Положение моё и перед советскими геодезистами, которые ставили на меня свои надежды, и перед членами отделения ф. м. наук очень незавидное, и я даже не представляю себе как-то дальнейших моих сношений с членами Академии. Помогите мне, Александр Александрович, но, конечно, если это не будет вредно сказываться на Вашем здоровье. Моё здоровье очень мало улучшилось в Барвихе<sup>2</sup>; между тем 12<sup>го</sup> мая<sup>3</sup> потребовали, чтобы я выехал отсюда; куда – домой? надежда моя на использование санатории в июне, июле и августе рухнула; однако, без длительного пребывания каждодневно на свежем воздухе из моего лечения ничего не выйдет. За 59 дней пребывания в Барвихе было только 12 дней,

когда можно было длительно посидеть на воздухе. Думаю всё-таки, что ставить вопрос в зависимости от моего здоровья, как это делает академик Иоффе, нельзя.

С полным к Вам уважением Ф. Красовский  
11 мая 1945

### Примечания

1. Согласительная линия могла бы включить статистику в сферу деятельности комиссии. В 1926 г., после смерти А. А. Чупрова, в АН рассматривалась возможность издания его трудов, однако оказалось, что ни один академик не смог бы высказать своё мнение по этому вопросу (О. Б. Шейнин, 1990, *А. А. Чупров*. 2-е изд. Москва, 2010, с. 40). Тогда же, в траурном заседании в Ленинградском политехническом институте, в котором много лет работал Чупров, тамошний профессор Иоффе заявил, что только у Эйнштейна видел такое же увлечение наукой, как у Чупрова (там же, с. 11).

В 1915-м или 1916-м году, в письме В. И. Вернадскому, Чупров заявил, что со временем следовало бы учредить в АН институт по статистическому изучению России. В 1930 г. был учреждён лишь Демографический институт, но упразднён в 1934 г., *поскольку попытки внести в [его] работу элементы социально-экономические не удалась*. Директором института был почему-то И. М. Виноградов. См. там же, с. 163 и прим. 11.1 на с. 210 – 211.

2. Санаторий АН в Одинцовском районе Московской области.

3. Дата явно неверна, ведь Записка помечена 11 мая.

## ХП

Ф. Н. Красовский

### Геодезическая наука за последние двадцать пять лет

Без даты. Не опубликовано  
Московское отделение Архива Российской академии наук,  
фонд 614, опись 5, дело 61 (1) – дело 61 (31об)  
Публикация О. Б. Шейнина

#### Введение

В СССР геодезические и картографические работы получают мощное развитие начиная с 1932 года. Главное управление геодезии и картографии при Совнаркоме СССР выполнило к настоящему времени грандиозные астрономо-геодезические, геодезические и нивелирные сети. Оно же определило уже более 10 000 гравиметрических пунктов. Используя аэрофотосъёмку, ежегодно более миллиона квадратных километров отрабатывается государственной топографической съёмкой. Эти успехи привлекают внимание американцев и немцев начиная уже с 1930 года. В настоящее время геодезисты, картографы, географы и геологи всех государств интересуются нашими большими успехами в области геодезии и картографии.

Так называемые “основные геодезические работы”, т. е. триангуляции I класса, астрономические определения на пунктах этих триангуляций, нивелирование высокой точности и определения силы тяжести в астрономо-геодезических сетях, всегда и везде ставились и ставятся таким образом, чтобы было обеспечено в настоящем и будущем наибольшее использование результатов этих основных геодезических работ в научных целях, идя следовательно в постановке этих работ существенно далее необходимого использования этих результатов в собственно геодезических построениях, в государственной монографической съёмке, в работах картографических и очень многочисленных случаях использования геодезических материалов в инженерных целях и т. д.

При громадном развитии основных геодезических работ в СССР обеспечение научного достоинства их результатов и постановка ряда научных задач по использованию этих результатов, конечно, приобретает особое значение. Естественно, что эта сторона дела не должна быть чуждой Академии Наук СССР, и какая-то организация в Академии должна в той или иной степени интересоваться научными запросами к основным геодезическим работам, методами решения этих научных задач, основанных на использовании геодезических результатов и собирании ГУГКом надлежащего качества и надлежаще распределённых территориально полевых материалов.

К сожалению, такого внимания к советской геодезии в Академии Наук ещё нет. Мне представляется, что следует прежде всего дать возможность ряду членов Академии и научным сотрудникам некоторых её институтов ознакомиться, хотя бы в

общих чертах, с наиболее существенными современными научными задачами геодезии; такое ознакомление приведёт, несомненно, к замене устарелых и очень примитивных взглядов на геодезию, как на науку, имеющих, к сожалению, до сих пор место у немалого числа учёных. В дальнейших параграфах настоящей статьи я и ставлю задачу дать такое ознакомление для более или менее широкого круга учёных. К сожалению, несмотря на большие мои усилия, мне не удалось изложение сделать лёгким не для специалистов.

1. Большие движения научной мысли в области геодезии относятся, как известно, к первой половине 18-го столетия: установление полярного сжатия Земли и определение его числового значения ознаменовали блестящую эпоху в геодезии и выдвинули учёных, занимавшихся этими вопросами, на передовые посты тогдашней науки. Работы одного из этих учёных, а именно Клеро, имеют фундаментальное значение до сих пор. Вывод Клеро, что изучение распределения силы тяжести приводит к полному исследованию фигуры Земли, во всей своей глубине осваивается лишь спустя более ста лет после Клеро.

В 19-м столетии, и именно в первой его половине, крупное научное значение имеют работы Гаусса. В его “Общей теории поверхностей” отразился всецело запрос геодезии к соответствующим разделам математики, и именно потому, что Гаусс сам работал в области теоретической геодезии (кстати отметим, что он, достигнув всемирной славы, не прекратил участия в полевых геодезических работах). Создание Гауссом *Способа наименьших квадратов*, конечно, приходится относить к событиям, делающим эпоху в геодезии и в ряде других отраслей знания, но в особенности в геодезии, где эта дисциплина получила наиболее широкое и изощрённое применение.

Необходимо упомянуть и о работах Гаусса по теории конформного отображения одной поверхности на другой, так как для геодезии эта задача имеет особое значение. Геодезия приводила Гаусса к ценнейшим и общего значения математическим построениям, математика в его руках обогащала геодезию.

К этой же первой половине 19-го столетия относятся имеющие крупное научное значение работы английских учёных, Стокса, Эри и Пратта. Теоретические исследования Стокса – это фундамент современного геодезического использования гравиметрии, которое, к сожалению, пришло лишь спустя восемьдесят лет после опубликования его трудов.

Эри и Пратт, каждый в своём разрезе, выдвинули гипотезу изостатического равновесия земной коры и тем положили начало связи геодезии с физикой Земли, с проблемой изучения твёрдой оболочки Земного шара. Но использование этой замечательной идеи изостатического равновесия, имеющей большое значение в науке “О Земле”, было сделано впервые в надлежащем масштабе лишь в геодезических работах, исполненных спустя 60 лет после опубликования идей Эри и Пратта.

Крупная идея в геодезии была выдвинута в шестидесятых годах прошлого столетия Листингом [1873], идея “существования геоида” или идея систематических (и не малых) отступлений фигуры основной уровенной поверхности, совпадающей в одной своей части с поверхностью океана, от эллипсоида вращения. Листинг базировался лишь на видимый избыток масс на континентах и на видимый недостаток масс в океанах, и отсюда, не принимая вовсе в расчёт уже опубликованных трудов Эри и Пратта, пришёл с совершенно неверными данными к верной идее, но верной лишь качественно.

Во второй половине 19-го столетия надлежит отметить труды в области геодезии тогдашнего крупнейшего учёного Ф. Р. Гельмерта, и именно его *Die mathematischen und physikalischen Theorien der höheren Geodäsie* [1880, 1884], где фундаментально разработан ряд вопросов, относящихся к теории потенциала силы тяжести, к редукциям наблюдаемых значений силы тяжести, к определениям фигуры Земли из наблюдений силы тяжести.

В этой последней работе по исследованию фигуры Земли Гельмерт применяет предложенный и разработанный им метод “конденсации” внешних масс, и, хотя нельзя признать это применение проведенным целесообразно, но сама идея “конденсации” и методические исследования Гельмерта, связанные с её применением, заслуживают полного внимания, и, вероятно, будут ещё использованы в недалёком будущем. Существенно отметить, что такой крупнейший учёный как Гельмерт, отнёс гравиметрию в состав геодезии. Об этом приходится упомянуть, потому что в России и даже в СССР до последних лет была тенденция гравиметрию и связанные с ней геодезические исследования относить к компетенции не геодезистов, а астрономов. Замечательные труды оставил Гельмерт в области сфероидической геодезии и по способу наименьших квадратов.

Нелишне отметить, что исследования Гельмерта по определению фигуры Земли из наблюдений силы тяжести, в то время очень немногочисленным и относившимся главным образом к пунктам на берегах морей и океанов и на островах (т. е. к местам со значительными аномалиями силы тяжести), не привели к правильному выявлению широких волн геоида. Спустя несколько лет (в девяностых годах прошлого столетия) после опубликования работ Гельмерта профессор Московского университета Ф. А. Слудский, в своей работе “Общая теория фигуры Земли”, используя тот же гравиметрический материал, пришёл к существенно иным заключениям, а именно, что широкие систематические волны геоида существуют, причём океанам соответствуют, в общем, повышения геоида относительно общего земного эллипсоида, а континентам – понижения геоида.

Исследования проф. Слудского не безупречны, ни с точки зрения использования им гравиметрического материала, ни с точки зрения некоторых допущений теоретического характера. В заграничной науке эти результаты Слудского не нашли отклика,

между тем они в общем, как показывают современные исследования, являются правильными и к ним в своё время должно было отнестись иначе.

Загнанная собственно в щель геодезия в Московском университете в руках проф. Слудского дала существенный научный результат, и это приходится отметить как свидетельство огромной научной мощи, накопленной к тому времени в старейшем и славном русском университете.

Первая четверть настоящего столетия ознаменовалась крупными научными достижениями геодезии в Северо-Американских Соединённых Штатах. Здесь приходится говорить о результатах исследований Хейфорда и Боуи. Используя гипотезу Пратта, эти крупные учёные применили её к обработке обширных астрономо-геодезических и гравиметрических материалов, собранных в 1910 году на территории США.

Результаты их работ привели к важным выводам: изостатическое равновесие земной коры должно считать доказанным астрономо-геодезией, изостазия – не гипотеза, а факт; глубина изостатической компенсации (для США) лежит в пределах 90 – 120 км, и, по крайней мере для США, изостатическую компенсацию следует считать локальной, т. е. имеющей место для любой вертикальной колонны от поверхности Земли до поверхности изостазии, при произвольном вообще поперечном сечении это колонны, лишь бы его площадь была более 30 км [?]. Выведенный Хейфордом на основе применения теории изостазии к обработке астрономо-геодезических материалов эллипсоид имеет сжатие 1:297, т. е. совпадающее с вычисленным в то время сжатием из измерений.

Средняя ошибка сжатия эллипсоида Хейфорда, выводимая, конечно, формально, всего  $\pm 0.5$  единицы в знаменателе сжатия, а большая полуось этого эллипсоида установлена со средней ошибкой, выводимой также формально, всего  $\pm 35$  м. Эта надёжность геодезических выводов, обуславливаемая именно применением теории изостатической компенсации, является, конечно, весьма показательной. Но несомненно, что правильно учтённая изостатическая компенсация, и притом имеющая локальный характер, должна бы придавать эллипсоиду, выведенному Хейфордом, значение уже не местного, т. е. американского эллипсоида, а значение близко подходящего к общему земному эллипсоиду. Недаром поэтому в 1924 году Международная геодезическая конференция, собравшаяся в Мадриде, сочла возможным признать эллипсоид Хейфорда международным и подлежащим введению во всех государствах мира.

Исследования Хейфорда в 1908 – 1912 годах и исследования Боуи в эти и последующие годы обусловили признание значительных успехов научной деятельности американских геодезистов как в научных кругах самой Америки, так и в других странах мира. Почётное место в ряду других научных исследований по США удерживается за исследованиями американских геодезистов до сих пор.

К этому же периоду, – конец прошлого столетия и первая четверть текущего, – относятся: 1) разработка венгерским физиком Роланд Этвешем устройства, теории и геодезического применения гравитационного вариометра. 2) Ряд теоретических разработок по вопросу перемещения земных полюсов и учреждение международной службы широты. Гравитационный вариометр в дальнейшем обращается в орудие разведки залегающих. Исследования движения полюса Земли ставит астрономо-геодезию в непосредственную связь с геофизикой.

2. В рассматриваемый период, с 1919 г. по 1944 год, в научной геодезии вряд ли можно отметить столь крупные и значительные движения научно-теоретической мысли, какие имели место в периоды предшествующие. В этот период мы можем, во-первых, выделить теоретическую работу, в которой ряд исследований ставятся [ставится] в связи с задачами геофизики и геологии, и в частности направлены на решение задачи изучения твёрдой оболочки земного шара. Такие исследования по существу образуют комплекс, который может быть следует назвать физической геодезией, и эти исследования знаменуют новую направленность научной геодезии.

Но имеется и вторая сторона современной научной геодезической деятельности. Это – разработка методов, аппаратуры, программ и постановки наблюдений и измерений при построении современных астрономо-геодезических, гравиметрических и основных нивелирных сетей с использованием при этом современных больших достижений физики, прикладной механики и техники и с учётом запросов к геодезическим результатам со стороны государственной топографической съёмки, со стороны большого масштаба инженерных изысканий, со стороны проектирования и строительства крупных сооружений разного назначения, и в особенности ещё и с учётом требований обработки современных грандиозных астрономо-геодезических, нивелирных и гравиметрических сетей и правильной оценки точности их результатов.

Указанная вторая сторона геодезической деятельности имеет смешанный характер: в ней технические вопросы, связанные с организацией работ на местности (в поле), а также и практика этих работ, занимают видное место. Однако, она остаётся научной, так как в ней тонкие, а иногда и очень сложные научные вопросы, притом из разных областей знания, тесно переплетаются с вопросами техническими, и, в частности, с вопросами геодезической техники, диктующей направление научных исследований в этой части геодезии.

До 1914 года мировое руководство геодезической наукой принадлежало Международной геодезической ассоциации, базирующейся на Прусский геодезический институт в Потсдаме (близ Берлина), и по существу возглавлявшейся немцами. С 1919 года это руководство переходит к Международному геодезическому и геофизическому союзу, в составе которого находится Геодезическая ассоциация (Association de Géodesie de

l'Union géodésique et géophysique internationale). Исполнительные органы этого учреждения находятся в Париже.

Для пояснения сказанного в первых двух абзацах настоящего параграфа перечислим главные разделы программы деятельности современной Геодезической ассоциации de l'Union géodésique et géophysique internationale.

1. Базисные измерения и триангуляции
2. Точное нивелирование
3. Геодезическая астрономия
4. Геодезическое применение радиотелеграфа
5. Уклонения отвеса
6. Распределение силы тяжести на суше (sur terre)
7. Распределение силы тяжести на море
8. Изостазия
9. Изменение широт
10. Проекция (Projections)
11. Колебания земной коры (Marée l'écorce terrestre)

Приведенные основные разделы программы Международной геодезической ассоциации показывают очень ярко, насколько разнообразны и многочисленны те вопросы, которые требуют в настоящее время научного исследования, – или глубоко-теоретического характера, или технико-практического направления. Если мы возьмём программы работы нашего Центрального научно-исследовательского института геодезии, аэросъемки и картографии (ЦНИИГАиК) или Датского геодезического института, то и в них отражены эти разнообразие и многочисленность вопросов и тем геодезического научного исследования.

В результатах этих исследований имеется много интересного и ценного, и нет возможности на этом остановиться сколько-нибудь полно и подробно. Мы попытаемся остановиться лишь на некоторых геодезических исследованиях за рассматриваемый период, опуская при этом невольно может быть не менее интересные и ценные другие результаты работы.

3. После 1919 года в “новых” государствах, возникших после Версальского договора (Финляндия, Эстония, Латвия, Литва, Польша), начали выполняться в значительном, сравнительно, объеме астрономо-геодезические работы. С другой стороны, Франция, Англия и Италия в большом масштабе с того же времени приступили к проложению [прокладке] триангуляции I класса в Африке и в Азии: Франция – в Марокко, в Алжире и части Сахары, в Сирии, Сиаме и французском Индо-Китае; Англия – в Судане, Египте, Бирме, на территории Южно-Африканского Союза, в Австралии; Италия – вдоль южного побережья Средиземного моря от Алжира до границы Египта. Эти работы, конечно, имели в виду “освоение” обширных колоний.

С другой стороны, в Европе Франция и Германия поставили обширные геодезические работы в связи с переходом на более

крупный масштаб государственной съёмки, а также в связи с устарелостью и утратой части триангуляций, исполненных довольно давно. По этому же мотиву Англия предприняла значительные астрономо-геодезические работы в Индии. С 1931 года, в связи с безработицей инженеров, в Соединенных Штатах Северной Америки астрономо-геодезические работы расширяются значительно, в несколько раз, по сравнению с периодом 1919 – 1930 года, причём это расширение в геодезическом смысле являлось и необходимым для доведения полигонов триангуляции I класса до нормальных размеров и для надлежащего обеспечения сплошных съёмок масштаба 1:48 000 (до этого периода многие съёмки в США имели масштаб 1:96 000).

Наконец, мы должны отметить начальный приступ в 1919 году по линии бывшего Высшего геодезического управления и геодезической деятельности в СССР, начало в 1924 г. астрономо-геодезических работ ВГУ и значительное их развитие уже к 1932 году, а затем постепенный и постоянный значительный рост их из года в год, приведший уже в настоящее время к накоплению огромных, вернее колоссальных астрономо-геодезических материалов по СССР. Мы можем, с особенным чувством благодарности к Советской власти, сказать, что это развитие астрономо-геодезических работ в СССР вызвано не военными соображениями, не “освоением” аннексированных территорий, а осуществлением задачи изучения и использования естественных производительных сил страны, выполнением грандиозного плана больших инженерных сооружений и преобразования территории, а также задачами просветительного и научного характера.

Повсеместное с 1919 года и значительное развитие астрономо-геодезических работ I класса требовало непременно выработки общих научных требований к ним и научного освещения ряда вопросов по исполнению этих работ. Международное значение этих работ очевидно; научные требования к результатам их все расширяются, и кроме того становятся всё более строгими в отношении точности этих результатов. Международная геодезическая ассоциация трактует триангуляцию I класса и астрономические определения на её пунктах как научную работу, и, конечно, к этому имеются все основания.

Это положение, однако, в разных странах осуществляется по-разному. В Финляндии наблюдателями в триангуляции I класса и исполнителями в ней астроопределений являются доктора наук, имеющие к тому же большой опыт. В США на те же работы ставятся нередко инженеры, не имеющие даже специального геодезического образования, например, инженер-строитель, и лица, окончившие физико-математические факультеты, причём те и другие проходят предварительно длительную и жёсткую тренировку, пока не достигнут успеха в выполнении “производственных действий”. Приходится вспомнить В. Я. Струве, который 100 лет назад требовал от русских геодезистов “совершенного знания инструмента во всех тонкостях его устройства и работы его частей”. Конечно, одно это требование

равносильно ограничению состава работников в триангуляции I класса только инженерами, прошедшими специальную высшую школу и предварительную значительную стажировку, притом способными к исследовательской стороне в наших тонких наблюдениях.

Триангуляция I класса и астрономические наблюдения в ней представляют столь ответственную работу и в производственном, и в научных отношениях, что правильно поступают небольшие государства (Финляндия, Дания, Швейцария), когда эти работы выделяют из ведения производственных организаций и поручают их научным геодезическим институтам. К сожалению, этого невозможно проводить в больших государствах, а здесь, как раз, размер территории и выдвигает, конечно, ещё большее повышение требований к достоинству результатов астрономо-геодезических работ. Получается противоречие, вообще пока неустранимое; но понятно, что это противоречие делает особо ценными научные разработки в области вопросов, связанных с построением и выполнением большой астрономо-геодезической сети.

Мы остановимся сперва на исследованиях по измерению базисов. Исследование жезловых (или штанговых) базисных приборов, выполненные за границей с большой тщательностью в 1926 – 1929 годах, приводят к существенным заключениям:

а) Измерения базисов жезловыми приборами сопровождаются систематическими ошибками в результатах порядка 1:250 000 – 1:300 000, главной причиной чего является несовершенство определения температуры жезлов в поле. Наименьшую погрешность определения температуры жезла, вероятно, даёт применение “простых” термометров, введенных в своё время в России Струве (несмотря на неодобрительное отношение к этому заграничных учёных, всегда державшихся принципа биметаллизма).

б) Базисный прибор Едерина – Гильома с инварными проволоками, при соблюдении близости условий измерения базиса к таковым же при эталонировании проволок, даёт более правильные результаты, чем жезловые приборы, с которыми измерения исполняются притом в несколько раз медленнее, чем с прибором Едерина – Гильома.

Возможность применения базисного прибора Едерина – Гильома для измерения базисов I класса, отрицавшаяся немцами вплоть до 1926 года, была принята уже 40 лет тому назад русскими и американскими геодезистами, но это было сделано скорее интуитивно, а не на основании тщательно проведенных научных исследований. Исследования 1926 – 1929 годов не только дали научное обоснование возможности применения этого прибора, но и побудили геодезистов всех стран перейти на измерение базисов именно прибором Едерина – Гильома, покончив везде с применением жезловых приборов, даже в наиболее долго упорствовавшей Германии.

Близость полевых условий измерения базиса прибором Едерина – Гильома к условиям эталонирования базисных проволок в

главной части сводится 1) К близости температур воздуха при измерении базиса и при эталонировании проволок. 2) К тождественности работы аппаратуры для натяжения проволок при эталонировании их и при измерении базиса.

Но имеется ещё ряд обстоятельств, обуславливающих измерение длин базисных проволок независимо от соблюдения указанных двух условий и требующих особенно сложных исследований. Отметим, что как раз обстановка базисных измерений в СССР нередко сопровождается огромными различиями температуры воздуха при полевых измерениях и при эталонировании базисных проволок. Огромные перевозки базисных приборов с использованием при этом самых разнообразных средств транспорта в различных районах СССР и с применением примитивных средств защиты базисных проволок от ряда внешних влияний, не способствуют, конечно, стабильности длин проволок.

Задача эталонирования длин базисных проволок у нас в СССР является несравненно более сложной, чем в Западной Европе. Если там, при очень благоприятных условиях, вопрос оценки точности результатов этих “высокоточных” измерений базисов всё-таки ещё не разрешён с достаточной надёжностью из-за сложности учёта перемен длин проволок, то у нас, очевидно, требуется выполнение ряда сложных метрологических исследований, рассчитанных на охват крайнего разнообразия условий в работах по измерениям базисов в СССР. Некоторые из таких исследований, начиная с 1936 г., были поставлены в компараторе Московского института инженеров геодезии, аэро[фото]съемки и картографии (МИИГАиК) и привели к методике определения термических коэффициентов проволок, основанной на применении электронагрева. Однако, полученные результаты приходится оценивать более с практической, а не научной стороны ввиду отсутствия участия в этих исследованиях физиков-метрологов и металлографов.

При применении базисного прибора Едерина – Гильома условия эталонирования проволок на компараторе существенно отличаются от условий, сопровождающих измерение теми же проволоками самого базиса в поле. Учёт и исключение влияния этого разрыва может быть выполнен [могут быть выполнены] только введением и использованием так называемых “контрольных” базисов. Целесообразность контрольных базисов намечалась давно русскими геодезистами, однако лишь в разрезе контролирования длин проволок за время самого измерения базиса. Более широкий подход к вопросу дан западноевропейскими геодезистами начиная с 1923 года. Дело ставится так, чтобы из многократных измерений единственного в данном государстве контрольного базиса, распределённых притом на целый ряд лет, вывести, наконец, длину этого контрольного базиса, а имея точное отношение длины этого базиса и длины подлежащего определению настоящего геодезического базиса, получить отсюда и длину этого последнего.

Понятно, что при этой постановке дела необходимо крайне повысить требования обеспечения неизменности длины контрольного базиса в течение промежутка, может быть, в десять лет. Нужно также заметно уменьшить действие случайных ошибок при измерениях и контрольного, и определяемых базисов. Разумеется, что путь вывода базиса по длинам проволок, полученным из эталонировании их на компараторе, остаётся в силе, и это, вместе с использованием измерений контрольного базиса, приведёт к ряду существенно важных сопоставлений. Несомненно, очерченное выше использование контрольных базисов является делом очень хлопотливым. В частности, полагаться на близость внешних условий при измерении контрольного и определяемого базисов при обработке больших территорий, конечно, не приходится. Эти трудности побудили обратить внимание на методы определения расстояний, основанные на использовании интерференции световых волн, и соответствующие научные исследования были завершены в ряде заграничных научных геодезических и физико-технических институтов к 1934 году.

Такие же исследования были проведены и у нас в ЦНИИГАиК, но с большим запозданием по сравнению с заграничными. Причина отставания лежит как в том, что само возникновение ЦНИИГАиК относится только к 1930 году, так и в изолированности научной работы ЦНИИГАиК, в которой не участвовал ни Физико-технический институт Академии Наук СССР, ни Всесоюзный институт метрологии и стандартизации.

Геодезическое применение методов определения расстояний, основанных на использовании интерференции световых волн, конечно, обещает существенные новые перспективы в измерениях базисов I класса. Вопрос эталонирования проволок в 24 метра в лабораторных условиях можно считать отработанным уже к 1932 году. Вопросы измерения интерференционным методом контрольных базисов (и в том числе контрольного базиса, составляющего отрезок измеряемого базиса) и вопросы определения расстояний в длине избранной световой волны находились в состоянии отработки и научного исследования в последние годы перед войной. Понятно, здесь нужна совместная работа физиков и геодезистов. Не только надёжный контроль длин проволок во время и на месте измерения базиса, но и точное определение длин этих проволок на месте же, и без использования громоздких компараторов, сооружаемых только в постоянных лабораториях центральных учреждений, – вот что обещает метод световой интерференции.

Вопросы построения больших триангуляций, измерения углов треугольников, распределения астрономических пунктов в триангуляциях и проч. занимали достаточное внимание и в Геодезической ассоциации Международного геодезического и геофизического союза, и в Балтийской геодезической комиссии и, конечно, в геодезических учреждениях и кругах СССР. Правильное решение строить звенья триангуляции I класса в виде двойной цепи треугольников, принятое 45 лет тому назад в

Германии, по существу не отразилось в достаточной мере или отразилось достаточно искривленно в постановлениях Международной геодезической ассоциации. Вопрос преимущества того или иного вида построения звена триангуляции тесно связан с результатами исследований условий и методов измерения горизонтальных углов в треугольниках триангуляции. Эти исследования, исполненные 60 лет тому назад в Средней Европе и проведенные лет 10 назад англичанами в Индии и у нас ЦНИИГАиКом, достаточно определенно выявили, что упор, делаемый американцами, на перенесение наблюдений в триангуляции I класса только на ночное время, не является обоснованным, в особенности при построении звеньев триангуляции из геодезических четырехугольников с достаточно длинными диагоналями. Поэтому применение способа Шрейбера получает обоснование со стороны геофизических условий точных наблюдений, а тогда рентабельность принятого в Америке построения рядов геодезических четырехугольников сильно колеблется. Целесообразное чередование вечерних и ночных наблюдений с большим упором на вечерние наблюдения; признание особого значения метода Шрейбера наблюдения углов при правильном учёте геофизической обстановки этой работы, – вот результаты научных исследований последних лет в области точных угловых наблюдений в триангуляции I класса. Они должны быть учитываемы при построении треугольников и звеньев триангуляции, и, конечно, они ставят сравнительную оценку построений из геодезических четырехугольников и из двойных цепей в иную плоскость, которая, видимо, ещё не была выявлена надлежаще для геодезистов, работавших в Международной геодезической ассоциации над вопросами построения триангуляции I класса и создававшими в 1934 году так называемые “рекомендации” по триангуляционным работам I класса.

В больших геодезических построениях на местности, при современной аппаратуре и при хорошо подготовленных наблюдателях, нужно бояться главным образом систематических ошибок в наблюдаемых углах треугольников триангуляции. Это положение далеко ещё не освоено практикой. Источником этих ошибок может быть, например, та часть боковой рефракции, которая обусловлена общим, географическим распределением плотностей и давления воздуха от экватора к полюсам.

Но, конечно, могут быть и иные причины систематических ошибок в измеренных углах триангуляции I класса: несовершенство инструментов, особенности строения нижних слоёв атмосферы на склонах больших речных долин и т. д. Сложный вопрос о систематических искажениях измеренных в триангуляции углов требует проведения длительных и сложных исследований.

Полагаю, что надлежащие возможности к собиранию нужного материала мог бы иметь ЦНИИГАиК преимущественно перед заграничными научными организациями, но, конечно, постановка исследований по этому вопросу непременно должна включать в

себя своеобразную геофизическую часть и тонкие исследования инструментов.

Борьба с систематическими ошибками в геодезических сетях, естественно, приводит к мысли о надлежащем использовании азимутов Лапласа. Этому вопросу посвящен ряд статей в “Bulletin géodesique”, которые свидетельствуют о разнообразии взглядов на значение лапласовых азимутов в триангуляции I класса. Элементарные и довольно убогие расчёты французских геодезистов колеблющее значение лапласовых азимутов. Немцы считают, что следует и [притом] возможно достигать столь точных результатов в угловых наблюдениях в триангуляции, что при общей обработке большой (государственной) триангуляции её следует брать как сеть чисто геодезическую, а не астрономо-геодезическую и следовательно эту обработку вести без использования лапласовых азимутов. Американские геодезисты ставят ставку на лапласовы азимуты как средство для снижения требований к точности угловых измерений и для, следовательно, уменьшения денежных затрат на триангуляцию I класса. Финны одно время стремились каждый пункт триангуляции I класса сделать лапласовым пунктом, надеясь через это повысить заметно вес результатов триангуляции. Однако, полученные выводы из обработки финской триангуляции без и с использованием частых лапласовых азимутов не подтвердили этих надежд.

Вопрос об использовании лапласовых азимутов прежде всего требует исследования в отношении повышения точности определения астрономических азимутов на пунктах триангуляции, причём надлежит учитывать действие инструментальных ошибок и действие боковой рефракции. Впрочем, метод наблюдения прохождений звезды или звёзд в вертикале тригонометрического сигнала обещает как будто бы заметное понижение влияния инструментальных ошибок и, как будто бы, полное исключение влияния боковой рефракции, но, конечно, имеет другие слабые стороны. Некоторые исследования по применению последнего метода определения азимута земного предмета были использованы польскими астрономами. Вряд ли, однако, можно признать, что вопросу повышения точности лапласовых азимутов уделено должное внимание. Исследовательская работа здесь довольно сложна и будет затрагивать ряд вопросов астрономии, геодезического инструментоведения и геофизики.

Если в Западной Европе добиваются средней ошибки<sup>1</sup> в наблюденном горизонтальном направлении в триангуляции не более  $\pm 0''.3$ , то, конечно, следует поставить задачу определения астрономического азимута с такой же примерно средней ошибкой, чтобы иметь среднюю ошибку лапласова азимута в средних широтах около  $\pm 0''.4$  при определении астрономических долгот со средней ошибкой  $\pm 0^s.3$ . Уже отсюда ясно, что современная астрономо-геодезия требует определения долгот лапласовых пунктов со средней ошибкой не более  $\pm 0^s.02$ , т. е. применения пассажного инструмента с безличным микрометром,

и это условие выполняется вообще во всех государствах, требуя, однако, для ряда районов СССР соответственного приспособления универсальных инструментов или зенит-телескопов и соответственно построенной программы наблюдений этими инструментами. Необходимая исследовательская работа проведена уже в ЦНИИГАиК.

Лапласовы азимуты, определённые через 250 км со средней ошибкой даже  $\pm 0''.6$ , работают прекрасно на общую азимутальную ориентировку больших частей триангуляции, и если контроль угловых измерений в отдельном звене триангуляции и не вполне оправдан при указанной точности лапласовых азимутов, то значение их в общем построении триангуляции всё-таки остаётся большим.

Изучение геоида, в современной постановке этой задачи, требует определения астрономических пунктов в триангуляции вообще не реже, чем через 60 – 70 км, а по некоторым профилям и заметно чаще, причём желательнее определение широт со средней ошибкой около  $\pm 0''.3 - 0''.2$  и долгот со средней ошибкой  $\pm 0''.03$ . Это сгущение астрономических пунктов, однако, проводится в разных странах очень в различной степени, и наиболее богатые (США, Франция) оказались и наиболее скудными в этом деле. Каких-либо новых методов для этой задачи и инструментов, кроме применения призменной астролябии, за рассматриваемый период в геодезической астрономии отработано не было. Вряд ли мы ошибёмся, если скажем, что надлежаще поставленных исследований, которые оправдали бы ставку некоторых астрономов на значительную роль призменной астролябии в определении первоклассных долгот, проведено не было.

Нам придётся ещё вернуться к астрономическим работам научного значения, связанным с задачами геодезии, сейчас же мы остановимся несколько на службе времени. Служба времени находится в ряде государств в руках геодезических учреждений; в СССР много служб времени, и одна из них находится в ведении геодезического учреждения (ЦНИИГАиК), а все остальные – в ведении астрономических обсерваторий, работающим в общем “самостоятельно”.

Усовершенствование хранения времени является наиболее сложной и важной задачей службы времени, и только при значительном успехе в решении этой задачи может быть поставлена интереснейшая и очень тонкая задача по выявлению неравномерностей вращения Земли. Конструирование и применение к хранению времени кварцевых (пьезо-электрических) часов, видимо, позволит подойти к этой задаче исследования вращения Земли. Несомненно приходится отметить конструирование и применение кварцевых часов как научное достижение последних лет; оно не относится к области геодезии, но обеспечивает постановку научных исследований, очень важных для геодезии. Перед войной и в самые годы войны разработка конструкции кварцевых часов проводится в ЦНИИГАиК, и, видимо, с успехом.

Естественно считать, что служба времени должна быть в ведении научных астрономических организаций, но ряд ценных научных работ в области службы времени и наиболее её солидная постановка относятся, однако, к тем службам времени, которые находятся в ведении научных геодезических организаций. Вероятно надлежащий успех требует совместной научной работы астрономо-геодезистов, крупных астрономов (астрометристов-теоретиков) и физико-механиков. Направляющее и возглавляющее объединение служб времени в СССР должно быть проводимо Астрономическим советом Академии Наук СССР.

4. Обратимся теперь к исследованиям, которые относятся к физической геодезии, вообще, по нашему мнению, только что ещё нарождающейся. Прежде всего приходится отметить работы по изостазии и именно работы Боуи, Хейсканена, Борна, Вейнинг-Мейнеца и других. Международная геодезическая ассоциация учредила в своей организации особый отдел по изостазии, уже выполнивший ценные сводки обширных гравиметрических материалов.

За последние 25 лет Боуи дал более 50 монографий по вопросам изостазии. Использование аномалий силы тяжести в его первых исследованиях по изостазии привело к ещё более веской аргументации существования изостатической компенсации, чем использование Хейфордом уклонений отвесных линий в США. Боуи же вывел глубину компенсации, равную 96 км для обычных, негорных районов, которая и принята была затем во всех странах при вычислении изостатических редуций силы тяжести. Эти блестящие результаты первых научных работ Боуи сопровождалась исследованиями по связи аномалий силы тяжести и уклонений отвесных линий с геологическим строением США. Указания Боуи на существование подземного докембрийского хребта в (низменном) районе Миссисипи и на значительный прогиб вниз подстилающих кристаллических слоёв в одном из районов Калифорнии (Compton Green River) вполне подтвердились дальнейшими исследованиями геологов, для которых эти указания Боуи явились руководящими.

Здесь геодезическая гравиметрия вступила на новый путь, путь связи с геологическими изысканиями. Целый ряд дальнейших работ Боуи посвящён выяснению связей изостатических аномалий силы тяжести с геологическим строением разных районов США и других стран, с получением при этом некоторых обобщающих выводов, которые использовались, например, в работах академика Архангельского А. Д. Но, приняв локальную компенсацию и схему компенсации по Пратту, Боуи в этих своих исследованиях, в сопоставлениях фактов, достаточно упорно проводит предвзятые точки зрения, признавая возможность нарушения изостазии только на ограниченных площадях, с отнесением этого нарушения за счёт главным образом вертикально действующих сил и изменений в строении верхнего слоя земной коры, отрицая образование больших складок подстилающего кристаллическую земную кору слоя вследствие действия горизонтальных сил, и вообще не учитывая всей

сложности геофизической стороны явлений, приводящих к нарушению изостатического равновесия.

К периоду, который нас интересует, относится как раз применение доктором геодезии Венинг-Мейнецом определения силы тяжести на океанах (на подводной лодке) и замечательные результаты этих его работ в районе Ост-Индии (Остиндский архипелаг), которые заставили существенно иначе поставить для ряда больших океанических районов вопросы нарушения изостатического равновесия, и привели самого Венинг-Мейнеца к его собственной теории (Einknickungstheorie), основанной на прогибах и разломах кристаллических слоёв земной коры вследствие сжатия под действием горизонтально направленных сил. Вероятно, эта теория Венинг-Мейнеца применима вообще к районам геосинклиналей. Горизонтальные перемещения больших масс (частей материков) являются предпосылкой этой теории.

Достаточно сложная картина распределения заметных аномалий силы тяжести в Индии, и именно аномалий изостатических, давно обращала на себя внимание индийских геодезистов, геологов и Управления съёмки Индии (Survey of India). Это учреждение поставило с 1925 – 1926 года значительные астрономо-геодезические и гравиметрические работы, хорошо обдуманные и направленные на обслуживание и научных целей. Используя материалы этих работ, индийский геодезист Glennie к 1932 году опубликовал результаты своих очень интересных исследований по объяснению аномалий силы тяжести в Индии. Glennie, на основе исследований крупнейшего английского учёного Джеффриса, принимает, что верхний слой (гранитный) кристаллической земной коры имеет плотность 2.67 и толщину 10 км, за ним следует “промежуточный” слой (тахилитовый) этой коры с плотностью 2.85 и толщиной около 20 км, а далее располагается подстилающая среда с плотностью 3.30 (дунит)<sup>2</sup>. Предполагая, что в районах отрицательных аномалий силы тяжести два слоя, образующие кристаллическую земную кору, вогнуты, обращены выпуклостью книзу, а в районах положительных аномалий – выпуклы, или обращены вогнутостью книзу, он таким образом, не затрагивая, однако, геофизической стороны и вопросов изостазии, выдвигает свои Crustal Warping или Krustenundulationstheorie или наличие смены изгибов нижнего подстилающего кристаллическую земную кору слоя. Хотя последняя формулировка страдает длиннотой, но она, думается, наиболее правильна, так как вряд ли можно говорить о “теории Гленни”. Это, вернее, установление новых фактов, конечно очень важных, но требующих ещё теоретического объяснения. Установление этих фактов, т. е. расчёты местонахождения, расположения и глубины этих Crustal Warping, Гленни выполняет очень оригинальным методом, отчасти эмпирическим, используя при этом аномалии силы тяжести и высоты геоида над эллипсоидом, полученные без использования гравиметрических материалов. Такие высоты геоида доставлены индийской астрономо-геодезией, что и должно поставить в заслугу её руководителям.

Эти изгибы кристаллической земной коры, эти Crustal Warping, в виде Upwarps, Downwarps, установленные Гленни для Индии, вполне объясняют распределение аномалий силы тяжести в этой стране, и они подтверждаются геологическими изысканиями, давая нередко должное направление этим изысканиям и устраняя иногда выполнение крупных инженерно-геологических поисков “вслепую”. Мы ниже остановимся на постановке в Индии астрономо-геодезических и гравиметрических работ, приведшей к обеспечению успеха в изысканиях Гленни. Важно сейчас отметить, что если по Боуи “эрозия и седиментация являются первопричиной крупных изменений в строении земной поверхности”, и поэтому его внимание в вопросе о нарушениях изостазии было обращено именно на эти причины, то работы геодезистов по исследованиям изостазии за последнее время, как мы уже указали на примерах работ Гленни и Венинг-Мейнеца, ставятся существенно иначе: огромные области в океанах в виде полос шириной 200 – 500 км и длиной до 8000 км с заметным недостатком масс и отрицательными (до 250 мгл) аномалиями силы тяжести и сопутствующие им всегда справа и слева полосы с заметным избытком масс; чередование в Индии опять-таки полос с отрицательными и положительными аномалиями силы тяжести, – эти факты и ряд других неизбежно побуждают для ряда районов относить причину нарушений изостазии к мощным горизонтальным давлениям, к горизонтальным перемещениям больших масс, вызывающим в смежных районах прогибы и нарушения кристаллических слоёв земной коры. Геологическое строение верхнего слоя мощностью в 10 км при рассмотрении нарушения изостазии должно поэтому сопоставляться с образованием глубинной складчатости.

Следовательно, ни компенсация по Эри, ни тем более компенсация по Пратту, во многих случаях никак не могут быть приняты. Та простая связь нарушений изостазии с эрозией и седиментацией, с нарастанием, например, мощности осадочных пород, или с ненормальным утончением или утолщением земной коры, – которая неизбежно вытекает из связи изостазии только с рельефом внешней поверхности Земли, оказывается в свете современных исследований часто неприемлемой для многих и больших районов. Нарушения компенсации оказывается одного типа для платформ и щитов; другого типа, для района геосинклиналей; третьего, – для больших океанических глубин; четвёртого, – для больших океанических районов с нормальной глубиной дна, и т. д., а объяснение этих нарушений приходится искать в геотектонических движениях, прибегая к средствам геомеханики и используя вообще методы и достижения геофизики.

С 1932 года в СССР учреждена общая гравиметрическая съёмка нашей страны, состоящая в ведении Главного управления геодезии и картографии, которая весьма успешно продвигается. К настоящему времени, кроме того, в первоклассной триангуляции в СССР определены в нескольких сотнях пунктов уклонения отвесной линии. Другими словами, мы имеем очень большой

материал, который надлежит использовать в целях выяснения изостатического равновесия в СССР, а вернее, в целях изучения нарушений этого равновесия. Соответственные исследования были в небольшом масштабе поставлены с 1935 года в ЦНИИГАиК и велись геофизиком и отчасти геодезистом С. В. Евсеевым до начала войны. Понятно, что в этом большом деле это – только первые шаги, однако они всё-таки привели к немаловажным результатам. Работы Евсеева дали интересные результаты по Среднему Уралу, Кавказу [?], Поволжью и Северному Кавказу. По существу можно считать установленным отсутствие изостатической компенсации в Поволжье и Северном Кавказе и отсутствие этой компенсации даже в дельте Волги (для дельт других больших рек заграничные работы дают обратный результат).

Для Кавказа имеется пёстрая картина; для ряда его районов вряд ли можно говорить о наличии изостазии. Урал (средняя часть) до известной степени, лишь частично, можно считать компенсированным. По исследованиям Хейсканена, Кавказ можно считать компенсированным, однако при принятии глубины изостазии в 270 км, что совершенно противоречит геофизическим условиям. Советская гравиметрия привела к установлению значительных отрицательных аномалий силы тяжести в северо-западной и западной части Памира, в то время, как восточный Памир имеет положительные аномалии, а громадные отрицательные аномалии в долине Ферганы были установлены ещё до 1917 года. Эти отрицательные аномалии в части Памира и в Фергане приходится объяснять всего лучше опять-таки прогибом здесь кристаллического слоя Земли (вниз). Выравнивающее действие изостазии должно работать (конечно, крайне медленно) на устранение этого прогиба и, следовательно, на поднятие всего района. Возможно, что отсутствие изостатической компенсации на Северном Кавказе и в Поволжье также, может быть, окажется связанным с прогибами земной коры.

Наш очень несовершенный и очень неполный очерк исследований по изостазии выявляет, полагаю, большую сумму работы геодезистов разных стран по этому вопросу за последнее время, плодотворность полученных ими результатов и существенные изменения подходов в объяснениях нарушений изостазии и изостатических перемещений. Очевидно, эти подходы характеризуются связью их с геофизикой, правда, ещё очень мало разработанной. В собирание астрономо-геодезических материалов приходится также внести изменения, о чём мы скажем ниже.

Существует следующее мнение, которое, к сожалению, мне приходилось слышать и от очень крупных учёных:

“Дело геодезистов собрать материал (топографический, астрономо-геодезический, гравиметрический, нивелирный), а геологи и геофизики уж используют его в научных целях”.

Но уже сорокалетняя история показывает, что если бы геодезисты “не дерзали”, то в области изучения изостазии и не было бы ничего сделано. Далее, от кого же геодезисты получают указания, как и где собирать этот материал, и в каком виде его представить? Неужели материал для сложного научного исследования может собираться людьми, не понимающими ни задач этого исследования, ни его постановки, ни методов использования этих материалов. Мы ограничимся лишь указанием, что важный и для теоретической, и для прикладной науки, и для практической жизни вопрос об изостазии находится на стыке геофизики, геологии, геодезии и отчасти геоморфологии и географии.

Следовательно, нужно укреплять этот стык и в частности развивать физическую геодезию, в которой работают астрономо-геодезисты, углубившиеся в известной степени в геологию и в “большую геофизику”. Именно этот подход является единственно правильным, и он несомненно будет осуществлён в дальнейшем развитии советской геодезии.

Изостазия, конечно, стоит в некоторой связи с сейсмологией и с вековыми движениями суши. Изучение геодезического эффекта землетрясений уже давно поставлено в Японии: здесь выполняются повторные нивелировки в районах землетрясений и прокладываются специальные триангуляции на площади около 80 000 кв. км для выявления полной картины горизонтальных перемещений почвы при землетрясениях. Понятно, что эти триангуляции должны быть построены своеобразно, чтобы при сравнении повторных результатов по возможности в выводах ослабить влияние ошибок определения элементов триангуляции. Смещения пунктов триангуляции японцы вычисляют до миллиметров; наименьшие из охваченных триангуляцией смещения выражаются [равны] 0.02 м. Получаемые из повторных нивелировок и триангуляций результаты позволяют изучать сложную и очень интересную картину движений почвы при землетрясениях и работы сил, вызывающих эти движения.

В СССР достаточно сейсмических районов, однако советская геодезия до сих пор не ставит геодезического изучения этих районов в специальном разрезе, что, однако, должно стоять на очереди дня. Известно, что медленные смещения почвы происходят ещё задолго до землетрясений.

Сейсмология, научно возглавляемая в настоящее время Гутенбергом, уже доставила ценнейшие результаты в отношении общего распределения плотностей внутри земного шара и общих представлений о строении земной коры. Дальнейшая дифференциация этих результатов будет очень важна для геодезистов, работающих по теории фигуры Земли и по вопросам устройства твёрдой оболочки Земли, в частности по вопросам изостазии. Научная связь геодезии с сейсмологией ещё не конкретизировалась определённо в каких-нибудь работах геодезистов, но связь геодезии с сейсмологией устанавливается и в Международной геодезической ассоциации, и в Управлении Съёмки Индии, и в Датском геодезическом институте, не говоря уже о японских геодезистах.

Изучение перемещений полюсов, движений материков (согласно теории Вегенера), периодических и вековых вертикальных движений суши и изменений уровня моря находится на стыке геофизики, геодезии и астрономии. Изучение колебаний полюсов до 1916 года находилось в ведении прежней геодезической ассоциации, возглавлявшейся Гельмертом. По существу, тогда международная служба широт имела научное руководство Прусского геодезического института; в настоящее время эта служба находится в ведении Ассоциации геодезии Международного Union géodésique et géophysique и возглавлялась фактически до 1935 года японским учёным Кимура. Астрономические наблюдения на станциях международной службы широт, в смысле техники их выполнения, достигли высокой степени совершенства, но они выявили сложность движений полюсов, не укладывающуюся в сколько-нибудь простые схемы периодических движений.

Отсюда вытекает, между прочим, целесообразность пересмотра и исследования вопроса о наилучшей постановке наблюдений широты, – в отношении распределения этих наблюдений во времени, а также в отношении метода обработки собираемого из наблюдений материала. В последнем и очень важном моменте участие геодезистов несомненно может быть ценным, и это уже и выявилось в проведенных в прежней Геодезической ассоциации исследованиях. В СССР в настоящее время этими вопросами обработки наблюдений международной службы широт занимается с успехом академик А. Я. Орлов, астроном, давно работающий по вопросам физической геодезии и геофизики.

Наиболее трудная часть, теоретическое объяснение результатов, получаемых из наблюдений по определению колебаний полюсов, привлекает многих учёных, и мы имеем за последние годы много печатных работ по этому вопросу, принадлежащих и астрономам, и геодезистам, и геофизикам, и большое разнообразие взглядов и предложений. Немаловажный для геодезического использования вопрос, собственно, за 40 лет не вышел из стадии статистического изучения, если, конечно, не считаться с установлением сложения основных двух периодов, однако не ведущим ещё к установлению смен амплитуд “чандлерова” периода.

Движения материков, в вытекающем из теории Вегенера смысле, стали предметом изучения в Международном астрономическом союзе с 1925 – 1926 года. Этим Союзом при участии Геодезического и геофизического союза были проведены в 1926 и 1933 годах в мировом масштабе определения долгот, или l'operation mondiale des longitudes, с привлечением 52 астрономических обсерваторий в 1926 и 75 обсерваторий в 1933 году. Огромный материал дал очень интересные выводы, но не подтверждающие теории Вегенера. Дальнейшее статистическое изучение этого сложного и крайне важного вопроса требует, думается, существенного пересмотра постановки астрономических наблюдений и обработки их результатов, и, полагаю, в этом пересмотре участие астрономо-геодезистов будет

далеко не лишним. Научная интерпретация материала по изменениям долгот, собранного до настоящего момента и имеющего быть собранным в будущем, требует опять-таки вовлечения в неё не только геофизиков и астрономов, но и геодезистов. Ведь речь идёт о движениях материков, сопровождающихся изменением их относительного положения, что не может происходить без деформаций земной коры.

Вертикальные движения материков обуславливаются тектонической деятельностью, изостатическим выравниванием, изменениями внешней поверхности Земли вследствие эрозии и седиментации, влияниями Луны и Солнца на оболочку земного шара. Движения периодического характера, обуславливаемые “астрономическими” причинами, исследовались теоретически в 1927 – 29 годах известным французским учёным Лаллеманом, возглавлявшим очень долгое время нивелирные работы во Франции. “Вековые” движения суши, медленные и однообразные для более или менее значительных районов, обуславливаются причинами тектонического характера, а иногда и изостатическим выравниванием. В исследовании их приходится отметить работу, проведенную в Германии с 1926 по 1930 год и выявившую с несомненностью и большой точностью из материалов повторных нивелировок вековое движение материка в части Германии.

Следует отметить начатую у нас в ЦНИИГАиК работу по проекту сети вековых реперов и по закладке одного из них близ станции Чудово<sup>3</sup> как приступ к этой интересной задаче по изучению вековых движений суши. Эта задача, конечно, требует повторных выполнений, и притом в большом масштабе, работ по высокоточному нивелированию, с включением при этом сети вековых реперов, заложенных и в надлежаще выбранных районах, и с соблюдением надлежащей солидности в их закладке. Здесь требуется в постановке этих геодезических работ пересмотреть ряд сторон дела, учитывая и действие приливных движений земной коры (см. работу Лаллемана), и действие рефракции в нивелировке, и малую разработку до сих пор вопроса об оценке действия систематических ошибок в высокоточном нивелировании. Здесь же придется вплотную подойти и к вопросу о выводе средних уровней морей.

Существенный вопрос изучения действия рефракции в высокоточном нивелировании был поставлен в 1933 – 1937 годах почти одновременно в ЦНИИГАиК и в Финском геодезическом институте. Ценные исследования по температурным градиентам воздуха в приземном его слое были проведены английскими геофизиками А. Бест и Джонсон[ом?] (1929 – 1935). К сожалению, нет оснований считать работу ЦНИИГАиК подвигающей вопрос со стороны его геофизического обоснования, ни со стороны экспериментальной. Финские работы (Куккамеки), базируясь на геофизические обоснования, данные упомянутым выше Бестом, заслуживают внимания лишь со стороны постановки экспериментальной части.

Но в основном вопрос остаётся требующим всё-таки разработок именно со стороны геофизического обоснования, и на

это и нужно сделать ударение в будущих исследованиях вместо обильного собирания статистического материала вслепую. Надлежит иметь в виду, что все отмеченные вопросы научного исследования в области высокоточного нивелирования являются очень сложными. Они связаны и с физикой атмосферы, и с приливными действиями в земной коре, и с геотектоникой, и с разработкой экспериментальной части, и с мало отработанными вопросами геодезии в области оценки совместного действия ошибок систематического и случайного характера. Движение вперёд за отчётный период сказалось определённо в стремлении пересмотреть существенно прежние установки, но не приходится констатировать какого-нибудь заметного успеха в теоретических разработках.

5. В *Union géodesique et géophysique* к физической геодезии склонны относить только измерения силы тяжести, исследования, основанные на использовании результатов гравиметрии, и изучение поля силы тяжести. За рассматриваемый период научная работа в этой области должна быть названа громадной. Прежде всего отметим громадный успех в области конструирования приборов для определения силы тяжести: статистические [статические] маятники, упругие маятники Леже, гравиметры, приборы для наблюдений на подводной лодке, – всё это создано в результате большой и плодотворной научной работы, теоретической, экспериментальной и конструкторской, использовавшей новые принципы в построении аппаратуры для измерения силы тяжести и открывшей новые перспективы значительного прогресса в развитии гравиметрических работ на земном шаре.

Проблема гравиметрического изучения океанов и морей решена настолько, что только неблагоприятная политическая обстановка перед войной и последовавшая война помешала проведению этого изучения уже к настоящему моменту в большом масштабе. Упругие маятники и гравиметры должны значительно облегчить задачу гравиметрического изучения необжитых и труднодоступных территорий в разных частях света, но, конечно, при условии создания при пользовании гравиметрами редкой опорной гравиметрической сети. Венинг-Мейнец, Леже, Норлюнд, Гаальк, Тиссен, – вот те заграничные учёные, которые имеют большие заслуги в этом деле конструирования и применения новой гравиметрической аппаратуры, но и у нас надлежит отметить работы Сорокина, Михайлова А. А., ЦНИИГАиК и Молоденского. Благодаря трудам этих советских учёных осуществление проблемы гравиметрического изучения СССР подвинулось значительно вперёд.

В “теоретической” гравиметрии для геодезии являются существенными вопросы о редуциях силы тяжести, о выводе формулы нормальной силы тяжести, об определении фигуры геоида по аномалиям силы тяжести и проч. За рассматриваемый период по этим вопросам имеем значительное число исследований учёных всех стран. Для геодезии особо важны

исследования Джеффриса, Вейнинг-Мейнеца, де Грааф Хёнтера, Михайлова А. А., Малкина, Молоденского и проч. Разработку применения теории Стокса к изучению фигуры геоида на основании гравиметрических материалов приходится отметить в исследованиях Венинг-Мейнеца, де Граф Хёнтера, члена-корреспондента Академии наук СССР Михайлова А. А., сотрудника ЦНИИГАиК Молоденского М. С. Де Грааф Хёнтер дал ценное исследование погрешностей в определении высот геоида и [?] над нормальным сфероидом и абсолютных уклонений отвеса при разной степени гравиметрической изученности территории вокруг рассматриваемой точки. Впрочем, выводы де Грааф Хёнтера подверглись уже существенной ревизии со стороны М. С. Молоденского. Венинг-Мейнецу принадлежит первое по времени исследование по определению местных уклонений отвеса на основе применения теории Стокса.

Эти исследования были расширены в работах ЦНИИГАиК в 1932 – 1934 годах и поставлены как изучение, на основании гравиметрического материала, местной фигуры геоида в подмосковном районе, привлекавшим внимание учёных ещё с шестидесятых годов прошлого столетия ([Б. Я] Швейцер и сотрудники Межевого института). Проведение этой работы в районе с резкими сменами аномалий силы тяжести при почти полном отсутствии рельефа следует отметить как определённый успех геодезического приложения гравиметрии.

Советским же учёным принадлежит ряд ценных работ по применению гравиметрии к установлению подземных залеганий, а также и к выводу уклонений отвесных линий в целях введения поправок в астрономические координаты при использовании астрономических пунктов как опорных в картографических съёмках ряда территорий азиатской части СССР. Должно отметить, что гравиметрический метод разведки полезных ископаемых применяется широко, кроме СССР, в Америке и Германии. Здесь уместно будет отметить, что за последние 25 лет гравиметрическое изучение земного шара подвинулось значительно вперёд, и несомненно это движение вперёд в особенности сильно проявляется в Советском Союзе, где за последние десять лет определено шесть тысяч гравиметрических пунктов, покрывающих площадь в восемь миллионов квадратных километров. Этот уже собранный громадный материал несомненно послужит при его научной разработке к освещению ряда вопросов геодезии, геологии и геофизики и поведёт к развитию ряда исследований в области физической геодезии.

**6.** Обратимся теперь к основной задаче геодезии, к исследованию и определению размеров и фигуры земли. Приходится прежде всего указать на работы финского учёного Хейсканена. Вычислив топографо-изостатические уклонения отвесных линий для дуг градусных измерений Западной Европы с отнесением к ним и русской дуги Струве, Хейсканен дал в 1926 году выводы из этих дуг размеров и сжатия земного эллипсоида. Затем в 1929 году он опубликовал вторую работу, “Über die Elliptizität des Erdäquators”, в которой для вывода земного

эллипсоида использует материалы по США (те самые, которые были использованы ещё Хейфордом в 1910 г.) с присоединением к ним указанных в первой работе материалов по дугам градусных измерений в Западной Европе. Хотя это было и недавно, но и приведенные работы Хейсканена произвели солидное впечатление и дали автору известность, укреплённую затем его последующими исследованиями по изостазии.

Развитие астрономо-геодезической деятельности в СССР даёт основание в настоящее время существенно иначе оценить результаты этих исследований Хейсканена. С современной точки зрения советской науки собственно можно утверждать, что собранные за сто лет материалы по градусным измерениям в Европе не позволяют даже поставить задачи по выводу земного эллипсоида, да и сам Хейсканен был вынужден в результате оперировать только отказавшись от вывода сжатия и ограничиваясь выводом большой полуоси эллипсоида. При принятом (произвольно) сжатии 1:297, из первой своей работы Хейсканен получает для большой полуоси эллипсоида значение  $6378\ 397\ м \pm 72\ м$ , и отсюда заключает “о подтверждении” результатами обработки небольших градусных измерений Западной Европы выводов Хейфорда из больших материалов по США, между тем как одна дуга Струве даёт, при том же сжатии для большой полуоси значение  $a = 6378\ 431\ м \pm 117\ м$ , и по существу не одна ли русская дуга и продиктовала согласие результатов всех “градусных измерений в Европе”.

Во второй своей работе Хейсканен исходит из такого соображения: меридианные измерения в Европе дают большие значения для полуоси земного эллипсоида, чем расположенные примерно на  $90^\circ$  от них по долготе меридианные измерения в США. Эти же последние дают заметно меньшие значения для большой полуоси, чем градусные измерения по параллелям в тех же США. Градусные измерения по параллели в Западной Европе дают для полуоси  $a$  заметно меньшие значения, чем меридианная дуга Струве и дуга западно-европейского меридиана, и дуга по параллели в Индии, удалённая от средне-европейской почти на  $90^\circ$  по долготе.

Эти соображения естественно приводят Хейсканена к заключению о существовании больших долготных волн геоида, к заключению очень важному и ценному. Большие волны геоида Хейсканен пытается приписать трёхосности эллипсоида, выводя её из градусных измерений США и Европы. Но соединение материалов по США и Западной Европе наталкивается прежде всего на затруднение в том отношении, что метод площадей, применённый в градусных измерениях США, даёт чрезвычайно большой (и преувеличенный) вес американским результатам по сравнению с западно-европейскими, так что последние при общих сопоставлениях мало влияют на выводы и остаются “на притыке”.

С другой стороны, не схематический, а правильный учёт влияния трёхосности на выводы по США приводит к значительно меньшей разности этого влияния на выводы из меридианных дуг и из дуг параллелей по США, чем это предварительно получено

было Хейсканенным. В результате его выводы трёхосности в виде разности полуосей экватора в 165 м с ошибкой  $\pm 57$  м, и в особенности долготы наибольшего меридиана в  $+ 38^\circ$  со средней ошибкой  $\pm 10^\circ$ , конечно, свидетельствует о том, что не следовало и ставить задачи по выводу трёхосности, и что средний эллипсоид (двухосный) должен был получиться собственно именно тот, который дал Хейфорд.

Не приходится преувеличивать заслуг отмеченных исследований в деле изучения фигуры и размеров Земли. Влияние этих общих волн геоида, если они имеют характер долготных волн, может быть выполнено только при присоединении астрономо-геодезических материалов по СССР и таковых же по США, после выполнения, конечно, градусных измерений в европейской и в значительной части азиатской части СССР. К такому развитию астрономо-геодезических работ советские геодезисты подошли в 1934 – 35 году, и тогда автор настоящей статьи начал свою работу по выводу общего земного эллипсоида, используя градусные измерения СССР, США и западной Европы.

Эти работы Ф. Н. Красовского были продолжены в ЦНИИГАиК в течение 1935 – 1939 годов, причём был обработан громадный астрономо-геодезический и гравиметрический материал (доцент А. А. Изотов). Общие долготные волны геоида этими исследованиями, полагаю, достаточно прочно установлены для зоны между северными параллелями  $60$  и  $85^\circ$ . Результаты работ Ф. Н. Красовского были помещены в журнале “Геодезист” в 1936 году, отчёт по работам ЦНИИГАиК ещё не опубликован.

Существенно отметить, что вопросы совместного использования астрономо-геодезических и гравиметрических материалов не поставлены, насколько известно, в иностранных научных исследованиях по выводу земного эллипсоида. Между тем, несомненно, разработка именно этих вопросов может дать существенные результаты для исследований фигуры Земли и определения её размеров.

В 1934 году автор этой статьи выдвинул идею так называемого астрономо-гравиметрического нивелирования, которая была затем разработана М. С. Молоденским и в 1936, 1937 и 1938 годах применена в ЦНИИГАиК для получения профилей геоида по дуге меридиана Пулково – Николаев и по дуге 54-й параллели от Орши до Челябинска. Здесь мы имеем метод, позволяющий получать достаточно детально и достаточно точно профили геоида на основе известных астрономо-геодезических уклонов отвеса в пунктах, удалённых по профилю друг от друга на 10 – 100 км, и карт изоаномал силы тяжести, детальных однако только для полосы шириной 80 км вдоль избранной линии. Площадь вне этой полосы шириной 300 км обслуживается станциями общей гравиметрической съёмки страны.

Астрономо-гравиметрическое нивелирование позволяет получать быстро профили геоида на очень больших протяжениях и с освещением не только линий, но и площадей, причём построение этих профилей по существу не зависит от ошибок в редуциях силы тяжести и неверности формулы для нормальной

силы тяжести. Очевидно, здесь найден геометрический путь изучения геоида на площадях порядка континентов и ценность его понятна, но, конечно, программа градусных измерений должна существенно измениться: в неё как непременный элемент должна входить, кроме обычной части геодезической и части астрономической, ещё своеобразно поставленная часть гравиметрическая. Но если принять в расчёт, что за последние 10 лет гравиметрические работы проведены в большом масштабе в Англии, Германии, Франции, Испании, Италии, Финляндии, то только небольшие дополнительные гравиметрические работы потребуются, чтобы в этих государствах и обработке [при обработке] градусных измерений применить новые, полученные в СССР методы, основанные на построении связанных между собой профилей геоида, которые получены независимо от каких-либо гипотез или пред[по]ложений.

Нужно, однако, иметь в виду, что за изучением геоида на той или иной очень большой части континентов земного шара затем должен выполняться переход от геоида к земному эллипсоиду, и в этой задаче выступит новое и иное использование гравиметрических материалов, отвечающее требованию получить эллипсоид возможно приближающийся к общему земному эллипсоиду.

Астрономо-гравиметрическое нивелирование в СССР дало в 1939 году только два больших профиля геоида, но к ним, как показали исследования Молоденского, могут быть присоединены ещё ряд профилей в средней части Европейской России, в части Украины и Белоруссии, хотя там и нет надлежащего сгущения гравиметрической съёмки вдоль этих профилей. Война приостановила дальнейшее изучение геоида этим методом. Поэтому при выводе размеров и сжатия земного эллипсоида в ЦНИИГАиК в 1937 – 1940 годах пришлось за отсутствием ещё окончательно отработанных материалов по результатам выполненного уже астрономо-гравиметрического нивелирования и за отсутствием развития его в азиатской части СССР отказаться от использования его результатов.

Но использование гравиметрии в этой задаче тем не менее было выполнено. Именно, так как кругом каждого астрономического пункта астрономо-геодезической сети СССР в радиусе всегда большем 300 км имеется сплошное освещение площади станциями общей гравиметрической съёмки нашей страны, то по данным этой съёмки были для каждого астрономического пункта выведены слагающие “гравиметрического” отклонения отвеса, соответствующие аномалиям Фая силы тяжести на площади кругом астрономического пункта радиуса 300 – 400 км. Эти величины затем и были введены как поправки в свободные члены соответственно широтных и долготных уравнений градусных измерений по СССР.

Конечно, такие поправки отражают лишь влияние местных аномальных масс в пределах площади радиуса 300 – 400 км для каждого астрономического пункта и часть местных аномальных влияний в зонах, ближайших к внешней границе (в виде

окружности) такой площади. Остальная часть местных влияний остаётся неизвестной и не учитываемой, но она даже при очень мощных подземных залеганиях будет выражаться величиной порядка  $0''.6$  при очень значительных горных сооружениях<sup>4</sup>. Конечно, об учёте влияния общих отступлений геоида от эллипсоида в выводимых указанным путём “гравиметрических” уклонениях отвеса говорить не приходится. Нам представляется, что только что очерченный метод использования гравиметрического материала, пополняемый, конечно, надлежаще проводимыми сопоставлениями при самих выводах “гравиметрических” уклонений отвеса и некоторыми исследованиями, обеспечивает возможность получить свободные члены уравнений градусных измерений, отражающие в себе влияние, во-первых, различия размера, сжатия и ориентировки принятого референц-эллипсоида от нормального сфероида, и, во-вторых, влияние общих отступлений геоида от эллипсоида.

Можно быть уверенным, что указанный метод даёт поправки в уклонения отвеса за местные влияния несравненно более надёжно, чем использование изостазии. Нельзя надеяться на то, что местные влияния будут при выводе эллипсоида даже из большой астрономо-геодезической сети компенсироваться так, как компенсируются в среднем выводе случайные ошибки в длинном ряде наблюдений. Степень этой компенсации в данном случае мы никак не можем оценить, и с другой стороны имеются шансы на то, что выведенный эллипсоид без учёта этих местных влияний может всё-таки заметно отойти от общей фигуры Земли, а выявление распределения волн геоида общего характера сделается запутанным и трудным. С другой стороны, попытка использовать топографо-изостатические уклонения отвеса привела по многим пунктам градусных измерений СССР к неприемлемым результатам. Изостазия приводит здесь к поправкам или одного порядка по величине, но обратным по знаку с гравиметрически выведенными поправками (Приуралье, Северный Кавказ и пр.) или даёт почти нулевые поправки, тогда как астрономо-геодезия и гравиметрия согласно указывают наличие заметных местных влияний, благодаря, конечно, действию подземных залеганий.

Имеются основания предполагать, что влияние общих волн геоида, если они являются долготными, значительно скомпенсируются в выводе эллипсоида из астрономо-геодезической сети СССР, так как эта сеть имеет долготную амплитуду почти в  $180^\circ$ . Конечно, окончательно этот важный вопрос должен решаться не только на основе расширения в будущем материалов по астрономо-геодезическим и гравиметрическим сетям, но и на основе сложных теоретических исследований геофизики, а возможно и исследований в области исторической геологии.

Но на данный момент вывод ЦНИИГАиК, основанный на описанном использовании материалов общей гравиметрической съёмки СССР, должен считаться наиболее обоснованным. Он даёт

из астрономо-геодезических и гравиметрических материалов по одному только СССР

большая полуось эллипсоида  $a = 6378\,273 \pm 57$  м  
полярное сжатие эллипсоида  $\alpha = 1:298.2 \pm 1.8$

Довольно крупная ср. ошибка в сжатии обусловлена тем, что меридианные дуги СССР имеют амплитуду не более  $25^\circ$  (каждая) и средние широты  $51 - 57^\circ$ .

Из астрономо-геодезических материалов СССР, США и Западной Европы имеем, при совместной их обработке

большая полуось эллипсоида  $a = 6378\,245 \pm 47$  м  
полярное сжатие эллипсоида  $\alpha = 1:298.3 \pm 1.1$

Эти результаты замечательны по своей сходимости, но они довольно заметно отходят от “международного эллипсоида” по Хейфорду. Полагаю, что нельзя отрицать значение применяемого нами метода как приближающего выводы по СССР к выводу общего земного эллипсоида.

Нам представляется, что примененный в СССР метод использования гравиметрических материалов, конечно, при том или ином дальнейшем его усовершенствовании, надлежит применять и к обработке градусных измерений Западной Европы, отметая тем самым сомнительное использование изостазии по дуге западно-европейского меридиана, по дуге Гельбронне, по дуге 48-й параллели и проч., и включая, следовательно, кроме двух дуг по Западной Европе ещё довольно обширный материал, который уже даст вывод эллипсоида не из двух дуг, а из астрономо-геодезической сети, покрывающей немалую площадь, равную трём четвертям общей площади Западной Европы. Этот метод определения земного эллипсоида приведёт и к отчётливому изучению нарушения изостазии в районах Западной Европы, покрытых астрономо-геодезическими и гравиметрическими сетями и которые до сих пор считаются якобы “хорошо компенсированными”.

Уместно отметить, что за последние годы англичане в Индии по дугам градусных измерений провели определение астрономических пунктов, расположенных друг от друга на расстоянии всего 10 – 15 км. Такая постановка работ преследует ту же цель, что и астрономо-гравиметрическое нивелирование в СССР, а именно получение больших профилей геоида независимо от каких-либо гипотез и предположений относительно строения земной коры, а как бы из непосредственных измерений. Эта мысль получения профилей, а затем фигуры геоида на континентах из астрономо-геодезического и гравиметрического материала, но при таком использовании последнего, при котором заведомо мало и пренебрегаемо влияние ошибок в редукциях силы тяжести и неучёте аномалий силы тяжести в средних и далёких зонах, должна лечь во всех государствах в основу программы градусных измерений. Но надлежит, конечно, во всех

государствах выполнить и общую гравиметрическую съёмку, тогда требуемые для проведения указанной мысли гравиметрические работы явятся только дополнительными, а данные гравиметрической съёмки позволят исключить, как это было сделано в СССР, местные влияния и подойти затем к выводу земного эллипсоида, используя исправленные за эти местные влияния астрономо-геодезические результаты и вместе с ними, но лишь в части, касающейся ориентировки эллипсоида, и гравиметрические материалы.

Отметим, что геодезическое соединение СССР с Западной Европой солидно выполнено; геодезическое соединение СССР с Индией легко выполнить; соединения Европы с Африкой имеются, но может быть осуществлено легко новое соединение: триангуляции Турции подошли вплотную к Закавказью, а с южной стороны – к французским триангуляциям в Сирии, которые соединены с новыми триангуляциями англичан в Египте.

Советские геодезисты в последние годы проложили триангуляции по побережью Охотского моря и освоили уже преодоление тех больших трудностей, которые здесь ставит природа точным геодезическим работам. Задача подхода со стороны СССР к Берингову проливу есть задача дня, которая с успехом будет выполнена в ближайшие годы по окончании войны.

Другими словами, геодезическое соединение всех материков кроме Австралии – дело ближайших лет. Следовательно, возможность отнесения астрономо-геодезических материалов всех стран к одному референц-эллипсоиду может наступить вообще в ближайшие годы, и тогда очерченная в предыдущем абзаце постановка задачи даст именно то решение, которое и должны отыскивать геодезисты: точно и детально представить и определить, притом без всяких предположений, поверхность действительного геоида на континентах и её размеры с отнесением её к поверхности одного общего для всех стран референц-эллипсоида и притом очень надёжно определённого и близкого к общему земному эллипсоиду. Установление такого (референц-) эллипсоида, понимаемого как хорошо выведенную фигуру относимости, может быть возможно будет сделать даже чисто геометрическим путём, сводя к минимуму отклонения поверхности геоида от его [?] поверхности референц-эллипсоида при соблюдении притом некоторых добавочных условий.

Но, используя гравиметрический материал, следует устранить при помощи его прежде всего местные влияния в уравнениях градусных измерений. Далее, следует, пользуясь теорией Стокса, вывести затем слагающие  $\xi_0$  и  $\eta_0$  уклонения отвеса в нескольких пунктах, кругом каждого из которых охват территории гравиметрическими станциями будет иметь место в радиусе около 1500 км. Можно взять четыре – пять таких пунктов (в Центральной Европе, СССР, США), если ко времени решения задачи заметно подвинется гравиметрическая съёмка в этих странах. Подстановка этих  $\xi_0$  и  $\eta_0$  в уравнения градусных измерений, последующие сопоставления полученных,

соответствующих этим подстановкам решений, и исследования выявляющихся широких волн геоида, приведут к выводу полуоси и сжатия эллипсоида, достаточно приближающегося к общему земному эллипсоиду. Высотную ориентировку его следует всё-таки сделать, используя лишь полученные из астрономо-геодезического материала высоты геоида относительно поверхности референц-эллипсоида. Указанный только что приём получения  $\xi_0$  и  $\eta_0$  был применён с охватом территории в радиусе около каждого пункта в 1500 км для четырёх пунктов СССР (Ленинград, Москва, Горький, пункт в Казахстане) при ориентировке эллипсоида для обработки материалов основных геодезических работ по СССР, причём получились очень удачные выводы при сопоставлении отдельных результатов, показывающие, что задача решается успешно при учёте влияния широких волн геоида. Этот очень любопытный материал, к сожалению, ещё не опубликован ЦНИИГАиКом, но он даёт прекрасную иллюстрацию успеха совместного использования астрономо-геодезических и гравиметрических материалов.

Конечно, описанным путём мы ещё не решаем задачи определения общего земного эллипсоида, так как поверхность геоида на морях остаётся неосвещённой и не использованной. Выполнение общей гравиметрической съёмки земного шара обеспечит то применение теории Стокса, которое и приводит, как известно, к изучению поверхности геоида относительно поверхности некоторого “нормального” сфероида, размеры которого остаются неизвестными.

Мы не будем касаться задачи сопряжения этой поверхности нормального сфероида с поверхностью эллипсоида, хорошо подходящего к общему земному эллипсоиду, которая устанавливается на основе выше очерченного использования астрономо-геодезических и гравиметрических материалов, относящихся только к континентам. Задача, в основании имеющая опять-таки совместное использование астрономо-геодезических и гравиметрических материалов<sup>5</sup>, решается, конечно, при условии полного сохранения выведенной формы и размеров поверхности геоида на континентах, и даёт в результате общий земной эллипсоид и волны геоида относительно его поверхности.

Сопоставления наблюдённых значений силы тяжести и уклонений отвеса с этими волнами геоида и должны быть положены в основу изучения нарушений изостазии и волн или ондуляций кристаллического слоя, подстилающие самые верхние слои земной коры с использованием при этом данных топографии и геологии. Вероятно основа теории Венинг-Мейнеца относительно нарушений в строении земной коры в некоторых океанических областях и главные черты теории Гленни<sup>6</sup> найдут приложение в этих сопоставлениях и более широкое использование с введением, вероятно, для объяснения широких волн геоида, вернее, “континентальных” волн, действия растяжения и сжатий земной коры, вызываемых горизонтально направленными силами.

Предстоящие работы по использованию геодезических материалов, охватывающих в одном блоке СССР и Западную Европу, а тем более предстоящая обработка соединённых в одно целое астрономо-геодезических материалов по Евразии, Африке и Америке, конечно, уже в настоящее время требуют иных подходов к математической стороне этого дела. Эти новые математические подходы к обработке очень значительных астрономо-геодезических сетей исследуются и рассматриваются в ЦНИИГАиК и лично автором этой статьи по линии Института теоретической геофизики Академии наук СССР.

7. Наш очерк далеко не охватил всех сторон современной научной геодезической деятельности. Он совсем почти не отразил той большой работы по усовершенствованию и изобретениям инструментов и приборов для измерений и наблюдений, которая привела уже к значительному прогрессу в геодезических работах, ускоряя и удешевляя их выполнение и позволяя осваивать такие районы, которые ранее приходилось считать “недоступными”. Я не коснулся также исследований в области теории ошибок измерений и в области так называемых “уравнительных” вычислений. Я не упомянул также о довольно пока неудачных предложениях по применению аэрофотогеодезических методов для геодезического соединения Европы и Америки, [и] Греции и Египта. В этой многообещающей области, очевидно, в вопросе преодоления очень больших расстояний дело находится ещё в стадии самых первоначальных исканий.

Но и изложенного достаточно, чтобы представить себе большую и разнообразную сложную работу, которую выполнили за истекшие двадцать пять лет астрономо-геодезисты всех стран. Как видим, в разработке основных задач своей науки советские геодезисты занимают видное место. Результаты их работ существенно изменяют прежние научные подходы и оценку ранее полученных научных выводов. Это обусловлено, конечно, теми большими масштабами, которые советское правительство проводит в многостороннем, в том числе и геодезическом изучении нашей страны.

Советская геодезия дала уже результаты, имеющие огромное значение в важной задаче изучения фигуры Земли и определения её размеров и в развитии ряда теоретических вопросов общего научного значения, связанных с этой задачей. Она установила и новые методы использования астрономо-геодезических и гравиметрических материалов в решении этой задачи. Научные вопросы из смежных областей знания, требующие использования геодезических материалов, лежат главным образом в области проблемы изучения твёрдой оболочки земного шара, но затрагивают и ряд других сложных явлений в устройстве и жизни Земли. Физическая геодезия, характеризующаяся связью с геофизикой, геологией и географией, является по существу новым отделом геодезии или даже, можно сказать, новым направлением в геодезии, которое должно содействовать исследованию ряда сторон сложнейшей задачи изучения устройства и жизни земного

шара, тем более, что именно до сих пор единственно геодезия доставляет незыблемые материалы для этих исследований.

Хотя в СССР мы и имеем отдельные ценные работы по исследованию изостазии, по применению гравиметрических методов к разведке подземных залегающих, по исследованиям движения земных полюсов, но организованного подхода в развитии физической геодезии мы ещё не имеем. Нужно иметь в среде научных работников по геодезии лиц, достаточно подготовленных в вопросах геологии и геофизики для работы “на стыке” геодезии с этими дисциплинами. Нужно иметь и соответствующую научную организацию. Следует помнить, во-первых, что без физической геодезии нельзя правильно поставить основные работы геодезического производства, раз они охватывают шестую часть земного шара, а в недалёком будущем станут основным ядром в международной геодезии. Во-вторых, что результаты этих работ непременно подлежат широкому использованию в сложных научных задачах, само же это использование без контакта между вооружёнными методами физической геодезии астрономо-геодезистами с одной стороны, и геологами и геофизиками с другой стороны, будет или неполным, или даже может быть и неправильным.

Член-корреспондент Академии наук СССР Ф. Красовский

### Примечания

1. Здесь и в нескольких других случаях средней ошибкой автор, видимо, называет среднюю квадратическую ошибку окончательного результата.
2. Дунит – магматическая горная порода, тахилит (см. чуть выше) – вулканическое стекло базальтового состава.
3. Чудово находится на севере Новгородской области.
4. Автор употребил необычное выражение.
5. По смыслу следовало бы подчеркнуть и “гравиметрических материалов”.
6. В начале § 4 автор указал, что у Гленни всё-таки не было никакой теории.

### Фамилии упомянутых иностранных учёных

G. B. Airy  
W. Bowie  
E. Buchar  
S. C. Chandler  
A. C. Clairaut  
R. Eötvös  
H. Faye  
C. F. Gauss  
E. A. Glennie  
J. de Graaf-Hunter  
C. E. Guillaume  
B. Gutenberg  
H. Haalck  
J. F. Hayford  
W. Heiskanen  
F. R. Helmert  
E. Jäderin  
H. Jeffreys  
W. H. Johnson (?)  
H. Kimura

T. J. Kukkamaki  
Ch. Lallemand  
P. Lejay  
J. B. Listing  
N. E. Norlund  
G. Pratt  
O. Schubert  
G. G. Stokes  
F. A. Vening-Meinesz  
J. Vignal  
A. Wegener

в два столбца, если можно

### ХШ

К. Трусделл

#### **Мимолётные очерки идиота о науке**

C. Truesdell, *An Idiot's Fugitive Essays on Science*.  
New York, 1984. Fragments

*Идиот* (греч), частное лицо, человек без определённого положения, не профессионал, обычный человек (с. 589, Прим.).

#### **Философия науки, 1984**

Первые строки Предисловия. Философия науки  
Не должна быть заповедником дряхлых учёных и преподавателей философии, никогда не понимавших содержания учебника по теоретической физике, не говоря о выполнении небольшого математического исследования или хотя бы наслаждении доверием творческого учёного.

[Это, правда, не определение философии науки (а точнее, естествознания), но убедительно. Трудно отделить её от самой науки, и пример тому подход Якоба Бернулли к смыслу закона больших чисел. Известно, что его целью было доказательство, пусть для частного случая, что индукция равноправна дедукции.]

#### **Математика и природа. Рассуждения и эксперименты**

**Строгость, простота, обобщения, 1979 – 1981**

С. 105 – 107, 112. С. 105. Эра компьютеров ныне забирает всю науку из человеческих рук. Как правило, компьютер пожирает данные эксперимента и выдаёт лишь их истолкование в соответствии с какой-либо теорией и быть может только несколько заранее рекомендованных примитивных формул. Никто, возможно сомневающийся в этом истолковании, не сможет проверить данные. Выдавая приложение теории, компьютер пожирает и промежуточные стадии и указывает ответ, и никто не сможет повторить его вычисления. Мало того, этим свойством компьютеров гордятся те, кто распространяет и продаёт их.

Громадный рост числа бесцельно проведенных экспериментов стёр соотношение теории и эксперимента, но по крайней мере не навредил теории. Ныне наука при помощи компьютеров всё более скрывает основу и структуру теории. Лицо природы, будь оно исследовано экспериментом или изображено теорией, в наши дни отвёрнуто и от экспертов, и от любителей. Вместо него мы получили кинематические схемы процессов, которые инсценируют бессмысленные битвы лучей, электронов, ионов, нейтронов, кварков, и пр. до бесконечности<sup>1</sup>.

При развитии различных сторон механики, [...] как должно быть вполне ясно, Эйлер и члены династии Бернулли всегда видели перед собой лицо природы<sup>2</sup>. Именно о природе они размышляли, именно её исследовали. Их целью было познание

природы при помощи математического представления. Они серьезно относились к экспериментам.

Даниил Бернулли сам был великим экспериментатором. Якоб и Иоганн Бернулли и Эйлер шли в ногу с результатами экспериментирования во многих областях, включая и часть тех, которые они так и не смогли приручить при помощи математики. Но, насколько я могу выяснить, развитие, которое привело от блестящих отрывков Гюйгенса и Ньютона по механике к систематической законченной (embracing) механике Эйлера, никогда непосредственно не обращалось к экспериментальным данным и не привело ни к каким экспериментальным испытаниям.

С. 106. Как я уже давно писал в соавторстве<sup>3</sup>, “*Опыт* руководил, *мысль* создавала”. Действительно, когда в наши дни вычисление траекторий и орбит для космонавтики основывалось на дифференциальных уравнениях Эйлера, не было слышно ни одного предложения вначале подвергнуть эти уравнения экспериментальной проверке, чтобы не потерять миллиарды долларов, применяя всего лишь математическую теорию. Теперь, конечно, мы можем сказать, что, наконец, через 200 лет после их установления, уравнения Эйлера были подвергнуты несметному числу экспериментальных проверок и каждый раз выходили из них невредимыми.

Приверженцы современности и “прогресса” могут презирать подход Эйлера, могут считать, что он сегодня не имеет отношения ни к жизни, ни к науке, как, по их мнению, и *Макбет* и *Потерянный рай*. Для них я цитирую одного из нескольких живущих, быть может самого последнего, который сумел сделать в теоретической физике открытие, единогласно признанное великим и постоянным, а именно Дирака. В 1939 г. [...] он написал:

*Физик, при изучении естественных явлений, может воспользоваться двумя методами [...] (1) Метод эксперимента и наблюдения; (2) Метод математического рассуждения. Первый, это просто сбор избранных данных; второй позволяет заключить о несделанных экспериментах. Нет никакой логической причины, почему второй метод вообще возможен, но [...] он работает [...]. Преобладающая идея этого приложения математики в физике состоит в том, что уравнения, представляющие законы движения, должны иметь простую форму. [...] Физик [...] получает принцип простоты [...], но он [...] прилагается только к фундаментальным законам движения. [...]*

С. 107. *Ввиду своей весьма существенной математической красоты теория относительности настолько приемлема физикам, хоть она и противоречит принципу простоты. Это качество нельзя определить, как нельзя и в искусстве, но изучающие математику обычно легко его оценивают. [...] Нам приходится заменить принцип простоты принципом математической красоты.*

[...]

С. 112. Методы членов династии Бернулли и Эйлера были в основном математическими, индуктивными и синтетическими. Концептуальный анализ [основанный на понятиях] медленно, очень медленно приводил к синтезу отдельных решений в простую, всеобъемлющую (embracing) теорию. Каждый шаг достигался успехом в какой-либо новой специальной задаче и новый успех добывался размышлениями о старых успехах и неудачах. Математика и её реализация в природе объединились в совершенном браке, в котором одно поддерживало другое. Уровень математической строгости был один и тот же; строгость в смысле, который недавно определил Андре Вейль<sup>4</sup>:

*Строгость для математика – это то, что моральность для человека. Она не состоит в доказательстве всего, но в сохранении чёткого различия между принимаемым и доказанным, и в попытке принимать на каждой стадии как можно меньше.*

Строгость – лишь одно качество концептуального анализа. Ещё более существенным является безустанный поиск объединяющего понятия, при помощи которого мы в конце концов достигаем простого, ясного и прекрасного, ибо только такое может отражать естественное и божественное. Ньютон писал: *Ибо природа проста и не любит пышности излишних причин.* Эйлер, защищая свои гидродинамические уравнения, писал:

*Общность, которой я здесь [...] придерживаюсь, не только не ослепляет нашу просвещённость, а раскрывает нам истинные законы Природы во всём их великолепии, и мы найдём ещё более существенные причины восхищаться её красотой и простотой.*

#### **Классики живы, 1968**

С. 69. Для меня, математическая наука сегодня жива, и не только в своих самых свежих листьях, но и в ветвях и корнях, которые доходят до прошлого. Я знаю молодых людей, которые читали слова [работы] Гиббса, и Кельвина, и Стокса, и Коши, и даже Эйлера и Ньютона, не для того, чтобы приукрасить свою статью ссылкой на ранние труды, и не для того, чтобы написать историю, но в поисках понимания и метода, выявляющихся в речах гигантов без их перевода пигмеями.

#### **Организация науки**

##### **Плебейская и пролетарская наука, 1979 - 1981**

С. 116. Плебейская наука – это *большая наука*. Малую науку создали несколько великих человек, большая наука требует множества малых людей. По мнению Чаргафа<sup>5</sup>,

*Мы плывём прямо в диктатуру администраторов, в которой отдельный учёный уже не сможет иметь свой голос. [...] Наука стала тщательно политизирована, игрушкой силовых сетей. [...] Всё направлено к созданию очень крупных научных скоплений, в*

*которых, под руководством людей с административными квалификациями, тоннами будет открываться предсказуемое. [...] Можно утверждать, что наша схема поддержки исследований нанесла намного больше вреда, чем оказала помощи научному росту отдельного человека. [...] Хорошо известно, что всюду, где денег больше, чем нужно, шарлатаны появляются самозарождением. [...]*

*И в другом сочинении он указывает: С точки зрения эффективности малая наука должна казаться незначительной. [...]*

*Малая наука слишком мало стоит, чтобы представлять какую-то ценность. Большая, плебейская наука непобедима.*

*Плебейская наука является промежуточной стадией. Следующая и последняя, это – пролетарская наука. При ней все исследования неизбежны, а допустимы лишь результаты, известные заранее и принятые. Цель пролетарской науки – подтверждать пролетариату всё, во что в то время будет приказано верить. Это, конечно, в первую очередь будет социальная наука. [...] Снова [...] Чаргаф. Чтобы избежать варварства, [он предлагает]*

*1. Покончить с глубокими и неподвижными колеями, вдоль которых движется наука в последнее время.*

*2. Вернуться в климат, при котором снова станут возможными действительные открытия, т. е. непредсказуемые наблюдения.*

*3. Освободить учёного от атмосферы, в которой он сейчас прозябает, наполовину государственным служащим и наполовину присяжным бухгалтером.*

*4. Вернуть науку в лабораторию индивидуального учёного, что позволит вновь прорасти истинным семенам настоящей науки [...]*

*В прежнее время несколько учёных жили для науки, теперь многие живут за её счёт. И так наука оказалась захваченной во всей дьявольской кутерьме всеобщего разложения западного мира.*

Публикация рукописей, 1968

*С. 397 – 402. С. 397. Дважды за тридцать лет Королевское общество вздорно и в высшей степени напыщенно и глупо подавило истину в пользу ошибочного, дважды облило грязью великих людей и превозносило пассивных, суетливых дураков, которые за всю свою жизнь ничего не добавили науке.*

*Чтобы увидеть, насколько нелепым было положение дел в Королевском обществе, достаточно лишь указать на это. Общество, или по меньшей мере его официальные лица, считали, что оно обязано защищать любую опубликованную им статью, а потому считали опасным принимать “рискованные” рукописи, пусть даже некоторые из них окажутся безошибочными<sup>6</sup>.*

*С. 398. Ответственность за решения возлагалась на рецензентов. Сегодня трудно найти что-либо менее важное про*

кинетическую теорию газов, чем то, что думали два анонимных рецензента в 1816 и 1845 гг., которые никогда не занимались ей.

[...] Положение Общества в те два года было настолько прочным, что оно навсегда закрыло две карьеры в математической физике [Герпата и Уотерстона], которые в своём кратком начале обещали больше, чем всего несколько других за столетие. Даже их выкопанные останки включаются в памятники механики, тогда как найти хоть одну статью или эксперимент, которые стоили бы сегодня мимолётного упоминания, у кого-либо из большинства членов этого Общества в 1800 – 1850 гг. так же трудно, как отыскать зуб у курицы.

[...] Я мог бы сообщить о подобных же случаях, происшедших в Институте Франции, в Берлинской и Петроградской [Петербургской] академии, – и в *каждой* знаменитой академии вплоть до 1850 г. (Мне не следует отваживаться подходить сколько-нибудь ближе к сегодняшнему дню.)

С. 402. Что, к сожалению, не только нелепо, но и отвратительно, это значимость, которую европейские академии приписывают себе и которой мир позволяет им наслаждаться.

До нынешнего времени учёные в США были счастливее. Мало кто из них интересуется нашими академиями, чтобы узнавать, кто состоит в них, а кто – нет, академии же пока что не выдают себя за арбитров истины в науке и жизни учёных. [...] Опасность наступает, когда учёные позволяют организовывать себя, уважать заявления академий, университетов, обществ и, наконец, государств, и подчиняться им.

#### Естественные и социальные науки, 1976

С. 465 – 467. Автор цитирует Andreski, *Social Sciences As Sorcery*. New York, 1972, с. 201 – 208.

С. 465. Андрески, с. 201 – 202. *Посредственный учёный-естественник, хоть и не может придумать ничего нового, и даже не способен идти полностью в ногу с происходящим прогрессом, остаётся всё же хранилищем полезного (пусть даже ограниченного и быть может поверхностного) знания, но посредственный учёный-социолог, не способный отличить стоящие идеи от полуправды и глупостей, которые процветают в его спорной области, будет лёгкой добычей шарлатанов и обманутых мистиков и окажется распространителем умственного осквернения. Это отличие объясняет, почему существенное увеличение числа учебных заведений благотворно сказалось на уровне технических знаний, но помогло превратить изучение гуманитарных наук в массовое загрязнение умов.*

С. 203. *Поскольку критерии выдающегося мастерства так смутны, любителю, который нуждается в совете, невозможно отыскать настоящих экспертов. Ни научная степень, ни университетская кафедра, ни членство в известном обществе или институте не гарантирует, что данный социолог заслуживает, чтобы к нему относились серьёзно, потому что, при соревновании за этот почёт, знания и научная честность часто менее важны, чем умение интриговать и подавать себя. Неудивительно поэтому, что, вовсе не являясь особо*

выдающимися в социологии или политических науках, самые богатые университеты имеют в своём штате необычайно высокую пропорцию неучей, которые наслаждаются коллективной славой, добытой их коллегами в точных науках.

С. 207 – 208. Один из самых больших предрассудков наших дней [...] приравнивает прогресс обучения с числом обучаемых. На самом деле (и особенно в США) [...] никогда такое множество их не оставалось в университетах такое длительное время, чтобы научиться столь малому. [...] Социальные науки начали привлекать к себе тот тип умов, который когда-то занялся бы догматическим богословием или проповедями. Это изменение неудачно, потому что прежнее богословие и мистицизм (любого вероисповедания) были связаны с моральным кодом, тогда как новая секта не требует соблюдения никаких твёрдых правил поведения. [...]

С. 467. Пионеры рационализма [...] надеялись, что окончательная победа науки навсегда прогонит зло абсурда и организованного обмана. Они и не подозревали, что в лагере просвещённости появится троянский конь, наполненный обтекаемыми колдунами, одетыми в новейшее убранство науки<sup>7</sup>.

#### **О значимости неизмеряемого, особо – в социологии, 1979 - 1981**

С. 128. Автор цитирует видимо ту же книгу Andreski:

[...] нет абсолютно никакой причины принимать, что возможность измерения должна соответствовать значимости. Эта предпосылка часто приводила экономистов к содействию разрушающему души и оскверняющему мир торгашескому духу и распространению бюрократизма глушением защитников эстетических и гуманных ценностей трубами односторонней статистики.

[...]

С. 129. Те, кто отказываются рассматривать важные и интересные проблемы просто потому, что соответствующие факторы не поддаются измерению, обрекают социальные науки на бесплодие. Мало что можно сделать, изучая только измеримые переменные, если они зависят от неизмеримых факторов, о природе и действии которых мы ничего не знаем, и тесно переплетены с ними.

#### **Отдельные вопросы**

##### **Проза Ньютона. Уайтсайд, 1977**

С. 286. Ньютон, как я утверждаю, был самым великим писателем английской прозы, хоть английский язык был для него почти вторым, а не родным. [Автор далее цитирует одно предложение Ньютона.]

С. 287. Вряд ли человек, написавший это предложение, напишет также “Так, что каждому интервалу времени соответствует ...” [...] В теореме 1 Ньютона я бы прочёл, в переводе, “Так, что эти несколько треугольников соответствуют нескольким моментам времени”.

Было бы неразумно ожидать, что кто-нибудь сегодня мог бы писать как Ньютон, даже после многолетнего погружения в его

прозу. Замечания редактора [Уайтсайда] должны быть написаны на современном английском языке, который отражает современную жизнь и современные идеи: поверхностный, растянутый, неблагозвучный, многословный но неясный, окольный и безответственный, но прежде всего ненадёжный и оборонительный язык.

Фразы Ньютона в основном состоят из односложных слов в простых и прямых выражениях, величественных по звучности, жёстко, но гибко взаимосвязанных в свободном потоке, а их синтаксис выявляет разнообразие и уверенную утонченность великого поэта. Современный английский язык состоит из непонятных, многословных и косвенных выражений, составленных из частых многосложных слов, нанизанных в полном беспорядке, как бы выпаленных дитятей, а затем залатанных дефисами, тире и скобками<sup>8</sup>. [Следует критика стиля Уайтсайда.]

С. 288. Из всех частей речи Ньютон меньше всего применял наречия, и почти всегда, чтобы усилить, а не ослабить силу глагола. [...]

Оставляя в стороне эти мелкие неприятности, мы можем только поражаться владению источниками и их содержанием Уайтсайдом, и не только по отношению к рукописям и опубликованным работам Ньютона, но и вообще к математической науке его времени и периодов немного до, и немного после него. [...] Быть может он – первый англичанин, который справедливо оценил достижения Лейбница, членов династии Бернулли и Эйлера.

С. 292. Тот факт, что возможное знание безгранично, ныне толкуется как подразумевающее, что ни один вопрос, как бы он не был ограничен и специален, никогда не будет решён. По определению, теперь нет обучения, потому что истина отвергается как устаревший предрассудок. Вместо обучения теперь происходит вечное “исследование” всего и вся. В соответствии с законом Паркинсона профессиональный историк обязан продолжать публиковаться. Вздвигающиеся бетонные муравейники новых контор и трущоб вскоре скроют от нас памятник Ньютону, установленный Уайтсайдом, как и Собор Св. Павла, шедевр архитектора Рена.

#### **Иоганн Бернулли и Лопиталь, 1958**

С. 199. Автор цитирует письмо Лопиталья Бернулли 17 марта 1694 г., опубликованное в *Der Briefwechsel von Johann Bernoulli*, Bd. 1. Basel, 1955, и называет предложение Лопиталья самой большой аномалией, когда-либо происшедшей в науке:

*Я был бы рад выдавать Вам по 300 ливров, начиная с 1 января этого года. [...] Обещаю в скором времени увеличить эту сумму, которую полагаю весьма скромной, как только мои дела немного выравниваются. [...] Я не настолько неразумен, чтобы потребовать за это всё Ваше время, но я просил бы Вас предоставлять мне от случая к случаю по несколько часов для работы над тем, что мне потребуется, и также сообщать мне*

*о своих открытиях, однако не уведомляя других ни об одном из них. Я даже попросил бы Вас не посылать ни 2-ну Вариньону, ни другим копий никаких сообщений, которые Вы оставили бы мне. Если они будут опубликованы, я никак не буду доволен.*

Ответ Бернулли утерян, но следующее письмо Лопиталья указывает, что согласие было дано незамедлительно. И Бернулли стал скованным в цепи гигантом.

**Гидродинамика Даниила Бернулли,  
русский перевод 1959 г., 1960**

С. 209 – 211. С. 209. Рецензируемый том содержит русский перевод текста и 45 страниц аннотаций. Некоторые из них поясняют математические шаги заведомо трудного текста, в других приводятся выдержки и наброски из не опубликованных ещё документов, в том числе черновика, который Бернулли оставил в Петербурге в 1733 г., всё это, к сожалению, только в переводе. Первоначальный латинский текст не добавлен. Вслед за текстом дана краткая автобиография Бернулли и ценный и конкретный обзор В. И. Смирнова о его жизни и трудах длиной 70 страниц.

Даниил Бернулли находился в тени своего властного отца и ослепительного Эйлера, более сообразительных и многосторонних. Тем не менее, он обладал острым и оригинальным умом, независимым вплоть до игнорирования работ даже своих ближайших коллег. Некоторые философы науки могли бы с большим правом указать на него и на его героя, Гюйгенса, чем на Галилея и Ньютона, как на апостолов раннего периода проверки теории экспериментом.

С. 211. Несмотря на это, его труды простирались и в чистую математику, особенно в самый ранний и самый поздний периоды его жизни. Так, в своё последнее десятилетие он сделал фундаментальное открытие, показав, что тригонометрический ряд может представлять разрывную функцию. В истории математических наук восемнадцатый век – наименее известный период из тех, для которых имеется достаточно данных. Рецензируемый том является ценным вкладом в небольшой источник литературы этого века. [На с. 210 помещён портрет Д. Б.]

**Книгопечатание, 1973**

С. 206. Параграфы 1-го тома собрания сочинений Якоба Бернулли (1969) напечатаны без отступа. Это заболевание родилось недавно, почти без прецедента в истории книгопечатания, и сегодня оно служит лишь для того, чтобы ткнуть читателя носом в современность, не только безобразную, но и двусмысленную, притом оно распространилось даже на научные работы.

Эта новая мода действует примерно так же, как случилось бы при замене каждого Я на А с предоставлением читателю решать, что именно имелось в виду. Секции отделены друг от друга, а параграфы – нет, и поэтому, каждый раз, когда и предложение, и строка кончаются, читателю остаётся удивляться, начинается ли

новый параграф. [...] Всё это – следствие общей теоремы: Не имеет значения то, что пишет современный автор. Она обосновывает существование армии канцелярских работников издательств, которые обычно находятся в должности, называемой “редактор”, и которые в силу своей профессии уничтожают проходящие через их руки тексты. Хорошо известное следствие этого следствия состоит в том, что многие авторы больше не заботятся составлением приличного текста, потому что знают, что “редакторы” всё равно его испортят.

Но Якоб Бернулли не был современным автором, и не писал для “редакторов”. Как бы закон Паркинсона не обосновывал уничтожение стиля современных авторов “редакторами”, им должно быть запрещено перепутывать то, что оставили нам гусиные перья гигантов.

### Примечания

1. Это, пожалуй, слишком сильно сказано. О. Ш.
2. Бернулли, видимо, лучше представлял себе действие основных физических законов и производил большое число искусных опытов для подтверждения своих рассуждений. Эйлер редко экспериментировал, но превосходил всех своих современников во владении и совершенствовании математического анализа. О. Ш.
3. *Classical Field Theory*, 1960, § 3 of Introduction. Coauthor, R. Toupin. С. Т.
4. Андре Вейль (1906 – 1998), известен трудами по теории чисел и алгебраической геометрии. О. Ш.
5. Эрвин Чаршаф (1905 – 2002), биохимик, член нескольких самых престижных академий наук. Также автор памфлетов о состоянии науки. В Интернете есть перевод отрывка из его *Белибердинского столпотворения*, но без выходных данных. О. Ш.
6. Вот сопутствующий пример. Журнал Королевского статистического общества отказывается принимать статьи, критикующие опубликованные в нём работы. О. Ш.
7. Были и колдуны, прекрасно обходившиеся (и обходящиеся?) без современных одеяний. Так, в советское время марксизм был застывшим учением. Мы знали профессора философии Московского института народного хозяйства им. Плеханова, который прямо заявил, что не знаком с интегральным исчислением. Там же доцент кафедры финансов заметила, что, к счастью, забыла математику. О. Ш.
8. Сам автор в одном из своих писем написал нам, что чувствует себя как бы в последнем окопе защитников английского языка. О. Ш.

## XIV

У. Э. Деминг

### Частотное истолкование обращённой вероятности

W. E. Deming, Frequency interpretation in inverse probability.  
*Nature*, vol. 143, 1939, pp. 202 – 203

В своём письме 17 сентября в *Nature* (с. 535) Джеффрис косвенно утверждает, что априорная вероятность не может быть частотно истолкована. Общеизвестно, что, в зависимости от обстоятельств, слово *вероятность* используется неоднозначно: это и частота, и математический результат, и состояние ума, и степень разумной веры. На точке зрения Джеффриса надо настаивать только в тех случаях, при которых условия проведения эксперимента не подвержены повторному выборочному исследованию. Как бы подобные обстоятельства не преобладали на практике, следует рассмотреть и задачи, в которых частотное истолкование всё-таки применимо к априорным вероятностям, поскольку только оно может быть практически удостоверено.

Вот соответствующая задача. В ящике находится 10 шариков, опущенных в него вслепую из вспомогательного хранилища, в котором содержится равное число чёрных и белых шаров. Содержание хранилища остаётся постоянным, и его тщательно перемешивает помощник. Шарик вслепую достаётся из ящика и возвращается в него, помощник же отмечает его цвет и встряхивает ящик перед вторым извлечением.

Произведено пять подобных извлечений с возвратом, в результате которых получено 4 чёрных и 1 белый шарик. Каковы вероятности возможного содержания ящика?<sup>1</sup> Мы допускаем, что встряхивание, перемешивание и извлечение вслепую обеспечивают применимость в частотном смысле биномиального распределения и по отношению к 10 шарикам, находящимся в ящике, и к извлечению 5 шариков с возвращением. Единственное последствие равенства чисел шариков обеих цветов в хранилище состоит в том, что в биномиальном разложении  $p = q = 1/2$ , вообще же ничего по существу не изменилось бы ни при каких других соотношениях цветов.

Из биномиального разложения мы сразу же получаем член

$$C_n^r q^{n-r} p^r, \quad n = 10, r = 0, 1, 2, \dots, 10; p = q = 1/2 \quad (1)$$

для априорной вероятности  $r$  белым шарикам оказаться в ящике в начале опыта.

Если их действительно было  $r$ , вероятность извлечения 4 чёрных и 1 белого шарика окажется равной

$$C_5^1 C_r^{10} [C_{10-r}^{10}]^4,$$

а потому вероятность того, что в ящике находится  $r$  белых шариков из 10 и, что в то же время, при извлечениях было получено 4 чёрных и 1 белый шарик, равна

$$C_{10}^r [1/2]^{10-r} [1/2]^r C_5^1 C_r^{10} [C_{10-r}^{10}]^4.$$

Для апостериорной вероятности нахождения  $r$  белых шариков в ящике мы таким образом получаем

$$p(r) = C_{10}^r C_r^{10} [C_{10-r}^{10}]^4 \div \sum_{r=0}^{10} C_{10}^r C_r^{10} [C_{10-r}^{10}]^4. \quad (2)$$

Частотное истолкование априорной вероятности (1) таково. При одном-единственном заполнении ящика в нём окажется, или не окажется, к примеру, 3 белых шарика. Иначе говоря, вероятность любого из этих результатов равна либо 0, либо 1, никаких промежуточных значений для неё быть не может. О частотной вероятности нахождения в ящике  $r$  белых шариков говорить не приходится, если только опыт не продолжается как описано выше. Однако, после большого числа извлечений с возвратом запись содержания ящика покажет, что частотность нахождения  $r$  белых шариков оказалась равной (1). Под случайностью извлечений я не понимаю ничего, кроме обоснованности частотного истолкования биномиального разложения. Его член (1) обычно называется априорной вероятностью  $r$  белых шариков, но лучшим термином может оказаться *вероятность без отбора* (unselected probability). Она не была выбрана, потому что все случаи наполнения ящика были учтены, никакого отбора из записей не производилось.

Теперь о частотном истолковании вероятности (2).

Предположим, что при каждом наполнении ящика, до извлечения всех шариков из него и заполнения вновь, 5 шариков извлекаются и результаты записываются. При каждом заполнении 10 шариками указанным образом наша запись покажет число белых шариков в ящике и результат извлечений (0 белых шариков и 5 чёрных, либо 1 белый шарик и 4 чёрных и т. д.), и пусть таких записей будет много. Если удалить из записи все, кроме тех, которые показали, что опыт только что доставил 4 чёрных и 1 белый шарик, то мы найдём, что частота (вероятность)  $r$  белых шариков в *этом отобранной классе* равна (2).

Знаменатель в (2) служит математическим средством для осуществления такого отбора. Лучшим названием *апостериорной* вероятности (2) было бы *вероятность при отборе* (selected probability). Мы получили частотное истолкование и для априорной, и для апостериорной вероятностей, и мы также замечаем отличие между ними с частотной точки зрения: в первом случае вероятность  $r$  белых шариков вычисляется без отбора, а во втором случае – с отбором.

При подсчётах окажется, что наиболее вероятным содержанием ящика после извлечений, наиболее часто приводящих к 4 чёрным и 1 одному белому шарика, является 6 чёрных и 4 белых шарика. Интересно также отметить, что подобное содержание привело бы к более частому появлению в опытах 3 чёрных и 2 белых, а не 4 и

1 шариков. Оптимальным содержанием ящика для получения последнего результата является 8 чёрных и 2 белых [что соответствует здравому смыслу].

### **Примечание**

1. Этот пример содержится в иной формулировке в книге  
Т. С. Fry (1928), *Probability and Its Engineering Uses*. Princeton – Toronto, p. 123.  
[New York – London, 1965.] Автор

## XV

Е. В. Хантингтон

### Плотность распределения произведения и частного

E. V. Huntington, Frequency distribution of product and quotient  
*Annals of Math. Stat.*, vol. 10, 1939, pp. 195 – 198

Основная цель этой заметки состоит в установлении Теорем 1 и 2, но для полноты изложения я добавил более известные Теоремы 3 и 4. Все эти теоремы имеют многочисленные приложения в теории плотностей распределения. Приведенные ниже элементарные доказательства Теорем 1 и 2 (которые я применяю в аудитории с 1934 г.) вряд ли новы, но, видимо, не общеизвестны.

**Теорема 1.** Пусть независимые переменные  $x$  и  $y$  и распределены в соответствии с законами

$$\int_0^{\infty} f(x)dx = 1, \int_0^{\infty} F(y)dy = 1, \quad (1)$$

тогда их произведение  $u = xy$  будет распределено в соответствии с законом

$$\int_0^{\infty} P(u)du = 1, P(u) = \int_0^{\infty} \frac{f(u/y)F(y)}{y} dy.$$

*Доказательство.* Представим распределения  $x$  и  $y$  плотностью точек на осях  $x$  и  $y$ . Тогда, по определению, (относительное) количество точек в интервалах  $dx$  и  $dy$  окажется равным  $f(x)dx$  и  $F(y)dy$ , а так как, в соответствии с предположением о независимости, каждая точка в интервале  $dx$  сочетается с каждой точкой в интервале  $dy$ , то (относительное) количество точек на площади  $dxdy$  окажется равным

$$f(x)dxF(y)dy. \quad (2)$$

Пусть при фиксированных значениях  $u$  и  $\Delta u$  кривые  $xy = u$ ,  $xy = u + \Delta u$  представлены на плоскости  $xy$ . Тогда (относительное) количество точек на площади, ограниченной этими двумя кривыми, в точности представит то, что означает  $P(u)\Delta u$ . Но то же самое выражение,  $P(u)\Delta u$ , можно получить интегрированием выражения (2) по указанной площади:

$$P(u)\Delta u = \int_0^{\infty} \int_{\alpha}^{\beta} f(x)F(y)dx dy = \int_0^{\infty} [f(\bar{x})F(y) \int_{\alpha}^{\beta} dx] dy,$$

$\alpha = u/y, \beta = u + \Delta u/y, \bar{x}$  – среднее значение  $x$  между  $x = u/y$  и  $x = u/y + \Delta u/y$ . В каждой точке плоскости, по определению  $u, x = u/y$ , поэтому

$$P(u)\Delta u = \int_0^{\infty} \frac{f(\bar{u}/y)F(y)}{y} \Delta u dy = \int_0^{\infty} \frac{f(u/y)F(y)}{y} dy \Delta u,$$

откуда теорема немедленно следует.

**Теорема 2.** Пусть независимые переменные  $x$  и  $y$  распределены в соответствии с законами (1). Тогда их частное,  $z = x/y$ , будет распределено в соответствии с законом

$$\int_{-\infty}^{\infty} Q(z) dz = 1, \quad Q(z) = \int_0^{\infty} f(xy)F(y)y dy.$$

*Доказательство.* Как и в Теореме 1, (относительное) количество точек на площади  $dx dy$  будет равно (2). При фиксированных значениях  $z$  и  $\Delta z$  проведём на плоскости  $x y$  линии  $x/y = z$  и  $x/y = z + \Delta z$ . Тогда (относительное) количество точек на площади между этими линиями будет в точности тем, которое означает  $Q(z)\Delta z$ . Это выражение будет равно интегралу от (2) по указанной площади:

$$Q(z)\Delta z = \int_0^{\mu} \left[ \int_{zy}^{\mu} f(x)F(y) dx \right] dy = \int_0^{\mu} [f(\bar{x})F(y) \int_{zy}^{\mu} dx] dy,$$

где  $\bar{x}$  – среднее значение  $x$  между  $x = zy$  и  $x = zy + y\Delta z$ ,  $\mu = (z + \Delta z)y$ . Далее, по определению  $z$ , в каждой точке на плоскости  $x = zy$ . Поэтому

$$Q(z)\Delta z = \int_0^{\infty} [f(\bar{z}y)F(y)y\Delta z] dy = \int_0^{\infty} f(zy)F(y) dy \Delta z,$$

откуда теорема следует немедленно.

Для удобства ссылок, я включил соответствующие теоремы для суммы и разности, доказательства которых были известны уже давно.

**Теорема 3.** Если  $x$  и  $y$  подчиняются законам (1), то их сумма  $s = x + y$  будет подчиняться закону

$$\int_0^{\infty} \psi(s) ds = 1, \quad \psi(s) = \int_0^{\infty} f(s-y)F(y) dy.$$

Для доказательства следует проинтегрировать выражение (2) по площади, ограниченной линиями  $x + y = s$  и  $x + y = s + \Delta s$ .

**Теорема 4.** Если  $x$  и  $y$  подчиняются законам (1), то их разность,  $w = x - y$ , будет подчиняться закону

$$\int_{-\infty}^{\infty} R(w)dw = 1, \quad R(w) = \int_{-\infty}^{\infty} f(w+y)F(y)dy.$$

Для доказательства следует проинтегрировать выражение (2) по площади, ограниченной линиями  $x - y = w$  и  $x - y = w + \Delta w$ .

## XVI

Й. Б. Д. Дерксен

### О некоторых бесконечных рядах, которые ввёл Чупров

J. B. D. Derksen, On some infinite series introduced by Tschuprow  
*Annals of Math. Statistics*, vol. 10, 1939, pp. 380 – 383

В своём фундаментальном исследовании о принципах теории корреляции Чупров (1925, с. 85 – 97) вводит бесконечные ряды, оставляя открытыми некоторые вопросы об их сходимости или расходимости. Мы здесь покажем, что эти ряды могут быть названы случайно расходящимися (Derksen 1935, с. 88 – 90). Такие ряды включают случайные переменные, которые могут принимать значения, приводящие к расходимости. Этот результат важен, поскольку, например, известная формула для стандартной ошибки коэффициента корреляции  $(1 - r^2) / \sqrt{N}$  является первым членом бесконечного ряда, сходимость которого не была тщательно исследована.

Бесконечные ряды появились у Чупрова при изучении ожиданий частных, как, например, коэффициентов корреляции или сумм частных, как средней квадратической контингенции. Рассмотрим двумерную разрывную совокупность переменных  $x$  и  $y$ . Пусть  $p_{ij}$  будет вероятностью появления пары значений  $(x_i, y_j)$ . Вероятность переменной  $x$  принять значение  $x_i$  равна<sup>1</sup>

$$\sum_{j=1}^l p_{ij} = p_{i\bullet}, \quad i = 1, 2, \dots, k; \quad j = 1, 2, \dots, l.$$

Если произвести выборку  $N$  пар наблюдений  $(x, y)$ , относительная частота появления  $x_i$  окажется равной  $p'_{i\bullet}$ , а частота появления пары  $(x_i, y_j)$  – равной  $p'_{ij}$ . В соответствии с Чупровым примем

$$p'_{ij} = p_{ij} + dp_{ij}, \quad p'_{i\bullet} = p_{i\bullet} + dp_{i\bullet},$$

где последние слагаемые сумм – случайные переменные. В качестве простейшего примера рассмотрим ожидание [...]. Чупров раскладывает последний сомножитель

$$[1 + dp_{i\bullet} / p_{i\bullet}]^{-2}$$

в бесконечный биномиальный ряд [...]. Его общие формулы (*Biometrika*, vol. 12, 1919, p. 194) позволяют сразу же получить ожидания членов этого ряда. Мы получаем бесконечный ряд, содержащий в знаменателе  $N$  в возрастающих степенях, но сходимость или расходимость этого ряда осталась невыясненной.

Оказывается, однако, что ряд расходится при

$|dp_{i\cdot} / p_{i\cdot}| \geq 1$  и сходится только при  $|dp_{i\cdot} / p_{i\cdot}| < 1$ .

Этот результат не зависит от метода определения ожиданий. [...] Тот же довод остаётся в силе, если, к примеру, рассматривать ожидание коэффициента корреляции Пирсона – Браве<sup>2</sup>. [...] Аналогичные трудности возникают во всех случаях, при которых Чупров раскладывает знаменатели в биномиальные ряды.

Следует также заметить, что хорошо известные формулы биометрической школы для стандартной ошибки коэффициентов регрессии и корреляции равны ожиданиям первых членов бесконечных рядов, которые, как мы объяснили, расходятся при некоторых значениях случайных переменных. Каково же влияние этой расходимости на указанные формулы?

На это можно ответить введением *условно случайных переменных* по Слуцкому (1925/1960, с. 82), см также Derksen (1935, гл. 5 и 6). Они определяются следующим образом. Пусть случайная переменная  $z$  может принимать значения  $z_1, z_2, \dots, z_n$  с вероятностями  $p_1, p_2, \dots, p_n$ . Некоторые из этих вероятностей приравняем нулю, остальные разделим на  $1 - Q$ , где  $Q$  – сумма всех редуцированных вероятностей. Переменная  $z$  становится условно случайной переменной  $z'$ . Более того, мы принимаем, что  $z$  стохастически сходится к некоторому пределу. Тогда, как показал Слуцкий, если  $Q$  сходится к нулю,  $z'$  будет сходиться к тому же стохастическому пределу, что и  $z$ , а отношение соответствующих моментов распределений  $z$  и  $z'$  будет стремиться к единице. [...]

Если рассматривать биномиальные разложения для условно случайных переменных и определять ожидания соответствующих членов, то окажется, что эти новые ряды сходятся. Все члены этих сходящихся рядов будут меньше соответствующих членов в рядах Чупрова, потому что мы исключили большие значения [некоторых величин]. Однако, если число наблюдений неограниченно возрастает, отношения между соответствующими членами стремятся к единице [...]

Вернёмся к бесконечным рядам Чупрова (1925, с. 90) для квадрата стандартной ошибки коэффициента корреляции

$$\sigma_r^2 = E[r - Er]^2 = \frac{t_1}{N} + \frac{t_2}{N^2} + \frac{t_3}{N^3} + \dots \quad (1)$$

Здесь  $t_i$  – довольно длинные выражения (с. 88 – 90). Мы видели, что этот ряд случайно расходится, однако, введя, как указано выше, условно сходящуюся переменную, раскладывая ее в бесконечный ряд и определяя ожидания его членов, мы получим сходящийся ряд, скажем

$$\frac{t'_1}{N} + \frac{t'_2}{N^2} + \frac{t'_3}{N^3} + \dots \quad (2)$$

Из теоремы Слущкого, упомянутой выше, следует, что если  $N$  возрастает, отношение сумм рядов будет стремиться к единице. Более того, при достаточно большом значении  $N$  всегда окажется возможным выполнить неравенства

$$\left| \frac{t'_k}{t_k} \right| > 1 - \varepsilon_k, \quad k = 1, 2, \dots, n,$$

где  $\varepsilon_k$  и  $n$  произвольны. Поэтому, при достаточно больших  $n$  и  $N$  отношение первых  $n$  членов бесконечного ряда (1) будет отличаться от истинного значения суммы ряда<sup>3</sup> менее чем на произвольно малое число. Хотя ряд (1) расходится при любом достаточно большом  $N$ , первые  $n$  его членов будут аппроксимировать его сумму при достаточно большом  $N$ .

Мы показали, что методы установления формул для стандартных ошибок коэффициентов корреляции и регрессии, и в аналогичных случаях принятые биометрической школой и Чупровым, могут быть сделаны строгими при помощи условно случайных переменных. Мы выяснили, что при любом большом числе наблюдений  $N$  их бесконечные разложения расходятся при некоторых значениях входящих в них случайных величин. Но можно доказать, что при достаточно большом  $N$  первые  $n$  членов этих рядов обеспечивают аппроксимацию с любой степенью точности. Для практики наиболее важен случай  $n = 1$ .

### Примечания

1. Автор применил обозначения Чупрова, но мы заменили малозаметную вертикальную черточку точкой.
2. Мы не нашли этого коэффициента в русской литературе.
3. Автор подразумевает под суммами этих рядов величину  $\sigma$  в (1) и соответствующую величину в ряде (2), которую мы не выписали.

### Библиография

- Чупров А. А., Tschuprow A. A.** (1925, нем.), *Основные проблемы теории корреляции*. М., 1926, 1960.
- Derksen J. B. D.** (1935), *Inleiding tot de correlatierekening*. Delft, pp. 88 – 90.
- Слущкий Е. Е., Slutsky E.** (1925, нем.), О стохастических асимптотах и пределах. *Избр. тр.* М., 1960, с. 25 – 90.

## XVII

М. А. Гор

### Математика и мораль

C. H. Gore, Mathematics and morals. *Math. Gazette*, vol. 11, 1924, pp. 147 – 150

Мой тезис не нов, он восходит по меньшей мере к Платону. Это – требование большего внимания к прекрасным сторонам математики. Чувствуется, что большинство предоставляет математике и наукам весьма определённую и, я полагаю, очень ограниченную сферу влияния в процессе обучения. По их мнению, обучение точности наблюдения, умелому обращению с фактами и способностью делать общие выводы из них входит в обязанность дисциплин научного цикла.

По существу, это – в основном материалистическая и утилитарная точка зрения. Для них математика – это холодная, строгая наука, безжалостно точная и лишённая воображения. На самом же деле математика имеет дело с истиной и красотой, её формы ритмичны и симметричны, а воображение в ней беспредельно. Я весьма опасаясь, что мы, обучая этим дисциплинам, склонны принимать без сомнения подобную низкую оценку математики и наук как средства общего образования.

Химия, физика, геология и биология предоставляют широкий простор для тренировки или развития этого ощущения удивления и почтения. Менее столетия назад мы верили, что цивилизация будет спасена, если мы научим наших юношей практической науке, которую можно с пользой применять и которая способствует коммерческому процветанию. Воспитанники этой системы знали всё, или думали, что знают всё. Мир, как они говорили, был приятным образом наполнен атомами и молекулами, – так чего же ещё ты хотел бы? Для этих людей изучение гуманитарных наук, поэзии, искусства и литературы, мало что значило. Они *прошли* науки и были ужасно самоуверенны обо всём.

И всё же, какое отличие выявляется, если вспомнить тех, кто далеко продвинул свою науку. Наши великие учёные скромнее всех остальных людей; их познание является для них лишь краешком намного большего неизвестного. Пространство, время и жизнь – это их троица тайн. Их движет непреодолимая и ненасытная любознательность о скрытых истинах природы, и они поняли, что истину можно смиренно отыскать лишь правдивостью и познанием. И любознательность мальчишки о мире, в котором он живёт, точно так же ненасытна: *он хочет знать*. Вот, возможно, где появляется эвристический метод!

Но разве даже он удовлетворяет стремления мальчишки? Думаю, что вовсе нет. Он хочет узнать о таких удивительных вещах, как моторы, радио, сильные взрывчатые вещества и динамо, а мы засаживаем его измерять площадь треугольника или

объём цилиндра. Он обескуражен. Подобные задания несомненно необходимы, и умение выполнять их является важной частью обучения наукам. Но я хотел бы видеть больше уроков, предметом которых были бы чудеса природы. Мы не можем взглянуть на звёзды, думать о расстояниях до них или об их возрасте без благоговения и почтения. Одна единственная капля воды – это чудо. Но мы об этом не говорим, так можно ли удивляться, что одна из основных чёрт современных молодых людей – это отсутствие почтения. Тот тип морали, которую может культивировать наука, это именно указанное чувство почтения.

Говоря об изучении математики, мы встречаем две очевидные точки зрения, ни одна из которых не представляется мне вполне удовлетворительной. Первая: математика – это дедуктивный логический процесс чистого разума, бездушный и безразличный к нравственности. Вторая: математика – это своего рода главный бухгалтер в фирме Физика и компания, и его обязанность состоит в её обеспечении формулами и вычислении интегралов, что может облегчить путь научного исследователя.

Это, конечно, является более современным утилитарным взглядом на математическое воспитание. Соответственно, наши учебники геометрии перешли от логики к измерениям, а наша тригонометрия в основном занимается измерениями и вычислениями.

Думаю, что существует и иная точка зрения, и пренебрегать ей весьма опасно. Математика наверняка является изучением символического представления порядка и ритма. Никакая иная дисциплина не может так просто и так чётко показать красоту порядка или истинного значения ритма. Только музыка может также дать нам ощутить, что мы имеем дело с вечными истинами. В ней необходимы абсолютная истина и честность. Чем меньше она связана с мирскими соображениями, тем более совершенны и прекрасны её результаты. Ошибка портит картину или даже губит всю работу. Погрешить в математике непростительно, и во всяком случае прощения можно заслужить лишь новыми трудами. Каждый шаг в работе должен быть верным, не может быть совершён кое-как.

Мы можем угадывать и допускать грубые проверки и аппроксимации, но неизменно иметь в виду только одну цель. Отыскание совершенного решения удовлетворяет нас, подобно крупному успеху в гольфе, вылавливанию 40-фунтовой кеты или обнаружению совершенной мелодии. В математических классах слышится смех чистой радости (быть может лишь изредка), и, как я считаю, только там. Чистый смех богов при отыскании какого-либо нового закона, и по поводу не смешного, а прекрасного. И таким образом математик часто оказывается простодушным, чьи удовольствия происходят не от людских странностей, любовных историй или трагедий, а скорее от абстрактной красоты и совершенного ритма. В душе он ощущает глубокое чувство божественного порядка и полной веры в универсальный закон. Быть может к счастью не все мы такие совершенно чистые

математики, чтобы достичь подобного уровня, но по крайней мере что-то подобное есть в нашей конституции.

Для подтверждения мы можем подробно сослаться на Платона (*Республика* iii, 401):

*Обучение музыке – более мощное средство, чем любые иные, потому что ритм и гармония отыскивают себе место в тайных уголках души, к которым они цепко присоединяются, придавая ей изящество, но только тем, кто правильно обучен, и неловкость плохо обученным. И тот, кто хорошо обучен внутреннему существу, будет самым пронзительным образом замечать упущения и недостатки в искусстве и природе.*

Истинная оценка достоинства, критическая способность отличать хорошее от плохого, прекрасное от некрасивого, – одним словом, моральное чувство подсознательно развивается при изучении и обращении с ритмическим и симметрическим. Так, выражение синуса в виде бесконечного ряда ритмично и прекрасно и способствует хорошей, морали, а вот формула ускорения силы тяжести в зависимости от длины маятника и периода его колебаний материалистична и ничего общего с моралью не имеет!

И таким образом мы можем, подчёркивая в математике прекрасные вещи, помочь облагородить моральное чувство. Если же иметь дело в основном с практической стороной математики, мы уменьшим это доброе влияние. Я вполне убеждён, что эта точка зрения не фантастична. Многие прекрасные люди полагают, что моральности можно достичь афоризмами или текстами Библии.

Но моральное чувство гораздо более деликатно. Оно в громадной степени подсознательно. У нас есть инстинктивное осознание стандарта справедливости. Есть и другие стандарты, основанные на социальных привычках, и иные, вызванные практическими потребностями. Мы начинаем больше понимать про эти подсознательные зоны наших разума и души, и я надеюсь, что мы уже оставили ограниченную точку зрения о том, что подсознательное это лишь район подавленной сексуальности и других первичных комплексов. Есть место и для хорошего.

Платон многократно настаивает, что своим ритмом и гармонией музыка и математика (чистая математика) могут наполнить душу красотой, превратить её в хранилище и источник чистой радости и хорошо уравновешенных мыслей и идеалов. Я утверждаю, что изучение чистой математики подсознательно развивает чувство порядка, закона и ритма, которые способны так способствовать критическому инстинктивному чувству, что верное мышление и правильное суждение, т. е. моральность, оказываются естественным порождением ума.

Но у музыки и математики есть много общего: они обладают ритмом и периодичностью, имеют контуры и формы. Мальчик 13-и лет, ревностный музыкант, только начавший изучать графики в алгебре, недавно принёс мне часть произведения

Бетховена, превращённую в группу графиков. Это он сделал сам по себе. Он понял связь контура в музыке и графиками без какого-либо постороннего намёка! С тех пор он сыграл фугу Баха, которая оказалась намного более подходящим предметом для этого опыта.

Некоторые могли ознакомиться с книгой Сомервель (Mrs Arthur Somervell, *A Rhythmic Approach to Mathematics*), в которой дети обучаются получать огибающие из рисунков многих последовательных положений прямых, подчиняющихся какому-либо закону, например падающей лестнице, собаке, бегущей по полю вслед за своим хозяином (кривая преследования). Думаю, что эти примеры относятся к трактрисе. Дети буквально сходят с ума от подобных вещей. Они рисуют их и любят закрашивать свободные места между последовательными прямыми. Некоторые рисунки были показаны на выставке. Иногда делаются интересные открытия: мальчик 13-лет обнаружил, что если хорда круга движется так, что скорость одного её конца вдвое выше скорости другого, её огибающая окажется кардиоидой. Это открытие было новым для меня; в третьих классах оно привело к настоящей эпидемии кардиоид. Я не думаю, что такие факты приносят большую пользу практической математике, но они необычно стимулируют, и, я полагаю, укрепляют подсознательную оценку того, что для прекрасного существуют закон и порядок.

Таким образом, мы можем рассматривать любую геометрическую теорему тремя различными способами, а именно считать её 1) экспериментальной работой, которую следует проверить рисунком; 2) логическим процессом чистого разума; 3) результатом действительной внутренней красоты. Полагаю, что этой последней точкой зрения никогда не следует пренебрегать, она равным образом происходит от каждой из первых двух возможностей и чувствуется, что тогда результат является полным и совершенным, и мы удовлетворены.

В элементарной алгебре графики являются плодотворным средством обращения к этому чувству пригодного и подходящего. Чем проще функция, тем проще её график. График разумно выглядящего уравнения (?) не может быть ухабистым. Можно испробовать всякие интереснейшие вещи. Класс, который уже выполнил несколько примеров по арифметике или алгебре, можно попросить вычертить кривую плотности распределения их оценок, и они быстро поймут, что горб кривой не должен располагаться далеко слева. Один из классов попросил меня разрешить им дополнительно выполнить упражнения на суммирование чисел, чтобы они смогли исправить форму их кривой плотности. Вот примечательный пример морального воздействия математики!

Идея роста, показанного закономерной кривой, а не лихорадочной кривой температуры или статистическим графиком, скажем, экспорта или импорта, передаёт ощущение того, что истинное добро достигается медленно, незаметными шагами. Прекрасные и моральные вещи развиваются в наших

умах спокойными кривыми так же, как царствие небесное является непостижимым развитием в душе человека. Если производная положительна, мы получаем царствие небесное; если равна нулю, никакого развития и никакого царствия нет; если же отрицательна, то боюсь, что можно думать лишь об ином царствии, которое лучше не называть.

Идеала можно достичь лишь асимптотически, но есть смысл неизменно стараться придти к нему. Мораль означает путешествие вдоль простирающейся кривой, и достигает она асимптотического идеала в бесконечности. И здесь мы можем представить себе множество кривых, расположенных ближе или дальше нашей собственной, и все они стремятся к одному и тому же конечному пределу.

И, не рассматривая моральность как код правил, мы начинаем ощущать её как путь к идеалу. Мы можем измерять и пройденный путь, и всё убывающее расстояние от конечного совершенства. Математика и история имеют общее в том, что они рассматривают развитие некоторых переменных во времени. Великие кривые в истории могут быть прослежены на больших промежутках времени, и они выявляют конечный закон и прогресс, но в деталях они затемнены или искажены упрямством или глупостью людской, так же, как статистические графики и графики наблюдений искажены неточностью измерений. Но математические кривые чисты и не осквернены. Они удовлетворяют высшим законам вкуса, развивающемуся закону моральности и инстинктивному желанию красоты. Они божественны.

Остается рассмотреть два вопроса. Прежде всего, не следует неизменно указывать на симметричное или прекрасное в математике; эта мысль должна всасываться и в таком случае принесёт наилучшие плоды. Будут уроки, на которых она вовсе не появится, но во всяком случае она может проявляться часто, а некоторые уроки могут быть почти исключительно посвящены ритмическому порядку и симметрии математических идей.

Во-вторых, указанную мысль, как я покажу, можно высказывать на самых начальных стадиях обучения, и в этом отношении математика, видимо, совершенно отличается от работы с языком, элементарные стадии которой практически лишены всего, напоминающего о морально прекрасном. Я, конечно же, имею в виду не английский язык, а иностранные языки, когда приходится изучать их структуру и лексику. Если мальчик изучает латинский язык с 12-ти до 16-ти лет, то вряд ли он сильно продвинется во вкусе или ощущении подходящего и прекрасного. Он обучался логическому мышлению и точности, но для достижения действительной пользы от изучения классического языка ему следует учиться дальше. А вот таблицу умножения можно применить детям восьми или девяти лет или еще меньшего возраста для введения у них первого проблеска идеи закона и периодичности. Так, умножение на 7 даёт строку 7, 14, ..., 70; следующую строку мы составим из сумм цифр чисел первой строки: 7, 5, 3, 1, 8, 6, 4, 2, 9, 7 ...

Аналогично, рассмотрим семью числа 5. Пусть  $5n$  обозначает отца семьи,  $5n + 1$  и  $5n + 2$ , сыновей,  $5n - 1$  и  $5n - 2$ , дочерей. Мы получим ряд семей, живущих по соседству друг с другом

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 и т. д.

Квадратами всегда являются отцы или старшие дети. Число 327 сын или дочь? И почему оно не квадрат? Можно придумать много других примеров, предполагающих симметрию и красоту при рассмотрении чисел.

Я только утверждаю, что каждый ритмичный, закономерный и симметричный предмет изучения производит в уме любовь ко всему великолепному и желание всего великолепного и придаёт подсознательным зонам души ручки живой гармонии. Они вполне могут растворить те ужасные комплексы, которыми психологи ужасают и пугают нас. Желательно, чтобы мы не забывали этого в математике. Я прошу считать её не только тренировочным полем в точности вычислений и измерений и точности и честности логических процессов, но и позволить ей ненавязчиво и подсознательно внушать тот смысл порядка, ритма и красоты, которые лежат в основе всякой прогрессивной моральности.

## XVIII

У. Л. Торп

### Статистика и политика иностранных дел

Willard L. Thorp, Statistics and foreign policy.  
*J. Amer. Stat. Assoc.*, vol. 43, 1948, pp. 1 – 11

[1] Для карикатуриста сотрудники, занимающиеся иностранными делами, делятся на две группы. Первая состоит из черноволосых, мрачных и хитрых заговорщиков, чьи сложные и хитрые интриги направлены к целям, которые считаются навсегда скрытыми, и достигаются зловещими и совершенно секретными методами. Вторая включает распивающих чай и носящих гетры людей-бабочек, слишком пустопорожных, чтобы иметь цели, а методы их работы ограничены обаянием. К сожалению, ни одно из этих вычитанных понятий даже не намекает на суть нынешнего составления и проведения иностранной политики, а именно на тщательный теоретический анализ и анализ фактов квалифицированными специалистами.

Возрастающее количество главных проблем иностранной политики таково, что измерения и цифры становятся основными элементами первостепенного значения. Стоит заметить, что когда недавно делегация Соединенного Королевства прибыла, чтобы обсудить с нами пересмотр бizonального соглашения для Германии<sup>1</sup>, среди препятствий была вычислительная машина [её отсутствие?]. Классический список товаров на букву S, начинающийся с shoes and ships (обуви и кораблей), отстал от жизни ввиду прискорбного устаревания такого примечательного товара, как sealing wax (сургуч). Однако, новый список на букву F, food, fuel, fibres, fertilizer (продовольствие, топливо, ткани и удобрения) высоко приоритетен в повестках дня современной иностранной политики большинства правительств, причём указанные товары появляются в них почти исключительно в качестве проблем количества. Калории сегодня обращают на себя больше внимания, чем короли, а логарифмическая линейка, вычислительная машина и статистический ежегодник стали необходимы в дипломатии.

[2] Соответствующие статистические загадки, естественно, столь же разнообразны, как вселенная. Они не ограничиваются предметами, пространством или временем. Сколько китов можно будет отловить в последующем сезоне в соответствии с международной конвенцией, чтобы сохранить их устойчивую популяцию, но имея также в виду недостаток жиров и масел во всём мире – вот изящная проблема по статистике и калорийности китового мяса.

Какова должна добавка за стоимость жизни, которая позволила бы представителям правительства США в различных странах поддерживать примерно один и тот же уровень жизни? Вот проблема индексов, усложнённая особыми трудностями не только ввиду уровня цен и валютных курсов, но и по причине

различий национальных привычек гостеприимства и схем протокола.

Какова вероятная стоимость пропавшего во время войны американского имущества в Италии, которое, в соответствии с мирным договором, Италия должна частично возместить? Вот проблема статистического вывода по весьма случайным и неполным выборочным данным. Каково справедливое соотношение [квот?] между США и Индией на поставку хлопка-сырца Японии в соответствии с нынешними регулируемые условиями торговли – вот задача, для решения которой принятый в статистике руководящий принцип требует отыскать *представительный базисный период* по весьма необычному ряду лет. Каково соотношение между наличием табачной продукции в Руре и производством угля и стали. Вот проблема психологических измерений, поскольку предложение нескольких сенаторов было основано на бездоказательном утверждении о том, что табак особо эффективен в качестве побуждающего (к работе?) товара.

Сколько товаров, посланных в Россию по лендлизу, осталось видимо неиспользованными и не уничтоженными в конце войны и потому подлежащих договорному урегулированию? Вот проблема о продолжительности сохранности имущества в военное и мирное время, а также о сроках изнашиваемости и устаревания. Таков случайный список нескольких проблем, который может оправдать присутствие статистики в нашем гос. департаменте, однако дело станет яснее, если мы несколько подробнее рассмотрим два примера.

[3] Ввиду отчаянной нехватки товаров проблема распределения приобрела важнейшее значение. Страны стали конкурирующими покупателями и даже, в нескольких трагических случаях, конкурирующими получателями помощи. Нехватки широко распространены и серьёзны, и по многим товарам экспортные излишки имеются лишь у нескольких стран. В эту категорию товаров входит продовольствие, и ни одно правительство с притязаниями на ответственность не может отвернуться от своих голодных граждан. За последние два года госдепартамент получил вероятно больше меморандумов, и его формально и неформально посетило больше премьер-министров, послов, иностранных специалистов и даже самостоятельных представителей по поводу распределения продовольствия, чем ввиду любой иной темы. Белый Дом по тому же поводу тоже посетили известные люди.

Развитием и применением понятия справедливого распределения продовольствия при тщательном исследовании потребностей и возможностей вначале занимался небольшой международный комитет, затем International Emergency Food Council, теперь же это передается в одно из специальных агентств ООН, Food and Agriculture Organization. Эта международная организация рекомендует странам-поставщикам как надлежало распределить их излишки. Её рекомендации выполняются с небольшими изменениями.

Эта проблема весьма сложна. Основной единицей сравнимости уровней продовольствия служит калория. К сожалению, простое определение в словаре Уэбстера<sup>2</sup>, в соответствии с которым калория – это количество теплоты, необходимое для нагрева одного килограмма воды на один градус Цельсия, не столь точно и неоспоримо в применении к питанию. Ныне в ходу две таблицы для оценки продовольствия, одну применяет армия США, вторую – International Emergency Food Council. Имеется по меньшей мере полдюжины иных таблиц, используемых в различных частях света. Две основные различаются по содержанию калорий на 10 – 15%. Аналогично, попытка измерять различные сорта зерна в *пшеничном эквиваленте* привела к изрядной неразберихе. Ясно, что на встрече статистиков многих стран для обсуждения какой-либо проблемы основным требованием для установления фактов является наличие некоторой общей меры. В области продовольствия это оказалось важной задачей. И хоть выполнение этого требования устраняет одну дежурную тему профессиональных противоречий, всегда остаётся достаточно иных причин расхождений.

[4] Ясно, что для организации международного распределения прежде всего нужны сведения о потребностях и о местных ресурсах в каждой стране. Если они могут быть удовлетворительно определены, потребности импорта выводятся просто вычитанием. Сразу же необходимо заметить, что во многих странах, в которых промышленное производство отстаёт, статистические данные ниже довоенных и по количеству, и по качеству. К сожалению, статистические организации оказались расстроенными как раз тогда, когда измеряемые предметы подверглись широкой спецификации.

Даже такой основной показатель как население приходится оценивать. Наряду с аномальными влияниями войны на рождаемость и смертность имели место существенные миграции. Ни одна из разорённых стран не имела времени или энергии для послевоенной переписи, необходимой как сравнительно безопасного ориентира. Аналогично, сельскохозяйственное производство в большинстве случаев измеряется намного менее точно, чем до войны сохранившимися статистическими организациями различных правительств.

И еще менее определённы, и у нас, и за рубежом, важные оценки пшеницы и грубого зерна, потребляемого человеком и скотом на фермах и не входящие в расчёты имеющихся запасов. Однако, на основе более надёжных довоенных данных и учётных записей последних двух лет, включающих уровни нормирования, количество ввоза и, видимо, имеющиеся запасы, эксперты регулярно оценивают потребности импорта [по каждой стране] на текущий год, поквартально и помесечно.

[5] В другой части уравнения, три основные экспортирующие страны регулярно указывают, как только могут, наличие возможных излишков на экспорт. Аргентина, обеспечивающая около 20% мирового экспорта зерна, не участвовала в попытках планировать наиболее эффективное распределение

существующих запасов. Это несчастливое обстоятельство было частично преодолено другими экспортирующими странами уравниванием распределения. Экспорт из России, ограниченный по объему и направленный весьма небольшому числу стран, также не входил в расчёты международного распределения.

Но даже достоверные факты о срочных потребностях и запасах недостаточны для решения проблемы. Пшеница, конечно же, является лишь одним из многих видов продовольствия. Калории могут быть дешевле всего приобретены в больших количествах в виде пшеницы, но при её распределении международный комитет обязан учитывать, какие иные виды продовольствия имеются в стране, в которой её не хватает. Ясно, что ввиду недостатка пшеницы в мире вполне уместно уменьшить её поставки в те страны, в которых имеется изрядное количество этих иных видов.

Но и в таких случаях следует как-то учитывать необходимость сбалансированной диеты, привычки питания населения и его потребности в продовольствии. Даже при отчаянной нужде народ не изменяет за ночь привычек питания. Новые виды продовольствия нелегко внедрить даже голодающему народу, а укоренившиеся предрассудки поразительно живучи. Кукурузу, к примеру, во многих европейских странах не считают надлежащей едой для человека, картофель не входит в обычную диету в Италии, а риса потребляют на Кубе намного больше, чем пшеницы.

Различия существуют не только в результате вкусов. Потребности стран с длинными зимами и тропических стран отличаются друг от друга. И даже наш собственный опыт как оккупирующей державы показал, что для поддержания того же самого уровня здоровья германским народам требуется гораздо больше калорий, чем японцам. И, таким образом, статистик, оценивающий количество пшеницы для поставок какой-либо стране, должен ясно представлять себе её исторические привычки питания, знать её предпочтения и предрассудки.

Наконец, при рассмотрении количеств разрешённого импорта плановое распределение не должно наказывать страну, которая выносит на свой рынок максимально возможное, иначе пропадёт вся решительность, вся инициатива в увеличении закупок с ферм. Однако, какое-то наказание должно быть предусмотрено за недостаточно эффективную мобилизацию местных запасов.

**[6]** С самого начала регулирования распределения всегда оказывалось, что выявленные потребности в продовольствии каждой нуждающейся страны намного превышают возможности, и тут-то начиналась действительно мучительная работа: попытка определить, где потребности могут быть урезаны с минимальными тяготами. Цифры по каждой стране пересматриваются вновь и вновь, и на многих конференциях более тщательно изучаются различные стороны положения. И вот объявляются результаты. По меньшей мере каждый осознал существование объективных ограничений в поставках и срочность требований других стран.

Эти случайные комментарии о работе над распределением могут представить задачу как исключительно сложную. Но работа должна быть выполнена. Огромные вычисления для учёта и общих потребностей, и положения с запасами, и особые обстоятельства в каждом отдельном случае, являются единственной надеждой обеспечить какую-то основу для беспристрастного и справедливого распределения скудных запасов тем, кто отчаянно нуждается в них.

Совершенно ясно, что жизнь миллионов должна будет продолжаться по меньшей мере ещё несколько лет при нормированном распределении дефицитных товаров. Население таких стран знает, что голодная смерть так же окончательна, как смерть от бомбы. Они понимают, что плановое распределение продовольствия и нормирование защищают их жизнь, что нормирование молока, к примеру, может сократить число причудливых блюд в дорогих гостиницах, но обеспечит молоком больше матерей и малых детей, для которых оно существенно. И международное распределение является усилием более точно уравнивать бремя дефицита для населения различных стран, не оставляя решение этой задачи исключительно тем, кто представит лучшее рыночное предложение, и не принимая во внимание призывов ни к политической симпатии, ни к обязанностям или наградам.

Раз подобное решение принято и распределение основано на объективных данных, ключевыми фигурами во всём этом процессе оказываются малоизвестные статистики, – и те, кто должны представлять свои страны, и те арбитры, которые должны рассматривать конкурирующие притязания и приводить их к разумному соотношению. Их доля – работа сутками и заботы, хотя они в большой степени опирались на прежнюю работу статистиков. Я боюсь думать, как невозможно было бы заниматься этой проблемой без продолжающегося сбора и анализа сельскохозяйственной продукции и данных о питании по многим странам за многие годы.

[7] В качестве своего второго примера я кратко остановлюсь на плане восстановления Европы. Последние шесть месяцев были свидетелем труднейших и весьма сложных статистических усилий в Вашингтоне по исследованию потребностей для восстановления Европы и изучения возможностей экономики США и других стран взять на себя на это время европейский дефицит. Эта задача полностью поглотила энергию и возможности многих экспертов из многих правительственных агентств. Единственная передышка центральной группе, управляющей этим проектом, была временной, когда в более спокойную минуту они решили называть себя Техническими чародеями плана восстановления, Technical Wizzards on the European Recovery Plan, TWERPS.

Каждый, знакомый с обстановкой в Вашингтоне в военное время, может легко представить себе время и энергию, потребные для разработки подробного плана по 16 странам и периода в четыре с четвертью года. Помню, как в конце 1920-х годов

русский экономист рассказал мне о громадных усилиях и о кадрах, потребовавшихся там для разработки пятилетнего плана. Прошлым летом я видел французских экономистов и статистиков в состоянии, близком к изнеможению от работы над так называемым планом Монне<sup>3</sup>. Никто не должен легкомысленно относиться к подобным предприятиям. Не было ни одного дня, а иногда и ни одной ночи отдыха.

[8] Этот план, конечно же, восходит к предложению гос. секретаря Маршалла<sup>4</sup> о том, чтобы страны Европы собрались вместе и исследовали свои потребности на тот период, который позволил бы им основать свою экономику на собственных силах, определить, какие из этих потребностей они могут покрыть отдельно и совместно и тем самым указать, какая дополнительная помощь нужна будет для осуществления этой программы.

Шестнадцать западноевропейских стран собрались прошлым летом в Париже, и, всего лишь за неправдоподобные несколько недель составили программу, с которой все они смогли согласиться. Это соглашение стало возможным несомненно потому, что существенные элементы восстановления Европы бесспорны: производство должно существенно возрасти, прочные валюты установлены, торговые ограничения ослаблены.

Потребности отдельных стран были представлены и собраны воедино. После незначительной проверки и уменьшения в случаях, в которых потребности явно превышали возможности поставок, был исчислен так называемый дефицит. Всё это было включено в отчет Комитета Европейского экономического сотрудничества, и, вместе с некоторым числом технических приложений, в сентябре послано в Вашингтон.

К тому времени работа в Вашингтоне уже существенно продвинулась, особенно по отношению к возможностям нашей собственной экономики удовлетворить подобные иностранные требования и к влиянию этих требований на нашу экономику. Однако, рассмотрение европейского плана оказалось весьма сложным делом. Покрывая период в четыре с четвертью года, программа для 16 стран и Западной Германии должна была быть совместимой и для [нашего] внутреннего рынка, и для их экспорта и импорта. Для всех стран совместно потребности, покрываемые извне, и возможности поставок должны были быть сбалансированы. Аналогично, спрос и предложение по отдельным разнообразным товарам, равно как и баланс платежей для каждой страны, должны были быть в равновесии.

И если поставок из США нельзя было получить, но могли поставляться другими странами, эти ожидаемые источники следовало установить и включить в схему. Другими словами, вся схема целиком должна была быть сбалансирована не только в общем, но и по отдельным товарам, по требованиям стран и по балансам платежей по отдельным странам. Аналогичные схемы надо было подготовить для каждого года покрываемого периода, и, наконец, попытаться оценить цены сделок по товарам и балансу платежей по зонам валют, чтобы указать природу дефицита в зоне доллара.

[9] Количество арифметических вычислений, потребовавшихся для этих расчётов, вероятно превысило миллион. Покрыто пять периодов – последний квартал текущего финансового года с 1 апреля до 30 июня 1948 г. – и четыре последующих года – до 30 июня 1952 г. Были учтены 23 дефицитные зоны, а именно 16 стран-участниц встречи в Париже, зависимые зоны Соединенного Королевства, Бельгии, Франции, Нидерландов, Португалии и три части Западной Германии (Бизония, французская зона без Саара и сам Саар, поскольку он, возможно, будет вскоре экономически включён во Францию<sup>5</sup>). Для детального рассмотрения были выбраны 26 групп товаров, притом некоторые из них, как железо и сталь, пришлось собирать из ряда отдельных категорий. Таковы, например, чугун, стальной лом, железная руда, crude и semi-finished сталь, тонкие стальные листы, покрытые оловом, стальной лист и другая окончательно обработанная сталь.

Это рассмотрение включало оценку объёма и стоимости торговли, охватывающей движение товаров внутри стран-участниц, между ними и США, другими странами Западного полушария и странами, не участвовавшими в обсуждениях в Париже. После установления объёма этой торговли, его следовало умножить на цены, чтобы определить стоимости. Были использованы цены на 1 июля 1947 г. и для этого пришлось определять тогдашние преобладающие цены в различных зонах мира. Принятая довоенная предпосылка о том, что цены товаров международной торговли стремятся выравниваться по всему миру, не действовала в преобладающих сегодня условиях.

Сводка цифр, полученных от комитетов по товарам, в согласованную систему, из которой можно было бы вывести оценки баланса платежей, оказалась задачей нашего гос. департамента. Первая смелая попытка выполнить её дополнительным сбором вычислительных машин и машин для сложения, которых было немного, и в то же время набором канцелярских работников для обслуживания этих машин оказалась тщетной.

[10] Традиции гос. департамента и подготовка его персонала ориентированы скорее на аккуратную и тщательную формулировку меморандумов, чем на правильные умножения, проверки и подтверждения статистических таблиц. Пришлось вводить перфокарты, автоматическую сортировку и сложение. Возможно, что через десять лет министерство иностранных дел будет иметь полную линию машин с персоналом, занятым круглые сутки, сегодня же пришлось вычислять в ночную смену в Бюро статистики труда и Департаменте национальной обороны.

Дополнительная трудность состояла в установлении предположений о ценах для последующих периодов времени, притом тут *магический кристалл* для угадывания будущего был особо туманен. Парижская конференция применила тогдашние цены на 1 июля 1947 г. как основу для экспорта и импорта на первый, 1948-й, год и предположила, что в 1949-м году европейские экспортные цены не изменятся, а импортные цены снизятся на 7.5% в 1949-м, и далее, в 1950-м и 1951-м году, на 10

и 12.5%. При пересмотре здесь, в США, решили, что единственным выходом из затруднительного положения было бы введение интервалов цен. Основные вычисления были основаны на ценах 1 июля 1947 г., однако полученные по всему миру суммы были приведены в соответствие с различными интервалами цен.

За первые 15 месяцев весь экспорт из Европы и импорт туда же из Западного полушария кроме США вычислялись в ценах, превышающих уровень 1 июля 1947 г. на 5%, а из США и других стран – на 7.5%. На последующие годы были приняты предпосылки и высоких, и низких цен, т. е., соответственно, сохранение уровня начального периода и его выраженного снижения, особенно на импорт в Европу. Применение двух предпосылок объясняет появление интервала (15.1 – 17.8 миллиардов долларов) в расчётах для полного покрытия программы.

[11] Эти проекты разумеется не являются синькой, которой можно пользоваться, фактически они являются скорее наброском. Их цель – обеспечить Конгрессу и населению возможно более точную оценку того, чем может оказаться программа, и общего объёма требований из-за рубежа, если программа восстановления будет выполнена. Если некоторых товаров не будет хватать, их можно будет заменить, цены же снизятся или повысятся, если возможности, соответственно, возрастут или снизятся. В любом случае, потребные доллары будут склонны оставаться более устойчивыми, чем отдельные элементы программы. И, поскольку в расчёт включены многие товары и страны, мы можем сослаться на прикрытие всех статистиков, – на надежду, что уклонения несколько компенсируют друг друга.

На первоначальной стадии процедуры европейская группа [статистиков] составила пять сборников вопросников для сбора информации о продовольствии, топливе, машинах, железе и стали, транспорте и балансе платежей. Эта информация была получена в Вашингтоне, и в ответ на наш запрос мы получили дополнительные данные, притом имели в распоряжении также обширный источник знаний, накопленных нашим правительством. Но, к сожалению, в требуемой основной информации имелись серьёзные пробелы.

Даже с самой полной возможной информацией никаких гарантированных результатов не может быть. Мы лишь сможем добиться согласованных и логичных результатов на основе возможно более разумных предположений. Я уже указал, что пришлось принять предположения об уровнях цен. Другая неопределённость создалась необходимостью оценивать урожай. Должны ли мы были предположить, что, как и после окончания войны, погода не будет благоприятна европейскому фермеру? Много было и других неизвестных, как, например, в какой момент прекратится накопление товаров и деньги снова окажутся в цене [т. е. карточная система будет отменена].

Ясно, что выполнение программы восстановления должно быть динамичным и гибким. Как и во время войны, её придётся время

от времени изменять и по странам, и по товарам в соответствии с изменяющимися условиями. Чтобы наиболее действенно применить имеющиеся ресурсы, подробное статистическое сопровождение должно продолжаться и должны будут составляться краткосрочные и долговременные прогнозы. Впрыскивание статистических методов в иностранную политику не является поэтому временным средством, оно обещает быть продолжающейся необходимостью.

[12] Вот некоторые выводы о нашей возможности свести обсуждаемые здесь проблемы к точным измерениям. Первый (обычная жалоба статистиков): у нас нет достаточно данных. Это, конечно, особо относится к странам, в которых влияние войны всё еще так серьезно ощутимо. Мы здесь слишком мало знакомы со статистическим качеством и уместностью многого из иностранных данных. Ясно, что подобные международные планы требуют сотрудничества и взаимопонимания статистиков всех стран-участниц. И время будет очень быстро истрачено, если придется лавировать между длинными и короткими и метрическими тоннами, не говоря уже о бушелях, квинталах, центнерах, баррелях и имперских галлонах<sup>6</sup>.

По этому поводу, т. е. о доступности статистических данных, и об усилиях достичь большей однородности, многое может сделать ООН при поддержке частных международных статистических организаций. Создание Статистической комиссии ООН и международные статистические встречи в Вашингтоне в прошлом сентябре могут несколько воодушевить нас. Но это работа надолго, она требует постоянной поддержки и стимулирования. И, чтобы достичь многого, статистики США должны стать во главе. Мы должны быть постоянно готовы показывать, что в нашем современном мире многие вопросы могут быть должным образом рассмотрены и экономично решены только, когда измерения признаются в качестве основной характеристики анализа.

Но существует и неизменная досада, поскольку слишком немного соотношений было сведено в вычисляемую форму. Ясно, что планирование требует данных и о ценах, и о рынках, что потребности в материальной форме должны легко соотноситься с возможностями, что частью подобных рассуждений должно быть исчисление потребности в рабочей силе и капитале.

И здесь статистик может помогать бесконечно, заменяя плановикам кустарные правила и экспериментальный подход подробным анализом. Слишком многое здесь поставлено на карту, чтобы допускать небрежность или случайность. И всё же наши ответы часто содержат слишком много *грубых оценок* и слишком мало тщательных вычислений.

Те же самые проблемы возникают при применении статистики как в иностранной политике, так и в других областях, а именно требуются усилия, чтобы выполнить работу честно и объективно, преодолевая трудности при убеждении других, что полученные результаты такими и являются. Всегда окажутся желающие руководствоваться эмоциями, предубеждениями и

предпочтениями. Вовсе неудивительно, что статистика не уничтожает подозрения, которые постоянно пересекают национальные границы.

[13] Тем не менее, проблемы нужно рассматривать, и ответы должны быть указаны. Статистики, и здесь, и за рубежом, могут во многом способствовать отысканию наилучших ответов. Наша ответственность в качестве профессиональной группы ясна. Во-первых, мы должны неизменно стараться улучшить свою работу, развивая наши возможности и улучшая тот сырой материал, с которым мы имеем дело. Кроме того мы должны настойчиво стараться убедить других смотреть на факты объективно и полностью применять нашу технологию и возможности. Мы не можем обещать решить все мировые проблемы, многие из которых не имеют отношения к измерениям. Но если применение статистики, обращение к объективным критериям и измерение до выбора определённых решений возможны, рациональные люди должны всем этим воспользоваться для подхода к своим проблемам. И иностранная политика не должна быть исключением.

К сожалению, именно она является сферой, в которой слишком легко возникают эмоции и предубеждения, а проблемы слишком часто рассматриваются субъективно. Возможный подход к международному взаимопониманию состоит в исследовании проблем фактами, но только точными и надёжными. Битва предрассудков с анализом – это наша битва, и мы должны поставить для неё много боезапасов. Наши обязанности и возможности в международной сфере существенно возросли. Мы можем не только помочь в расширении знаний о мире, в котором мы живём, мы можем действительно во многом способствовать тому международному взаимопониманию, в котором мир сегодня так сильно нуждается.

### Примечания

1. Бизонией называлось объединение английской и американской зон оккупации Германии (1946 – 1948). В 1948г. к ней присоединилась французская зона, а в сентябре 1949 г. на этой основе была учреждена ФРГ.

2. Словарём Уэбстера называлась группа словарей американского лексикографа Уэбстера (N. Webster, 1758 – 1843). Его словарь, а точнее группа словарей (*American Dictionary of the English Language*. New York, 1828), многократно переиздавался. Автор, видимо, пользовался вторым изданием 1934 г.

3. Монне (J. O. M. G. Monnet, 1888 – 1979) был политическим экономистом и дипломатом, зам. Генерального секретаря Лиги Наций и советником Франклина Рузвельта. Уже в 1943 г. стал сторонником объединения (будущей) Европы. В 1945 г. предложил план экономических ограничений для Германии в пользу Франции.

4. План Маршалла (июнь 1947 г.): см. Комментарий.

5. Саар действительно был включён в экономическую зону Франции. С 1957 г. входит в ФРГ.

6. Американский квинтал = 45.36 кг; американский центнер = 45.3 кг; американский имперский галлон = 3.78 л.

### План Маршалла для СССР

Этот план официально был предложен СССР. Некоторые современные его критики в России считают указанное предложение не более чем

дипломатической вежливостью, ибо Конгресс США (по их мнению) не разрешил бы кредиты для СССР (Сталин насадил в странах Восточной Европы нужные ему правительства, но страны Запада считали этот результат войны неприемлемым; кроме того, США не признавали, что СССР аннексировал Литву, Латвию, Эстонию.)

Для СССР План был очень заманчив, так как многие города и посёлки лежали в руинах, сильно пострадали промышленные предприятия и сельское хозяйство. Страна потеряла более 20 миллионов человек, в том числе многих людей рабочего возраста, павших на Войне, ставших инвалидами и калеками. В 1946 г. многие южные районы были поражены засухой.

Тем не менее, Сталин и его окружение отвергли План. Для Сталина такое решение было, можно сказать, стандартным. Аналогично он поступил ещё весной 1929 г., когда сказались результаты его *наступления* на сельское хозяйство в 1928 г. Тогда государство забирало зерно и другие продукты у крестьян (выплачивая им *твёрдые цены*), после чего посевные площади сократились, и в стране началось то, что обтекаемо называют продовольственными затруднениями.

Отзываясь на тяжёлое положение населения в СССР, некоторые круги на Западе предлагали продовольственную помощь. Сталин её отверг. В апреле 1929 г. в своей речи *О правом уклоне в ВКП(б) (Вопросы ленинизма)*. Изд. 11-е. М., 1953, с. 284) он сказал:

*Задача состоит в том, чтобы проявить нам должную стойкость и выдержку, не поддаваться на лживые обещания насчёт отпуска хлеба в кредит и показать капиталистическому миру, что мы обойдёмся без ввоза хлеба ... На этом основании мы решили отказаться от предложения разных там благотворителей, вроде Нансена, о ввозе хлеба в СССР в кредит на 1 миллион долларов. На этом же основании дали мы отрицательный ответ всем этим разведчикам капиталистического мира в Париже и Америке, в Чехословакии, предлагавшим нам небольшое количество хлеба в кредит*<sup>1</sup>

Я думаю, что Сталин отвергнул план Маршалла вполне последовательно. Дело было не только в престиже государства, претендовавшего указывать путь развития всему человечеству. Если в послевоенные годы Сталин готовил Большую Войну с Западом (я считаю, что готовил), то план Маршалла был для него неприемлемым с политических позиций. Со времён войны в народе жила признательность к союзникам, которые помогли СССР победить гитлеровскую Германию. План Маршалла должен был прибавить к этому благодарность за поставки продовольствия, за помощь в трудное время, когда требовалось восстанавливать промышленность и сельское хозяйство. Общение с прибывшими западными специалистами только укрепило бы в народе дружественные чувства к Западу.

Но тогда ни о какой войне с Западом не могло бы быть и речи, поэтому Сталин не только отверг план Маршалла для СССР, но и запретил принимать его послушным ему правительствам в странах Восточной Европы. План Маршала был объявлен инструментом вмешательства империализма во внутренние дела СССР; официально провозглашалось, что мир разделён на два лагеря. Конфронтация с Западом углублялась. Были запрещены браки советских граждан с иностранцами, пресекались также иные контакты. На очереди была Кампания по борьбе с *космополитами* и преклонением перед Западом. Народы СССР не получили помощи от Запада. Но зато Сталину удалось напитать их ненавистью к этому самому Западу.

## XIX

С. Д. Харс

### Статистика и предсказание

C. D. Hughes, Statistics and prediction.  
*Applied Statistics*, vol. 2, 1953, pp. 101 – 106

Автор пишет с точки зрения фирмы, вырабатывающей компоненты для промышленного оборудования и нуждающейся в предсказании спроса, чтобы сформулировать свою линию поведения. Он исследует статистические методы, основанные на регрессионном анализе и анализе временных рядов и считает их недостаточными. Он заключает, что предсказания должны быть основаны на существенном объёме надёжных и подробных данных о заказчиках фирмы и о судьбе её продукции. Резюме [возможно, редакции]

Генри Форд как-то сказал, что история это болтовня. Сегодня в некотором смысле предсказание является болтовней. Это не недооценка предсказывания; без него не могло бы быть планирования, ведь само существование коммерческой фирмы зависит от выработки какого-то взгляда на виды её продаж. Имеется, однако, немало сфер, в которых точное предсказание невозможно. Пытаясь устранить ошибки и добиться больше *научности* в предсказаниях, статистик, возможно, скоро поймёт, что знание и суждение могут оказаться гораздо важнее статистических методов. Никакие причудливые формулы не смогут возместить недостаток основных сведений.

Бросим взгляд на фон коммерческого предсказания для большой фирмы, производящей, скажем, широкий спектр компонентов для промышленного оборудования на внутренний и внешний рынки. Примерно с 1939 г. действенный спрос на подобную продукцию вероятно превышал возможности производства, и потому для этого периода нет никакой надёжной статистики об общем направлении спроса. Фактические продажи будут просто представлять кривые производства. Спрос, отражённый в книге заказов, будет вздут предвкушаемыми и спекулятивными заказами. Неспособность некоторых производителей машинного оборудования покрыть спрос могла заставить их [или заказчиков] обращаться к конкурирующей продукции и, возможно, приводила к окончательной утрате рынков сбыта без какого-либо явного отражения в балансе заказов.

Если, таким образом, данные за 1939 – 1951 гг. не подходят в качестве основы для предсказаний, то равным образом не годятся материалы, отражающие недавнее падение спроса, вызванное рецессией на товары потребления и серьёзными ограничениями на импорт из стран Содружества Наций и других стран в попытке преодолеть кризис баланса платежей.

Опыт в целом показывает, что в таких условиях отмена заказов отражает не только устранение спекулятивных заказов, но и готовность обратиться к запасам и отложить заказы до прояснения обстановки. Мало того, последняя статистика покажет вновь появившиеся в спросе сезонные циклы в дополнение к основному падению цикла продаж; она вряд ли окажется очень полезной для предсказаний. Разговоры об *устойчивости данных, управляемых факторах и однородности материала* оказываются главным образом чисто теоретическими. Нет основных данных.

Есть и дополнительное затруднение в различении между заказами для продолжения обычного производства и для замены действующего оборудования [на существенно новое]. Без ясного различия во внутренней статистике промышленной фирмы между этими двумя формами заказов подготовка основных данных для того, что вскоре станет важнейшим элементом при коммерческих предсказаниях, может оказаться затруднительной. Я здесь имею в виду объём спроса, который вероятно возникнет ввиду громадного количества потребляющего замены первоначального оборудования, произведенного в стране сразу же после войны.

За 1946 – 1952 гг. наша промышленность произвела сельскохозяйственных машин (кроме тракторов) на £ 270 млн, текстильного оборудования на £ 420 млн, механических станков на £ 260 млн, механического оборудования для передвижения, хранения и защиты материалов на £ 190 млн и т. д. Статистику, который пожелает хорошенько помочь в решении этой проблемы, придётся очень напряжённо вглядываться в свой *магический кристалл* для угадывания будущего.

Другое ограничение при статистическом подходе к предсказаниям состоит в том, что само предсказание является в какой-то степени независимым переменным, которое возможно придётся учитывать при оценке вероятных продаж. Это не так глупо, как кажется. Кампаниям по расширению продаж требуется время для созревания, их нельзя начинать моментально. Если существующий спрос лишь немного меньше возможностей производства, крупная кампания продаж может привести к серьёзному замешательству. С другой стороны, достаточные признаки значительного превышения производственных возможностей над спросом могут стимулировать спрос до уровня, превышающего возможности, а именно если обстановка оправдывает появление новых сфер приложения товара. Таким образом, объём будущих продаж будет частично зависеть от достаточности знаний о будущем производстве и дате начала кампании продаж.

**Статистические методы.** Как же при таких обстоятельствах может помочь статистик? Какие имеются статистические методы, и как их можно применить? Самый известный из них это, видимо, множественный регрессионный анализ. Статистик отыскивает уравнение, в котором действительный спрос является функцией нескольких причинных переменных. Но, по моему опыту, соотношение причин и последствий для товаров средств

производства длительного пользования весьма сложно, так что статистических рядов, достаточно хорошо отражающих изменения некоторых причинных переменных, в общем не существует. Более того, предположение о линейности зависимостей может вызвать такие значительные отклонения вычисленных значений зависимых переменных от фактических, которые сделают этот подход бесполезным. Технологические изменения, влияние обращений заказчиков к конкурентам, изменения цен конкурирующей продукции, изменения спроса на средства потребления, которые влияют на спрос на товары средств производства, трудно или невозможно представить статистически.

Если данные относятся к периоду, основные черты которого отличны от нынешних, или от ожидаемых завтра, то введение времени в качестве причинной переменной внесёт столько же новых проблем, сколько решит. В любом случае спрос на новые виды продукции нельзя прогнозировать описанным методом, а для обычной продукции данные за период после 1939 г. будут вероятно отражать описанные выше условия. Данные до 1939 г. могут в свою очередь оказаться ненужными для сегодняшнего дня.

Другая проблема заключается в степени корреляции между причинными переменными. Здесь мы можем оказаться в области экономики, в которой существующее знание отношений между спросом на товары средств производства длительного пользования и другими факторами экономического положения не вселяет надежды на уверенный прогноз. И кроме того быть может будет необходимо учитывать запаздывание между рядами данных, которые, видимо, относятся к определённой причинной переменной.

Но допустим, что, несмотря на эти проблемы, нам удалось вывести наше уравнение. Для его применения теперь надо ещё предсказать каждую причинную переменную. Если этого добиваться множественным регрессионным анализом, нам, видимо, придётся всю процедуру провести вновь для каждой из этих переменных, притом основываясь на ещё менее надёжных данных. Если не продолжать всего этого до конца, то в какой-то момент мы решим *подумать о числе*, или, более вежливо, ограничиться субъективным или качественным предсказанием, т. е. угадыванием.

Некоторые статистики поощряют применение соотношений между такими национальными статистическими рядами, как национальный доход, личный располагаемый доход, сбережения и спрос на определённые товары. Теоретически этот подход полезен сравнительной устойчивостью основных данных. Практически, однако, каково бы ни было достоинство таких методов для предсказания количества населения, они часто мало уместны для предсказаний спроса на определённые товары, который быть может не сильно коррелирует с изменениями общего уровня экономической активности. В любом случае официальная статистика (например, личных сбережений) часто

настолько изменчива, что она совсем бесполезна для указанной цели. Примечательно, что при использовании подобных данных *планы* фирмы обычно упрощаются и становятся *заданиями* [?]. Если предел погрешности в статистическом ряде иногда даже превышает фактические колебания, применять ряд малополезно.

Опыт предсказаний показывает, что, если условия не идеальны, множественный регрессионный анализ полезен только тогда, когда имеешь дело с общими тенденциями спроса в течение довольно длительного периода, в основном для грубой проверки оценок, рассчитанных другими средствами, а также как метод вычисления сравнительной значимости причинных переменных, опять же в течение длительного периода.

Другой статистический метод состоит в применении циклических колебаний. Подходящий анализ временных рядов, т. е. анализ по каждому товару данной фирмы случайных колебаний, сезонных циклов, циклов торговли и соотношений всего этого к основной тенденции, представит много полезной информации о различиях в схемах движений между различными группами товаров. Но весьма сомнительно, чтобы этот метод приносил большую пользу для предсказаний. Поскольку спрос превышает запас, кривая продаж будет отражать кривую производства, т. е. снова не будет основной информации. А если происходит падение спроса, то каждый появляющийся сезонный цикл будет либо затоплен, либо, напротив, сильно преувеличен и будет трудно разобраться в циклических изменениях. Даже если имеется достаточно данных, циклы редко строго повторяются, они переменны и по величине, и по времени, так что планы [фирмы], будь они составлены математически или без правил, весьма рискованны.

**Информация, требуемая для предсказаний.** Поскольку польза математических методов, доступных статистикам для предсказаний, так сомнительна, какие же иные методы возможны? Единственный действительно удовлетворительный метод видимо состоит в определении оценок будущего спроса после расчистки поля для анализа ответами на вопросы, связанные с данным товаром. Вот тип этих вопросов.

1. Каковы общие черты товара и как точно можно выделить виды его применения различными типами потребителей?

2. Какова у фирмы политика продаж этого товара и цен на него?

3. Кто эти потребители и конечные потребители? Чего они хотят? Что они будут хотеть?

4. Какие влияния определяют фактический спрос в отличие от возможного? Какие из этих влияний мы можем контролировать? В какой степени мы зависим от влияний, оказываемых в других отраслях промышленности, удалённых от нашей на одну, две или даже три ступени?

5. Какова продолжительность жизни товара? Изменяется ли она в зависимости от условий работы?

6. Насколько хороши взаимоотношения фирмы с клиентами?

7. Происходит ли спрос непосредственно для замены компонентов оборудования или косвенно через спрос на индустриальное оборудование в целом? В первом случае, каковы виды на будущее для товаров той отрасли промышленности, оборудование которой включает наш товар? Во втором случае, каковы виды для продажи нового оборудования, которое включает его?

8. Существует ли конкуренция? Если да, то на чём она основана, на ценах, условиях доставки, обслуживании, качестве? Или же она касается несходного товара того же назначения?

9. В какой степени конкуренция и сам спрос подвержены влиянию торговых соглашений [междустранами], квот, тарифов, разрешениям на импорт и т. д.?

Начинать надо с исследования товара и рынка, и здесь подробно рассматривается даже еще более длинный список вопросов. Один из результатов этого исследования будет установление относительной значимости общей экономической погоды на виды для определённого товара. Если окажется важным, то следующим шагом будет экономический анализ, выявляющий уместность прошлых, нынешних и расчётных будущих тенденций к спросу на этот товар. Подобный анализ должен стать темой строгого рассмотрения и подробных комментариев, исходящих от группы руководителей.

Имея всеобщее одобренный экономический анализ, мы подходим к действительной трудности проблемы. Без высоко эффективной службы информации, находящейся на современном уровне, никакая последующая работа не будет ничего стоить. Мы должны достаточно знать всех наших основных клиентов, чтобы судить об общем направлении их программ производства и будут ли объявляемые ими программы вероятно выполнены, чтобы объективно судить о наших собственных видах на рынке, о влиянии экономических сил на время, направление и уровень спроса на замену оборудования, о видах на новые применения наших существующих товаров и т. д. В этот момент достаточная информация, частично оказывающаяся в статистической форме, и здравое суждение намного важнее сложных статистических методов.

Вообще же можно сказать, что во всём этом нет ничего нового. Действительно нет, но без этого подхода никакие предсказания не будут хорошо обоснованы. Опыт многих специалистов в промышленности показывает, что статистик часто пускается в сложные статистические вычисления и планы, тогда как время и энергию можно с наибольшей пользой потратить на организацию первоклассной службы информации для получения существенных вспомогательных материалов.

Когда оценки в количественной форме сделаны на основе известных применений [нашей продукции] и видов на её новые применения, общие средние можно грубо проверить множественным регрессионным анализом, однако основные оценки должны быть рассчитаны на основе ясно указанных факторов, сортированных по степени их ожидаемой надёжности.

**Предсказание индексов повременной оплаты труда и стоимости оборудования.** Родственная проблема для сегодняшних деловых людей относится к степени, в которой ведомство налогов и сборов недооценивает скидки на изнашиваемость (основанные на первоначальной стоимости оборудования), преуменьшая его действительное обесценивание (основанное на стоимости замены). Некоторые фирмы применяют индексы цен на оборудование, а также индексы повременной оплаты труда как подходящие и сравнительно устойчивые меры изменения стоимости денег, но не вычисляют своих собственных индексов [т. е. показателей] цены замен.

Здесь не место для обсуждения сравнительного достоинства различных подходов, но предварительное планирование ныне требует долгосрочных видов на эти индексы. Здесь следует провести важное различие: статистик или экономист старается оценить движение не повременной оплаты труда или цен на оборудование вообще, а определённых индексов этих величин. Точное предсказание, скажем, повременной оплаты труда требует знания

1. Структуры заработной платы в каждой крупной отрасли промышленности.
2. Относительной возможности торговаться у профсоюзов и предпринимателей при изменяющихся политических и экономических условиях.
3. Времени заявлений о прибавках к заработной плате и сезонных премиях.
4. Степени соотношений между повременной оплатой труда (в отличие от зарплаток) и движением розничных цен (которое само возможно должно быть предсказано) в каждой отрасли промышленности.
5. Структуры самого индекса, т. е. его цели, общего состава, формулы и системы взвешивания, и, наконец, вероятное рассмотрение *особых случаев*.

По поводу последнего пункта, наибольшая досада может произойти, если обнаруживается, что единственное расхождение между предсказанием и действительным значением индекса было вызвано неверным предсказанием не самого индекса изменений заработной платы, а того решения, которое составители индекса вероятно примут об определённых премиях, заслуживающих особого рассмотрения. Эта проблема особенно остра в угледобывающей и текстильной отраслях, но может возникнуть и там, где эти премии фиксированы, а не относительны, т. е. не выражены в процентах, и там, где структура заработной платы изменяется и происходит неразбериха между повременной и сдельной оплатой труда или где изменяется содержание имеющихся данных.

Критическое рассмотрение прошлых движений индекса и предсказаний, если они были сделаны на основе имевшейся заранее информации, дают возможность оценить изменения в индексах этого типа с высокой степенью точности на последующие 12 месяцев. Однако, знание как составляется

индекс было бы плохой заменой хорошо информированного анализа структуры повременной оплаты труда в отечественной промышленности.

Тот же тип проблем возникает при предсказании долгосрочных тенденций цен для данной фирмы. Это снова означает наличие достаточной статистики, основанной на надёжной и по возможности подробной информации вдобавок к решимости не применять сложных статистических методов для затемнения пробелов в материале. Без достаточных статистических и описательных данных подобные методы бесполезны. Впрочем, быть может важнейшее требование к предсказаниям, и для руководства, и для статистика, это чувство юмора. В этой области оно выражается вполне свободно.

## XX

Н. Т. Дж. Бейли

### Сфера медицинской статистики

N. T. J. Bailey, The scope of medical statistics.  
*Applied Statistics*, vol. 1, 1952, pp. 149 – 162

#### Введение

Медицинская статистика можно справедливо утверждать, как я полагаю, ведёт начало со второй половины XVII в., с работ Джона Граунта и Уильяма Петти, которые основали многие свои наблюдения на знаменитых лондонских бюллетенях о смертности<sup>1</sup>. Статистика рождений, смертей, и. т. д. с подходящими современными уточнениями всё еще является важной частью всего основного содержания медицинской статистики, которая, однако, за последние 200 лет постепенно расширяла свою сферу. Усваивая современные успехи, особенно происшедшие за последние 30 лет, она теперь может разумно притязать на применение ко всей области медицины.

Нельзя, конечно же, обзреть более, чем небольшую долю всей её сферы, но я попытаюсь представить как можно более широкий выбор тем, относящихся к медицинской статистике. Моя цель двойная, во-первых, показать разнообразие и охват темы; во-вторых, указать некоторые проблемы, которые, видимо, достойны дальнейшего изучения и понимания. Я не извиняюсь за использование многих материалов, с которыми я занимался, частично потому, что мне легче судить о темах, которым обращал особое внимание, а частично, чтобы мои замечания отражали статистические интересы Кембриджской медицинской школы.

#### 1. Медицинские записи и социально-медицинские обзоры

Существенное значение в медицинской статистике имеет та часть предмета, которая основана на медицинских записях. Много ценной информации можно извлечь при рассмотрении смертности и заболеваемости от различных болезней, особенно по отношению к окружению и социальному классу. Громадный объем работ этого рода регулярно производится в различных центрах, и привести их надлежащую сводку невозможно. Опубликовано, однако, несколько полезных введений к возможностям этого подхода [1 – 3]. Надёжные данные, конечно, почти всегда существенны при любом исследовании, однако, когда, в отличие от сравнительно простых лабораторных тестов и измерений, занимаешься анализом громадных объёмов информации, собранной после значительных затрат за долгие периоды времени и относящейся к тысячам людей, – тогда требуется специальное внимание к методам записи и анализа данных.

Один из самых несомненных примеров – составление больничной статистики. Она особо полезна не только для обычного накопления стандартных данных о заболеваемости и

смертности, но и для изучения количества пациентов у врача. Это позволит администрации выяснить, к примеру, достаточно ли имеется медицинского оборудования для покрытия спроса. Далее, в больнице должна быть действенная система записей, которая позволила бы легко подготовить для подробного изучения все записи, относящиеся к данному пациенту, или все случаи некоторого заболевания.

С другой стороны, по моему мнению применение сложной системы перфокарт для пригодного в будущем исследования влияния различного медицинского и хирургического лечения оправдывается редко. Во-первых, обоснованное сравнение различных методов и [?] лечения обычно требует тщательно контролируемых условий, которые вряд ли когда-либо имеют место при подобных исследованиях. Во-вторых, исключительно трудно или невозможно придумать систему записей в достаточной мере содержащей все данные, которые могут понадобиться при некотором исследовании в будущем относительно каждого рода пациентов. Если приходится предпринимать определённое исследование, то могут быть придуманы специальные формы записи и использован весь комплект оборудования для применения перфокарт.

Введение перфокарт неопределимо при социально-медицинских исследованиях, для которых собирается громадный объём данных о каждом из большого числа пациентов, страдающих определённым заболеванием и о контрольной группе, проживающих в известной в общих чертах среде. Могут быть специально придуманы обширные формы первоначальной клинической записи, пригодные для работы с перфокартами. Даже при самом скромном оборудовании перфокарты позволяют провести и с удобством проанализировать весьма обширные обзоры указанного типа. Следует только потратить особые усилия, чтобы сжать все данные, относящиеся к одному человеку, на одну-единственную перфокарту. В противном случае сведение данных обычно требует специального оборудования и сильно повышает стоимость работы.

## **2. Организация лечения**

Сюда относятся все проблемы, связанные с действенностью обеспечения пациентов и возможных пациентов известными методами излечения и профилактики. Мы хотим знать, будет ли достаточно врачей общего профиля (терапевтов и хирургов), врачей-специалистов, медсестёр, работников социального обеспечения, чтобы покрыть потребности того района, в котором они работают. Нам также нужно выяснить, эффективно ли организовано то обслуживание, в котором они играют важнейшую роль. При нынешнем недостатке обученного персонала и нехватке зданий эта проблема весьма настоятельна. В обозримом будущем будет выстроено очень немного новых больниц, клиник и диспансеров, так что главная возможность лучшего предоставления медицинского лечения, если не считать серьёзных успехов в фактическом медицинском познании,

вероятно будет состоять в более эффективном применении существующих средств. Сами проблемы назначения и устройства больниц с их различными родственными дополнениями являются объектами специального изучения, проводимого бригадой исследователей под покровительством местного провинциального треста [4].

Особо важной темой здесь является упорядочение потоков в больнице. Эта задача связана с возможным уменьшением передвижений пациентов, медсестёр, врачей, посетителей и оборудования, что желательно по причинам удобства и гигиены. Можно представить больницу как бы состоящую из ряда единиц, – кроватей, комнат для персонала и оборудования, туалетов и пр. для каждой группы палат нескольких назначений. Кроме этого, имеются операционные, кухни, рентгеновские отделения, лаборатории патологии и др.

По медицинским соображениям некоторые виды потоков с одного места на другое будут существенными. Можно составить общую схему необходимых потоков на основе числа переходов из одной точки в другую за определённый период времени. В простейшей форме задача состоит в том, чтобы расположить все различные *единицы* так, чтобы свести к минимуму общий объём переходов, измеренный с учётом расстояний и числа человек или количества оборудования. Имеется, конечно, несколько затруднений, включающих трудность выполнить требование часов пик.

Общего решения этой простейшей проблемы, которое должно сочетать статистику и вариационное исчисление, ещё не существует. Можно составить несколько возможных вариантов, приемлемых и с архитектурной, и с медицинской точек зрения, и примерить для каждого из них стандартную схему передвижений, чтобы определить наименьший общий поток. Этот подход уже был в большой степени удачен по отношению к относительному расположению основных единиц больницы, и единиц внутри групп палат, что снижает общее расстояние ходьбы дежурных сестёр.

Другая проблема связана с определением числа кроватей в группе палат, которые следует разместить в индивидуальных палатах. Они необходимы по медицинским соображениям для умирающих, для тех, кто нуждается в специальном лечении, или особо заразные, или в сильной степени подвержены опасности заражения и т. д. Goodall [5] обсудил эту проблему и подразделил таких пациентов на тех, к которым должен существовать немедленный подход, и остальных.

Число индивидуальных палат, конечно же, задано, но спрос на них существенно колеблется со дня на день. Ясно, что простая оценка среднего требования не будет должным показателем требуемого числа таких палат, и я статистически исследовал эту задачу [6]. По заданному числу индивидуальных палат можно вычислить

1. Предел, до которого требование на них может быть удовлетворено (*эффективность предоставления*) и

2. Предел, до которого действительно выделенные палаты могли использоваться должным образом (*эффективность использования*).

Первый можно сильно повысить только за счёт второго, а второй – за счёт первого. Но если выделено достаточно индивидуальных палат, чтобы справиться почти со всеми требованиями даже в дни пик, многие из них не будут должным образом использованы в остальные дни. Для удовлетворительного уравнивания этих противоречащих друг другу факторов, а именно чисто медицинских потребностей и необходимости экономить место и затраты, больничные планировщики должны попытаться выбрать оптимальное число индивидуальных палат, обеспечивая возможно более высокую эффективность предоставления, но не допуская сильного падения эффективности использования. Я определил, что, к примеру, для средней хирургической группы в 16 кроватей 2 индивидуальные палаты следует предоставить пациентам, подход к которым должен быть простым. Они удовлетворяют 84% требований и будут использованы должным образом 73% времени. При трёх таких палатах соответственно окажется 92 и 59% и т. д.

Большинство населения сразу же согласится, что проблема выбора системы для времени врачебного приёма в амбулатории довольно срочна. Число ожидающих приёма и скорость исследования пациентов сильно зависят от устройства отделения. Хорошая подобная система важна не только для сведения к минимуму времени ожидания, но и для наилучшего достижимого использования имеющихся возможностей. Обычно приём продолжается в среднем около 10 минут, тогда как среднее время ожидания превышает час.

В проблемах теории очередей, которые столь умело обсудил Д. Г. Кендалл [7], основное внимание было сосредоточено на условии случайного прихода клиентов. В амбулаториях, с другой стороны, пациентов могут попросить приходить более или менее в назначенное время, а время на приём переменное, но обладает некоторой характерной плотностью распределения. Основная идея здесь состоит в том, что по этому заданному распределению определяется оптимальная система приёма, которая позволила бы в наибольшей степени сократить пациентам время ожидания без слишком длительного простоя у врача.

Теоретическая работа [8] довольно общего характера определила предельное распределение времени ожидания для бесконечно длительного процесса теории очередей при условии, что среднее время приёма меньше интервала между сроками приёма. Применяв иной подход с использованием случайных чисел, я [9] исследовал сравнительно краткий процесс, включающей, скажем, 25 пациентов. Предположив подходяще выбранную кривую типа III Пирсона для распределения времени на приём, я показал, что искомая оптимальная система такова. Предположим, что среднее время на приём составляет 5 минут, тогда пациентам назначают время приёма с пятиминутными интервалами, врач же начинает работу с приходом второго

пациента. Для 25 пациентов среднее время ожидания составит 9.1 минут, врач же простоит в среднем всего 5.7 минут. См. дальнейшее исследование практического порядка [10].

### **3. Эффективность лечения**

Первая цель медицинской науки состоит в лечении болезней и предотвращении инвалидности или в профилактике этих явлений. Одним из основных приложений медицинской статистики является поэтому исследование соответствующих мер. Как мне представляется, реальная трудность здесь вовсе не статистического характера, а в организации достаточных исследований в крупном масштабе. Многие ныне применяемые лекарства были, разумеется, подвергнуты надлежаще проконтролированным испытаниям, но равным образом верно, что значимость большого числа лекарств, говоря статистически, сомнительна или неизвестна.

Организовать должные эксперименты с людьми нелегко, и во всяком случае ответственность за решение начинать их не лежит на статистике. Тем не менее, статистик может во многом улучшить положение, воодушевляя тех, кто в основном занят открытием и применением новых методов, настаивая на более критическом исследовании существующих медицинских действий и убеждая запрещать новые процедуры без проведения строгих тестов.

Если строгие тесты возможны, то обычно нетрудно применить стандартные статистические методы к содержанию и анализу подходящих медицинских материалов. Целью этих методов является оценивание сроков выздоровления или рецидивов при новых методах лечения или сравнение степени защиты от определенных заболеваний при различных прививках и т. д. Если имеется достаточное число пациентов, быть может добровольцев, часто оказывается возможным проводить стандартные факторные эксперименты нескольких типов лечения пациентов, живущих в различного вида окружениях.

Заметная черта медицинской работы состоит, однако, в том, что часто нелегко отыскать достаточное число человек для получения решающих результатов. Исследуемое заболевание может оказаться необычным, а добровольцы встречаются редко. Это обстоятельство привело к возрастающему применению выборок со взаимно сопоставимыми членами с исследованием нескольких различных методов лечения на каждом испытуемом. Получив количественные данные, можно считать каждого из них блоком элементов выборочного плана, как при сельскохозяйственных экспериментах.

Но при качественных данных требуются специальные методы. При определённых предосторожностях метод выборок со взаимно сопоставимыми членами привёл к возрастанию точности получаемых результатов. К примеру [11], при испытании нового болеутоляющего лекарства оно давалось в различные сроки каждому пациенту и ему же производили контрольные инъекции. Математический смысл этого метода, видимо, ещё не был

полностью исследован, хотя произошли полезные обсуждения исследования значимости случая множественных выборок [12], который явился обобщением критерия, основанного на двойной выборке [13].

Иной статистический метод, который, как представляется, ещё не был достаточно использован в медицинских исследованиях, это последовательный анализ [14]. Хорошо известно, что он включает использование выборок в соответствии с заранее предусмотренным планом. Анализ продолжается пока принятые критерии всё ещё указывают, что решение невозможно, и прекращается, как только оно вырабатывается. Вообще для достижения заданного результата последовательные методы требуют меньших выборок, и потому нужда в них при медицинских исследованиях несомненна.

Другое их преимущество, которое, насколько мне известно, не было достаточно использовано, это некоторое облегчение ответа на вечный вопрос: *Когда же новое многообещающее лекарство, ещё не испытанное полностью, будет назначаться каждому [нуждающемуся] пациенту?* Это действительно существующее этическое затруднение, которое добавляется к другим при осуществлении удовлетворительных испытаний медицинских методов лечения, и я не утверждаю, что последовательный тест избежит всех моральных ловушек. Но он позволит заранее обсудить и согласовать критерии для принятия решения, – вот что существенно. Он не добавляет врачу бремени ответственности, поскольку не заставляет его попытаться решить, продолжать или прекратить на той или иной стадии обычный не последовательный тест. Врач, возможно, должен решить, сравнивая старое и новое лекарство, что именно делать при наличии ряда сроков выздоровления групп больничных пациентов, если её половина получала старое, а вторая половина – новое. У него появляется возможность заранее решить этот вопрос, спланировав последовательную процедуру, удовлетворяющую и медицинскую этику, и статистические требования. Это обеспечит принятие наилучшего решения на любой стадии, каков бы ни был её результат.

#### **4. Эпидемиология**

Наличие широко распространённой инфекции или заразных болезней всегда считалось одним из основных бедствий человечества. Судя по их распространению и в популяциях животных, и в первобытных общинах, они, видимо, имели место с нашего самого раннего происхождения. Многие факторы способствуют видоизменению поведения вспышек эпидемии. Старые заболевания могут стать менее опасными или изменять частоту проявления в различных возрастах, могут появляться новые болезни неясного происхождения. Действие естественного отбора по устранению необычно подверженных; чувствительные улучшения общего здоровья, питания и гигиены; успехи в методах лечения, и т. д. – всё это способствует борьбе с эпидемическими заболеваниями. Несмотря на громадный

продвиг, проблема всё ещё серьёзна. Общая картина многих заболеваний в разумной степени ясна, однако подробное количественное знание таких факторов, как истинный механизм инфекции; время переноса агента, к примеру, микроорганизмов, инкубационные сроки, изменения в степени заразности, числа подверженных инфекции и бациллоносителей в обществе часто весьма неясны.

Эпидемиологи всегда широко пользовались так называемыми *эпидемическими кривыми*, т. е. кривыми, показывающими число новых случаев болезни, происходящих ежедневно или еженедельно в данном районе, в надежде выявить факты о характере эпидемии, которые не были бы иначе очевидны. Существует, видимо, разумная надежда на успехи в этом направлении, но до сих пор многие из сделанных выводов остаются спекулятивными. Основной принцип состоит здесь в том, что мы строим различные теоретические эпидемические кривые, основанные на различных предположениях, и проверяем, которая из них лучше подходит к фактическим данным.

Проделанная теоретическая работа была в основном детерминированного характера, т. е. принималось, что для данного числа подверженных инфекции и заразных и заданной инфекции, равно как и сроков гибели и выздоровления, в заданное время возникнет определённое число новых случаев. Раннее исследование [15 – 17 и 18] того, что называется априорной патометрией [патологометрией], относились к этому типу. К нему же относились более поздние сложные работы [19, 20]. В первой из них было показано, что для данных сроков инфекции и выздоровления существовала определённая пороговая плотность населения. Если фактическая плотность была вначале ниже, то введение заражённого человека не приводило к эпидемии, в противном же случае эпидемия будет уменьшать плотность подверженных заражению настолько же ниже пороговой, насколько она была выше её. Для болезней, передаваемой через хозяина (организма, питающего паразита), существует аналогичная пороговая теорема, для которой важно произведение плотностей населения и хозяев.

Вторая работа [20] была в основном посвящена периодичности, наблюдаемой при повторениях эпидемий таких заболеваний, как корь. И здесь было достигнуто некоторое понимание их основы, и стало ясно, что регулярное поступление в школы молодых, восприимчивых к заболеваниям школьников, было одним из важных факторов.

Мало успеха было достигнуто попытками предсказать курс эпидемии подбором кривых к исходным данным. В любом случае, если не основываться на каком-либо определенном виде математической модели, то вряд ли можно при этом ожидать пояснения происходящих физических и биологических процессов. Одна из трудностей использования подмеченных возвращений болезни состоит в том, что здесь обычно имеются в виду весьма обширные районы.

Хорошо известно, что общую эпидемию можно представить небольшими эпидемиями, происходящими в отдельных участках района. Эти региональные эпидемии не обязательно находятся в одной и той же фазе и могут взаимодействовать. Продолжая подразделять район, можно рассматривать небольшой город, или, наконец, *эффективную группу*, только один член которой перемещается, поскольку во многих случаях он будет находиться в тесном контакте только с небольшим числом (скажем, 10 – 50) людей. Тогда наблюдаемую эпидемию для всего района можно представить как состоящую из некоторого числа малых, одновременно происходящих в сравнительно небольших группах коллег и знакомых.

Практически эти группы могут перекрываться, но всё же можно применить понятие об *эффективном* числе независимых групп или отдельных человек. В типичной упрощенной модели рассматривается община  $k$  независимых групп по  $n$  человек в каждой. Представим, что эпидемия начинается с одновременным появлением или введением  $k$  первичных случаев, по одному в каждой группе. При сравнительно небольших значениях  $n$  статистические колебания окажутся значительными, и прежние детерминированные исследования не будут подходящими.

Нам придётся обратиться к так называемым стохастическим методам. Бартлет [21] подчеркнул эту необходимость и в какой-то степени обсудил различные произведенные частные работы. Он [22] также обратился к простейшей стохастической эпидемии, рассматривая лишь заражение, но не выздоровление. Я [23] более подробно рассмотрел эту проблему. Следует заметить, что эти результаты для эпидемий без учёта выздоровления фактически пригодны для эпидемий, в которых сроки выздоровления довольно велики по сравнению с периодом, относящимся к горбатой части эпидемической кривой. При прежнем предположении об одновременном проявлении эпидемий в отдельных группах, ясно, что при достаточно большом их числе эпидемическая кривая для района в целом будет схожа по форме с кривой, соответствующей стохастической средней для отдельной небольшой группы. Должно заметить, что в эпидемических процессах стохастические средние не совпадают с соответствующими детерминированными значениями<sup>2</sup>.

Математическое изучение эпидемического процесса сопряжено со многими аналитическими трудностями. Не последней из них является отыскание выражений, к примеру, для стохастического среднего, подходящих для вычисления и практических применений. Быть может больше шансов на успех имеет иной подход с применением исследований случайных чисел.

Мимоходом следует упомянуть возможность экспериментальной работы с животными, как например с мышами. Очень умелое исследование этого рода [24] включало изучение усиления и ослабления эпидемий в заражённых стадах, влияния ввода новых незащищённых особей и удаления животных из стада.

В мышиных сообществах наблюдаются многие явления, известные в людских общинах, связанные с появлением эпидемического заболевания. Преимущество работы с животными состоит в укорочении сроков и тесном контроле условий. Здесь, видимо, существуют обширные возможности для улучшения нашего понимания эпидемий и эпизоотий. Надлежаще задуманные эксперименты в сочетании с подходящим статистическим анализом смогут пролить новый свет на роль прививок в предотвращении заболевания, к примеру, роль оспопрививания и прививок домашней птицы от птичьей чумы.

Статистический анализ может быть полезен эпидемиологу также и изучением множественных заболеваний в семьях. Хорошо известно, что корь склонна выказывать примерно двухгодичную периодичность. Hamer и позднее Soper показали, что подобная периодичность может возникнуть ввиду нескольких предположений. Одно из них заключалось в том, что данный случай болезни был сильно заразителен в течение лишь короткого времени. Можно ли как-то проверить эту гипотезу?

В общем, мы прежде всего хотели бы различать обстановки, при которых ожидается либо непосредственное биномиальное распределение вторичных случаев, например групп, пьющих заражённую тифом воду, либо передача болезни от человека к человеку. Гринвуд [25] показал, что для эпидемии кори в St. Pancras<sup>3</sup> в 1926 г. первая гипотеза никак не подходила.

Теперь вторая гипотеза. Гринвуд основывался на том, что распределение вторичных случаев, непосредственно возникающих от первого, будет биномиальным, однако подверженные заболеванию и избежавшие его могут быть позднее заражены от вторичных случаев и вызывать случаи третьего порядка и т. д. Таков принцип так называемого довода *цепного биннома*. Он должен соблюдаться, если заболевание весьма заразно в течение кратких периодов. Гринвуд оценил шансы заражения подбором средних значений. Эффективность этой процедуры, видимо, не была исследована, хотя вполне хорошее согласие было явно достигнуто. Более сложную проверку значимости того, что множество заболеваний в семьях распределено случайно, можно будет вывести, исследуя весьма интересные математические проблемы, связанные со случайным подразделением интервалов [26, 27].

Другие проблемы того же типа возникают при исследовании случайности географического распределения болезни. Сравните, к примеру, исследование случаев туберкулёза и рака в Соединённом Королевстве [28, 29] и статистическое изучение так называемых *статистических карт* [30].

Полагаю, что следует провести немало важных исследований распределения случаев и в семьях, и по территориям. Соответствующие проблемы безусловно теоретически трудны, особенно в связи с поиском удобных тестов значимости и действенных методов оценки, но трудности несомненно преодолимы.

## 5. Увеличение эффективности медицинских методов

В общем, мы проверяем, учитывая неизбежные статистические колебания, достигает ли применяемый метод наибольшей ожидаемой точности. Если нет, то существует возможность предложить улучшения. Применение видоизменённого метода, обладающего более высокой внутренней точностью, означает либо достижение более точных оценок при тех же усилиях, либо достижение той же общей точности с меньшими усилиями<sup>4</sup>.

Рассмотрим типичный пример обычного дифференциального подсчёта белых кровяных шариков. Используя хороший метод, мы должны будем ожидать мультиномиального распределения долей различных типов лейкоцитов. Практически, однако, достигнутая точность долей различных типов шариков, [...] может оказаться ниже ожидаемой в силу различных искажающих факторов. Ими могут быть подверженность шариков объединению или склонность некоторых типов шариков перемещаться к определённым местам предметного стекла. Последнее может привести и к систематическим ошибкам, если только не принять таких специальных мер, как зубчатый (battlement) подсчёт. Более того, быть может обнаружится, что при определённых методах ожидаемая точность достижима только, если общее число шариков превышает некоторый предел. К примеру [31], при новом методе оценки доли белых кровяных шариков с гранулами в цитоплазме распределение оказывалось по существу биномиальным для 100 шариков (по неопубликованным данным, даже для 50 шариков). С другой стороны, при старом методе растягивания плёнки биномиальное распределение появлялось лишь начиная с 300 шариков.

Кроме того, проблема быть может не столько в том, чтобы улучшить метод, а в отыскании более эффективного метода исследования данных. Широко обсуждалась биометрическая работа, в которой рассматривался ряд смертей групп подопытных животных при различной силе исследуемого на действенность лекарства<sup>5</sup>. Для больших выборок и нормальном распределении допустимых уклонений наибольшая эффективность при оценивании данных во всяком случае обеспечивается методами пробит-анализа [32]. Имея единый ряд опытов, поставленных для решения некоторых определённых вопросов, несомненно имеет смысл проводить полный статистический анализ. Очень часто, однако, желательны приближённые оценки, которые можно быстро получить в процессе предварительных лабораторных опытов. Было предложено и широко использовано несколько различных методов этого вида, и много исследований было посвящено оценке их относительного достоинства [33, 34].

## 6. Медицинская генетика

Генетика представляет самостоятельное поле исследований, но определённые результаты, особенно относящиеся к наследственности человека, существенно важны для медицины. Для подходящей оценки и истолкования громадного объёма генетических данных часто существенна серьёзная математика, и

медицинская статистика таким образом вполне естественно включается в решение генетических проблем.

Во-первых, исследования популяций в основном проводились в конце 1920х и начале 1930х годов (Фишер, Холдейн, Райт). Продвижение эволюции было объяснено действием естественного отбора на генетически разнородный материал, доставляемый случайными мутациями. Рассматривались определённые модели генов и по данной скорости мутаций и давлению отбора математический анализ устанавливал эволюционные последствия. Этот подход возможен при рассмотрении долгосрочных эволюционных изменений общего уровня здоровья или заболеваемости популяции в целом. Одно из применений [35] относилось к отбору против гетерозигот в связи с гемолитической болезнью новорождённых и резус-фактором. Другим приложением была оценка возможного вредного влияния безответственного облучения, например, рентгеновскими лучами и атомной энергией на будущие поколения [36, 37].

Во-вторых, имеют место *индивидуальные* исследования, как возможно называть их. Они имеют дело с наследованием обычных и хорошо определённых черт, как групп крови, а также с наследственными заболеваниями и уродствами. У докторов часто спрашивают о возможности заболевания или передачи детям некоторой болезни или недостатка, которые известны в семье. Распространённые идеи об этом часто и совершенно напрасно тревожны.

К примеру, допустим, что мужчина, желающий жениться на своей двоюродной сестре, имел брата, который умер от болезни Тея – Сакса. И он сам, и она здоровы, но хотят узнать, каков риск этой болезни у их детей, если они поженятся. Эта болезнь передаётся по наследству как генетическое состояние [при определённом наборе генов]. Исследуя его происхождение [в семье], можно заключить, что в этом случае есть один шанс из шести, что и мужчина, и его кузина имеют *плохой* ген. Таким образом есть 1 шанс из 24, что первый ребёнок будет поражён. Они, вполне возможно, были готовы рискнуть, но хотели бы выяснить эти шансы.

Более сложные случаи могут потребовать более тщательного рассмотрения соответствующих вероятностей. Подобные евгенические прогнозы могут быть значительно более точны, если известно, что общие черты генетически связаны с изучаемым уродством. Не столь редкий дальтонизм – хороший пример.

Существует 1 шанс из двух, что бездетные дочери гемолитического больного имеют ген гемофилии и передают его половине своих [будущих ?] сыновей, но обычно ничего больше сказать нельзя. Гемофилия и дальтонизм сцеплены. Есть семья в Голландии, в которой обе эти ненормальности были склонны проявляться у некоторых её членов либо отдельно, либо совместно. Стало возможным рассчитать, что у дочери-дальтоника было 9 шансов из 10 иметь ген гемофилии, тогда как у её нормальных сестёр был соответственно лишь 1 шанс из 10.

Ясно, что выявление подобных сцепок весьма важно, однако, если не считать сцеплённых с полом, до сих пор у человека их определённо установлено быть может всего несколько.

Семьи у человека сравнительно невелики, притом трудно отыскать женитьбы пар с надлежащей генетической конституцией. И даже в таких случаях мы только с определённой вероятностью можем установить тип женитьбы (mating type). Впрочем, была доказана возможность найти мощные статистические методы исследования надлежащего материала для выявления генетических связей. Эти методы различаются друг от друга в соответствии с тем, относятся ли данные к некоторому изолированному числу нескольких человек, находящихся в различных степенях родства и возможно поражённых изучаемой ненормальностью, или же мы имеем дело с рядом специально отобранных компактных семейных групп, обычно состоящих лишь из родителей и детей.

Для первого случая подходящими являются методы Холдейна [38]. Особо полезно обсуждение [39] подсчётов сцепления гемофилии и дальтонизма. Во втором случае широко использовался метод пар братьев и сестёр [40, 41], хотя в общем он менее эффективен, чем метод *u-statistics*.

Последний метод впервые разработал Фишер [42 – 44]. Он эффективен и позволяет непосредственно сочетать данные, относящиеся к семьям различных размеров. Впоследствии Finney [45, 46] обобщил этот метод на широкий круг типов женитьб с такими возможными усложнениями, как [...]. Я [47, 48] продолжил его работу, обобщив тот же метод на случаи редких ненормальностей, при которых соответствующие ген или гены, хоть и присутствуют, но возможно не в определённой доле индивидуумов; примером может служить хорей Хантингтона. Другой важной проблемой является оценка частот существования генов в популяции. При существовании родственников в выборке, как, например, при данных, относящихся к семьям, требуются специальные методы анализа [49 – 52].

Много исследований по медицинской генетике относится к наследственности таких обычных черт как основных систем групп крови (их девять) и возможности пробовать на вкус фенилтиокарбалид. Знание образа наследственности групп крови и соответствующих частот генов ценно не только для оценки вероятности риска гемолитической болезни у рождённых от матери с отрицательным, и отцом с положительным резусом. Оно важно и для применения в юриспруденции, в основном для решения проблем родства, особенно в случаях неясности материнства и отцовства.

### Примечания

1. На изучении этих бюллетеней было основано классическое сочинение Граунта 1662 г., фактическим автором которого долгое время считали Петти. Со временем это мнение было отвергнуто, однако есть основания считать его соавтором.

2. Что же автор понимает под стохастическим средним?

3. St. Pancras с географическими координатами 51° 32' с. ш. и 0° 07' з. д. – это район Лондона.
4. Подобные цели изучает теория линейного программирования.
5. Автор недостаточно подробно описал этот пример.

## Библиография

Источники расположены в соответствии с разделами статьи.

Номера 1 – 3; 4 – 10; 11 – 14; 15 – 30; 31 – 34; 35 – 52

соответствуют разделам 1; 2; 3; 4; 5; 6

1. Ryle J. A. (1948), *Changing Disciplines*. Oxford.
2. Cluver E. H. (1952), *Social Medicine*. London.
3. **Medical Research Council** (1951), *The Application of Scientific Methods to Industrial and Service Medicine*. London.
4. **Nuffield Provincial Hospital Trust** (1951), *Report 1948 – 1951*.
5. Goodall J. W. D. (1951), Single rooms in hospital. *Lancet*, vol. 1, p. 1063.
6. Bailey N. T. J. (1951), On assessing the efficiency of single-room provision in hospital wards. *J. Hyg. Camb.*, vol. 49, p. 452.
7. Kendall D. G. (1951), Some problems in the theory of queues. *J. Roy. Stat. Soc.*, vol. B13, p. 151.
8. Lindley D. V. (1952), The theory of queues with a single server. *Proc. Camb. Phil. Soc.*, vol. 48, p. 277.
9. Bailey N. J. T. (1952), A study of queues and appointment systems in hospital out-patient departments etc. *J. Roy. Stat. Soc.*, vol. B14. In the press.
10. Welch J. D., Bailey N. T. J. (1952), Appointment systems in hospital out-patient departments. *Lancet*, vol. 1, p. 1105.
11. Denton J. E., Beecher H. K. (1949), New analgesics. *J. Amer. Med. Ass.*, vol. 141, p. 1051.
12. Cochran W. G. (1950), The comparison of percentages in matched samples. *Biometrika*, vol. 37, p. 256.
13. McNemar Q. (1949), *Psychological Statistics*. New York.
14. Wald A. (1947), *Sequential Analysis*. New York.
15. Ross R. (1916), An application of the theory of probabilities to the study of a priori pathometry, pt I. *Proc. Roy. Soc.*, vol. A92, p. 204.
16. Same (1917), Same, pt. II. *Ibidem*, vol. A93, p. 212.
17. Ross R., Hudson H. P. (1917), Same, pt. III. *Ibidem*, p. 225.
18. Brownlee J. (1918), Certain aspects of the theory of epidemiology in special relation to plague. *Proc. Roy. Soc. Med., Epid. and State [?] Med.*, p. 85.
19. Kermack W. O., McKendrick A. G. (1927 and later), Contributions to the mathematical theory of epidemics. *Proc. Roy. Soc.*, vol. A115, p. 700; vol. A138, p. 55; vol. A141, p. 94.
20. Soper H. E. (1929), Interpretation of periodicity in disease-prevalence. *J. Roy. Stat. Soc.*, vol. 92, p. 34.
21. Bartlett M. S. (1949), Some evolutionary stochastic processes. *Ibidem*, vol. B11, p. 211.
22. Same (1946), *Stochastic Processes*. Notes of a course, Univ. North Carolina, 1946.
23. Bailey N. T. J. (1950), A simple stochastic epidemic. *Biometrika*, vol. 37, p. 193.
24. Greenwood M., Hill A. et al (1936), *Experimental Epidemiology*. SRS No 209 of MRC. London.
25. Greenwood M. (1931), On the statistical measure of infectiousness. *J. Hyg. Camb.*, vol. 31, p. 336.
26. Moran P. A. P. (1947), The random division of an interval. *Suppl., J. Roy. Stat. Soc.*, vol. 9, p. 92.
27. Same (1951), Same, pt II. *Ibidem*, vol. B8, p. 147.
28. Cruickshank D. B. (1940), *Papworth Research Bulletin*, p. 36.
29. Same (1947), Regional influences in cancer. *Brit. J. Cancer*, vol. 1, p. 109.
30. Moran P. A. P. (1948), The interpretation of statistical maps. *J. Roy. Stat. Soc.*, vol. B9, p. 243.

31. **Marks J., Bailey N. T. J., Gunz F. W.** (1950), A mechanical aid in making blood films. *J. Clin. Path.*, vol. 3, p. 168.
32. **Finney D. J.** (1952), *Probit Analysis*. Cambridge.
33. **Same** (1950), The estimation of the mean of a normal tolerance distribution. *Sankhya*, vol. 10, p. 341.
34. **Armitage P., Allen Irene** (1950), Methods of estimating the LD<sub>50</sub> in quantal response data. *J. Hyg. Camb.*, vol. 48, p. 298.
35. **Haldane J. B. S.** (1942), Selection against heterozygosis in man. *Ann. Eugen. Lond.*, vol. 11, p. 333.
36. **Same** (1947), The dysgenic effects of induced recessive mutations. *Ibidem*, vol. 14, p. 35.
37. **Muller H. J.** (1950), Our load of mutations. *Am. J. Human Genetics*, vol. 2, p. 111.
38. **Haldane J. B. S.** (1941), *New Paths in Genetics*. London.
39. **Haldane J. B. S., Smith C. A. B.** (1947), A new estimate of the linkage between the genes for colour-blindness and haemophilia in man. *Ann. Eugen. Lond.*, vol. 14, p. 10.
40. **Penrose L. S.** (1935), The detection of autosomal linkage in data which consist of pairs of brothers and sisters of unspecified parentage. *Ibidem*, vol. 6, p. 133.
41. **Same** (1946), A further note on the sib-pair linkage method. *Ibidem*, vol. 13, p. 25.
42. **Fisher R. A.** (1935), The detection of linkage with “dominant” abnormalities. *Ibidem*, vol. 6, p. 187.
43. **Same** (1935), The detection of linkage with recessive abnormalities. *Ibidem*, p. 339.
44. **Same** (1936), Tests of significance applied to Haldane’s data on partial sex linkage. *Ibidem*, vol. 7, p. 87.
45. **Finney D. J.** (1940 and later), The detection of linkage. *Ibidem*, vol. 10, p. 171; vol. 11, pp. 10, 115, 224, 233; vol. 12, p. 31.
46. **Same** (1942), The detection of linkage. *J. Hered.*, vol. 33, p. 157.
47. **Bailey N. T. J.** (1950), The influence of partial manifestation on the detection of linkage. *Heredity*, vol. 4, p. 327.
48. **Same** (1951), The detection of linkage for partially manifesting rare dominant and recessive abnormalities in man. *Ann. Eugen. Lond.*, vol. 16, p. 33.
49. **Fisher R. A.** (1940), The estimation of the proportion of recessives from tests carried out on a sample not wholly unrelated. *Ibidem*, vol. 10, p. 160.
50. **Cotterman C. W.** (1947), A weighting system for the estimation of gene frequencies from family records. *Cont. Lab. Vert. Biol.*, Univ. Michigan, p. 33.
51. **Finney D. J.** (1948), The estimation of gene frequency from family records, pt. I. *Heredity*, vol. 2, p. 199.
52. **Same** (1948), Same, pt. II. *Ibidem*, p. 369.