История теории вероятностей и статистики в кратких высказываниях

О. Б. Шейнин

Берлин, 2006

Предисловие

Не так давно вышел в свет сборник Gaither и др. (1996), заглавие которого можно перевести как *Сборник цитат по теории вероятностей и статистике*. Наша работа отличается от него в нескольких отношениях: ее содержание намного богаче, материал отобран гораздо тщательнее и многие высказывания комментированы. Мы, однако, воспользовались некоторыми цитатами либо непосредственно, либо косвенно, – проверив и, возможно, исправив их и существенно улучшив, прямо скажем, их как правило неудовлетворительное библиографическое описание.

В нашей работе, разумеется, нет никаких математических выкладок, а подходящих высказываний во многих случаях просто не существует. Так, Марков ровным счетом ничего не сказал о возможном приложении его *цепей*. Тем не менее, мы надеемся, что наш сборник окажется полезным и для научной работы, и для целей преподавания. Многие высказывания мало известны и во многих других случаях, как мы полагаем, трудно отыскать их источники. Некоторые высказывания противоречат друг другу, но мы, как правило, конечно же не взяли на себя роль судьи между выдающимися авторами.

Очень возможно, что нам не удалось расположить материал наилучшим образом, но во всяком случае мы снабдили его перекрестными ссылками. Далее, мы не смогли достать ни некоторых русских источников, ни существующих переводов многих классиков науки и несколько высказываний нам пришлось привести в обратном переводе. Впрочем, в наш только что вышедший сборник переводов Шейнин (2006) вошли сочинения Гюйгенса (1657), Арбутнота (1712), Муавра (1718, предисловие) и Бейеса (1764); заметим здесь же, что мы часто (но, конечно, не в Библиографии) приводим фамилии авторов только в русском написании.

Не все высказывания нам удалось просмотреть, и в таких неблагоприятных случаях мы выделяем фамилии наших предшественников полужирным шрифтом. Так (наш №6): Arbuthnot (1692), цитировали **Gaither и др.** Мы, однако, не выделяем авторов, опубликовавших рукописи, письма и т. п. Пример (№338): письмо Гальтона опубликовал К. Пирсон. Наконец, во многих случаях мы указываем наших предшественников (но уже обычным образом) даже тогда, когда сами проверили (а иногда и исправили), или даже отыскали и процитировали то же высказывание, к примеру, Платона, не по его английскому, а по немецкому переводу.

Мы подразделили наш материал на несколько разделов, выделив теорию вероятностей, статистику и математическую статистику, математическую обработку наблюдений и случайность.

Шейнин О. (2006), *Хрестоматия по истории теории вероятностей и статистики.* Берлин.

Теория вероятностей

Зарождение и цели – вероятность – вероятностные законы природы – моральные приложения – логические трудности и ошибочные мнения – моральное ожидание – геометрическая вероятность – бейесовский подход – закон больших чисел и центральная предельная теорема – аксиоматика

[1]. Я склонен искать причину запаздывания [зарождения теории вероятностей] в существе отношения человека к внешнему миру, в религиозных и моральных учениях и препятствиях. Kendall (1956).

В частности, Кендалл упоминает психологию игроков.

[2]. [Один заявляет права на некоторую вещь целиком:] все это мое; второй [говорит]: половина моя. [Раздел в отношении 3:1.] *Мишна*, Baba Metria 1[1].

Мишна (Blackman 1951 – 1955), составленная в IVв. н.э. и состоящая более чем из 60 трактатов, является начальной частью Талмуда. Через тысячу лет с лишним Паскаль дал тот же, но только вероятностный ответ при разделе ставки в прерванной игре.

[3]. Ни акционерные общества, ни банки, ни биржи не нуждались в теории вероятностей. Спрос на нее появился у перечисленных учреждений лишь в XIXв., когда методы открытого грабежа сменились методами научного выигрыша. Мрочек (1934, с. 50).

Мрочек мог бы добавить морское страхование и страхование жизни.

[4]. Сочетая строгость научных доказательств с неопределенностью случая и примиряя казалось бы противоположные вещи, и, извлекая ее [новой науки] имя из того и другого, можно по праву присвоить ей ошеломляющее название *геометрия случая*. Pascal (1654, p. 172).

Термин *геометрия* в те времена употреблялся также в смысле *математика.*

[5]. Читатель [трактата] вскоре поймет, что здесь дело идет не о простой игре ума, что здесь заложено начало весьма интересному и глубокому умозрительному построению. Huygens (1657, pp. 57 – 58).

[6]. Читатель может здесь заметить мощь чисел, приложимых даже к вещам, которые представляются неподвластными никаким правилам. Очень мало известных нам вещей не могут быть сведены к математическим рассуждениям, а невозможность этого означает, что наше знание о них весьма незначительно и туманно. Но если мы способны математически рассуждать о вещи, то будет столь же глупо отказываться от этого, как искать что-то в темноте наощупь, имея рядом свечу. Я верю, что исчисление количества вероятности может быть усовершенствовано, станет весьма полезной и приятной умозрительной теорией и будет применено к громадному числу случайных событий помимо событий в играх. Arbuthnot (1692, предисловие); **Gaither и др.** (1996).

Todhunter (1865, p. 49) полагал, что это сочинение являлось переработанным переводом трактата Гюйгенса.

[7]. Искусство предположения (Ars conjectandi sive stochastice) у нас определяется как искусство возможно точнее измерять вероятности вещей ... Бернулли (1713/1986, с. 27).

[8]. Я хотел бы, чтобы кто-нибудь математически изучил различные игры (которые содержат прекрасные примеры [учения об оценке вероятностей]).Это было было бы и приятно, и полезно, и не недостойно ни тебя, ни другого уважаемого математика. Лейбниц, письмо Якобу Бернулли 1703 г.; **Kohli** (1975, p. 509).

[9]. Что касается термина *стохастика*, то он не требует никакого оправдания, так как встречается, и притом в том смысле, который я придаю ему, в *Искусстве предположений* Якоба Бернулли. Bortkiewicz (1917, p. x).

Более подробно об истории термина *стохастика* см. Шейнин (2005, с. 61). Он, как оказывается, встречался у Платона и Сократа, а в Англии употреблялся по крайней мере с 1662 г., причем у Валлиса в 1685 г. выражение *стохастический процесс* означал *итерационный*.

[10]. Теория случаев имеет целью определить доли [достоверности] и поэтому ясно, что она является наиболее удачным дополнением, какое только можно представить, к неуверенности наших знаний. Лаплас (1776, p. 146).

[11]. Теория случаев состоит в сведении всех событий, которые могут иметь место по отношению к некоторому объекту, к определенному числу равновозможных случаев, т.е. к таким, существование которых нам представляется в равной мере неопределенным, и в определении числа случаев, благоприятных исследуемому событию, вероятность которого мы отыскиваем. Лаплас (1786, p. 296).

[12]. Теория вероятностей есть в сущности ни что иное, как здравый смысл, сведенный к исчислению. Лаплас (1814, с. 863, правый столбец).

Так в то время можно было определить математику в целом.

[13]. Цель теории вероятностей можно выразить так: По данным вероятностям любого предложения определить вероятность другого предложения. Boole (1851, p. 251).

Муавр описал четыре цели своего учения о шансах, главной из которых являлась отделение случайности от Предначертания, см. Посвящение 1-го издания его *Учения* Ньютону, перепечатанное в 1756 г. (Шейнин 2005, с. 67). Для Лапласа она была прикладной математической дисциплиной.

[14]. Теория вероятностей это просто количественно истолкованная наука логики. Peirce (1878, p. 278); Gaither и др. (1996).

[15]. Математическая теория вероятностей это наука, имеющая целью сведéние к вычислениям, где только возможно, количества доверия, которого заслуживают предложения или утверждения или появление прошедших или будущих событий, особенно зависящих от других предложений или событий, вероятность которых известна. Crofton (1885); **Gaither и др.** (1996).

[16]. Изучение индуктивных выводов принадлежит теории вероятностей, ибо наблюденные факты могут сделать теорию лишь вероятной, но никогда не сделают ее совершенно достоверной. Reichenbach (1951, p. 231).

[17]. Теория вероятностей имеет целью определить шансы для совершения известного [некоторого] события, причем под словом *событие* разумеется вообще все то, чего вероятность определяется. ... Вероятность служит в математике для означения некоторой величины, подлежащей измерению. Чебышев (1879 – 1880, с. 148).

[18]. Теория вероятностей изучает математические модели случайных событий и позволяет по вероятностям одних случайных событий находить вероятности других случайных событий, связанных каким-либо образом с первыми. Прохоров и Севастьянов (1999, с. 77).

[19]. Подлинная наука логики в настоящее время хорошо знакома лишь с достоверными, невозможными или с всецело сомнительными вещами, ни одну из которых нам (к счастью) не нужно обсуждать. Поэтому истинная логика для этого мира это исчисление вероятностей (которое имеется или должно иметься в уме каждого разумного человека). Эта отрасль математики ... единственная *математика для практичных людей*, которыми мы должны быть.
Maxwell, письмо 1850 г. (Campbell & Garnett 1882, p. 97).

Максвелл обсуждал соотношение логики и теории вероятностей и, видимо, поэтому как-то упустил другие не менее важные отрасли математики.

[20]. [Теорию вероятностей] можно рассматривать как ветвь логики, изучающей все методы, которыми человеческий ум пользуется для приобретения новых истин. Васильев (1892, с. 644).

[21]. Низкая вероятность уравновешивается [в рассмотренном примере] тяжестью страданий. Hume (1739, Book 2, pt 3, §9, p. 444).

[22]. Вероятность есть степень возможного. Лейбниц, рукопись 1678 г., опубл. 1901 г.; **Biermann & Faak** (1957).

[23]. Вероятность же есть степень достоверности и отличается от нее как часть от целого. Именно, если полная и безусловная достоверность ... будет, для примера, предположена состоящей из пяти вероятностей, как бы частей, из которых три благоприятствуют существованию или осуществлению какого-либо события, остальные же не благоприятствуют, то будет говориться, что это событие имеет ... 3/5 достоверности. Я. Бернулли (1713/1986, с. 24).

Это определение не совсем формально и равновозможность прямо не указана. В дальнейшем тексте своего (незавершенного) произведения Бернулли не использовал его.

[24]. Если p – число шансов, при которых может произойти некоторое событие, а q – число шансов, при которых оно может не наступить, то и те, и другие шансы имеют [собственные] степени вероятностей. Но если все шансы, в соответствии с которыми событие может произойти или нет, имели равные легкости, вероятность его появления будет относиться к вероятности непоявления как $p{:}q$. De Moivre (1712, p. 237).

[25]. Истинная мера вероятности это сравнительная величина числа шансов для появления [события] относительно всего числа шансов либо для [его] появления, либо для непоявления. De Moivre (1738); **Schneider** (1968, p. 279).

[26]. Если мы составим дробь, числитель которой есть количество шансов, в соответствии с которыми событие может наступить, а знаменатель – количество всех шансов, в соответствии с которыми оно может либо произойти, либо нет, то эта дробь окажется надлежащим выражением вероятности наступления [события]. Так, [следует пример]. De Moivre (1756, p. 1 – 2).

[27]. Во всех случаях ожидание получения некоторой суммы оценивается умножением значения ожидаемой суммы на дробь, которая представляет вероятность ее получения. Там же, с. 3.

Возможно, что это определение было уже в предыдущих изданиях *Учения*. Понятия вероятности и ожидания, видимо, косвенно применяли еще во второй половине XVIв.: выплаты по выигрышам в генуэзском лото всегда были намного ниже их ожиданий, см. например, К.-Р. Бирман (1957). Трактат Гюйгенса (1657), а точнее, его первоначальный голландский текст, впервые опубликованный в 1660 г., основан на понятии ожидания, которое, однако, названо *стоимостью шанса*. Латинского текста 1657 г. мы не видели; перевод на латинский осуществил ван Схутен, к сочинению которого трактат и был присоединен.

Муавр (1712, p. 237) употребил термин sors (доля, фортуна, жребий), а Арбутнот (1712, p. 32) написал “жребий или цена ожидания”.

[28]. Вероятность любого события есть отношение между ценой, которой должно быть измерено его ожидание, зависящее от его появления, и ценой вещи, ожидаемой при его наступлении. Бейес (1764, p. 136).

[29]. Это верно, что я иногда помышлял перевести труд Муавра [на французский язык], снабдив его примечаниями и добавлениями и даже уже перевел некоторую его часть, но давно отказался от этого замысла. Я был восхищен, узнав, что Вы [Лаплас] беретесь выполнить это и убежден, что [Ваш перевод] будет соответствовать тому высокому мнению, которое [сложилось] обо всем, что выходит из-под Вашего пера. И я со своей стороны также призываю Вас продолжать эту работу и заранее от всего сердца рукоплещу Вашему успеху. Lagrange (1776).

По всей видимости Лаплас также не выполнил своего намерения. Во всяком случае, опубликованных переводов *Учения о шансах* Муавра на французский язык не существует.

[30]. Вероятность существования события является таким образом ни чем иным как отношением числа благоприятных случаев к числу всех возможных случаев, если притом мы не усматриваем никакой причины, в соответствии с которой один из этих случаев происходит скорее, чем другой. Вероятность может, следовательно, быть выражена дробью, числитель которой есть число благоприяных случаев, а знаменатель – число всех возможных случаев. Laplace (1776, p. 146).

Это же определение Лаплас (1814, p. 835, правый столбец) по существу повторил много позже. В 1777 г., в первом издании *Enc. Brit.* (т. 3, с. 513), очень короткая анонимная статья *Вероятность* определила ее как логическое понятие.

[31]. Смутные идеи о вероятности и неточное различие между субъективной и объективной вероятностями – среди основных препятствий быстрому развитию практической медицины. Давидов (1854, с. 66). Обратный перевод.

Быть может можно было сказать *смутные идеи о теории вероятностей*.

[32]. Если есть желание создать новую теорию, ... то прежде всего следует определить вероятность различных состояний, которые происходят с одной и той же молекулой в течение очень длительного времени, и с различными молекулами одновременно. Boltzmann (1872, p. 317).

Эквивалентность этих двух определений вероятности для газа в целом устанавливается эргодической гипотезой.

[33]. Я понял, что удобно, взамен рассмотрения одной системы ... частиц, изучать большое число систем, аналогичных друг другу во всех отношениях кроме начальных условий движения, которые предполагаются изменяющимися от одной системы к другой при постоянной полной энергии во всех из них. При статистическом исследовании движения, мы ограничиваем свое внимание числом тех систем, которые в данное время находятся в такой фазе, что определяющие ее переменные расположены внутри заданных границ. ... Больцман (1868, §3) определяет вероятность системе находиться в [определенной фазе] ... как отношение всего времени, в течение которого она остается в этой фазе ко всему времени движения, которое по предположению весьма велико. Я предпочитаю предполагать, что существует очень большое число систем с теми же самыми свойствами, каждая из которых приводится в действие с различающимися наборами значений моментов при одном и том же значении полной энергии во всех, и рассматривать число этих систем, которые в данный момент находятся в этой фазе. Maxwell (1879, pp. 715, 721).

Определение Больцмана предусматривало применение геометрических вероятностей.

[34]. Вывод Максвелла [1867] трудно понять ввиду его краткости. Boltzmann (1868, p. 49).

[35]. При изучении работ Больцмана я не смог понять его. Он не мог понимать меня вследствие моей краткости, а его длинноты были для меня такой же препоной. Maxwell, письмо 1873 г.; Knott (1911, p. 114).

[36]. Больцман часто поддавался ненужному многословию. Brush (1976, p. 243).

[37]. Чтобы обеспечить надежное обоснование для обращения с подобными задачами [кинетической теории], мне представляется неоспоримым требование поставить во главу угла четкое определение вероятности, которое, пусть в некоторой степени произвольное, остается неизменным в процессе исследования и не может быть дополнено новыми допущениями. И, кроме того, мы безусловно обязаны придерживаться лапласовой теоремы теории вероятностей, в соответствии с которой два необходимо связанных друг с другом явления как причина и следствие ..., так что появление одного обуславливает появление другого, должны всегда быть равновероятными. Zermelo (1900, p. 318).

Вряд ли Лаплас сформулировал указанную теорему. Цермело, видимо, имел в виду, что, если $P(A/B) = P(B/A) = 1$, то

$$P(AB) = P(A)\, P(B/A) = P(A),\ P(AB) = P(B)\, P(A/B) = P(B), \text{ и } P(A) = \mathrm{P}(B).$$

[38]. Во всех этих вопросах [кинетической теории газов] основная трудность, как мы увидим, – дать точное и ясное определение вероятности. Langevin (1913, p. 3).

Можно вспомнить о фазовой и временно́й вероятностях и об эргодической гипотезе.

[39]. Несмотря на это громадное расширение ее поля приложений, строгий анализ понятий, принятых за основу теории вероятностей, добился лишь незначительных успехов. И сегодня еще вполне действительно положение, что ни одна другая математическая дисциплина не построена на столь неясных и шатких основаниях. Различные авторы отвечают на главные вопросы о субъективности или объективности понятия вероятности, об определении случайности и т. д. диаметрально противоположно. [Автор поставил целью *представить в должном свете объективную сторону понятия вероятности*.] Smoluchowski (1918, p. 253).

[40]. В 1910 г. в гёттингенском университете было в ходу изречение: вероятность – число, лежащее между 0 и 1, "про которое ничего больше не известно". Kamke (1933, p. 14).

[41]. Как объяснить жизненность и мощь этой теории, построенной на столь спорной и хрупкой основе, что не согласовано даже то, что именно она вычисляет? ... Вначале в исчислении вероятностей (как и в других математических науках) не было никаких границ между конкретным и абстрактным. ... Вплоть до совсем недавнего времени наиболее важные сочинения по исчислению вероятностей основывались на промежуточной почве, так что рассуждения казались непосредственно приложенными к реальным явлениям, которым, однако, придавался не обладаемый ими в действительности характер простоты. Fréchet (1946, pp. 129 – 130).

[42]. Интуитивное понятие вероятности недостаточно для научной теории, но это исторический факт. Feller (1950, p. 15).

По контексту: иначе случиться не могло.

[43]. Вероятность – числовая характеристика степени возможности появления какого-либо определенного события в тех или иных определенных, могущих повторяться неограниченное число раз условиях. ... Математическая вероятность является выражением качественно своеобразной связи между случайным и необходимым. Колмогоров (1951).

[44]. Каждый автор, начиная свой трактат, неизменно говорил о равновозможных и благоприятных случаях, стараясь, впрочем, как можно скорее оставить эту неприятную тему. Хинчин (1961, с. 94).

[45]. Уж одно то, что Мизес около 20 лет тому назад ударил в набат по поводу вопиюще неблагополучного положения с обоснованием теории вероятностей, составляет такую его историческую заслугу, за которую можно простить многое. Там же.

[46]. Вероятности считаются аналогичными физическим величинам, т. е. их никогда нельзя знать точно, но лишь с определенным приближением. Borel (1943, pp. 32 – 33); **Gaither и др.** (1996).

[47]. Принципиальные вопросы, относящиеся к понятию вероятности, тесно связаны с некоторыми фундаментальными проблемами математической статистики и теории информации. (Так, ... в споре об объективности или субъективности вероятности главную роль играет так называемый бейесовский метод.) Rényi (1969, с. 193).

[48]. Вероятность события это основание нашей веры в то, что оно произойдет или уже произошло. ... Слово *шанс* ... относится к событиям вне зависимости от нашего знания о них ... Poisson (1837a, pp. 30, 31).

[49]. Я провел между словами *шанс* и *вероятность* то же различие, что и Вы, и решительно настаиваю на нем. Пуассон, письмо 1836 г. к Курно; (Cournot 1843, p. 29 прим.).

[50]. Если мы хотим избежать смешения и в изложении теории, и в ее применениях, то не будет ничего важнее, чем тщательно различать между двумя значениями термина *вероятность*, понимаемого либо в объективном, либо в субъективном смысле. Там же, §240-4.

См. также №.52.

[51]. Я имею в виду, что шанс это то же, что вероятность. Bayes (1764, p. 137).

[52]. Различение между "объективной" и "субъективной" вероятностями по общему признанию лишено основания и каждая данная вероятность предполагает определенное знание или незнание и в этом смысле должна быть признана субъективной. Борткевич (1894 – 1896, с. 74).

На полях своего оттиска этой статьи А.А. Чупров написал: "Разница все же есть, и немалая". На указанном различии настаивали Пуассон и Курно, см. №№48 – 50.

[53]. Целью теории случаев является определение этих дробей [отношений числа благоприятных случаев к …] и т. д. Отсюда ясно, что она дополняет недостоверность наших знаний так удачно, как это только возможно. Laplace (1776, p. 146).

[54]. Вероятность обуславливается отчасти ... незнанием, а отчасти нашим знанием. Лаплас (1814, с. 835, правый столбец).

[55]. Анализ вероятностей подвергает рассмотрению и численной оценке явления, ... которые даже по нашему неведению не подлежат никаким предположениям. Буняковский (1846 с. I).

Фактически Буняковский подобных явлений никогда не рассматривал, а на с. 364 и в другом сочинении (1866а, с. 24) отказался от этого утверждения, которого даже у Лапласа не было. Струве (1918) назвал

Буняковского *русским воспитанником французской математической школы.*

[56]. В соответствии с общим словоупотреблением, вероятность можно описать как означающее частичное неполное знание. Edgeworth (1884, p. 6).

[57]. В теории вероятностей неполное знание должно считаться нормальным. Мы можем даже сказать, что, знай мы все обстоятельства явлений, для вероятности не осталось бы места и мы достоверно знали бы исход. Borel (1950, p. 16); Gaither и др. (1996).

[58]. У кого [из военачальников] шансов перед битвой много – побеждает; у кого шансов мало – не побеждает, тем более [тем менее] же тот, у кого шансов нет вовсе. Буров и др. (1972, с. 203).

Утверждение, сформулированное в Китае в IVв. до н.э. Шансы, видимо, лишь частично оценивались объективно, и во всяком случае никак не статистически. Но вот пример из Библии, в котором суть прошедшего события определялась, как можно думать, по общему впечатлению статистического характера (ср. №355):

Земля отдана в руки нечестивых ... (Иов 9:24). Почему беззаконники живут, достигают старости, да и силами крепки? (Иов 21:7). Часто ли угасает светильник у беззаконных и находит на них беда ...? (Иов 21:17).

[59]. Основным объектом теории вероятностей … служит вероятность событий при отдельном испытании; если нет этой вероятности, то нет и закона больших чисел. Марков (1911, с. 162).

[60]. Если говорить о вероятности, что поэмы, известные нам как *Илиада* и *Одиссей*, написаны одним и тем же автором, то никакие указания на длинную последовательность случаев не являются возможными и вряд ли имеет смысл придавать численное значение подобному предположению. Mises (1964, pp. 13 – 14).

[61]. Из всех случаев, где используются различные вероятностные выражения общежития, можно выделить их специальную группу, для которых возможно придать точное значение понятию вероятности. Это начальная точка так называемого исчисления вероятностей, которое после этого становится точной теорией массовых явлений и повторяющихся событий в том же смысле, в котором механика это теория явлений движения, а геометрия – теория явлений пространства. Mises (1939, p. 167).

Это высказывание поясняет авторское определение вероятности как предельной частости.

[62]. Понятие вероятности по существу принадлежит к типу заключений, которые повторяются неопределенно много раз. Заключение по единому случаю должно быть либо истинным, либо ложным и не может зависеть от вероятности, так что по отношению к подобному случаю, если он рассматривается сам по себе, вероятность не может иметь никакого смысла. Peirce (1878, p. 281); Gaither и др. (1996).

[63]. Для указания различных степеней основания видимо, будет более удобно подразделить рассуждения на три вида, а именно исходящие из знания, из доказательств и из вероятностей. ... [Последние] основания это те, которые все еще сопровождаются недостоверностью.

Надо рассматривать наш разум как вид причины, чьим естетсвенным следствием является истина. Но такой причиной, которой часто могут воспрепятствовать вторжение иных причин и непостоянство наших умственных способностей. Поэтому все знание вырождается в вероятность.

По своей природе вероятность и знание настолько противоположны и непримиримы, что не могут должным образом незаметно переходить друг в друга ... Поэтому всё знание преобразуется в вероятность.Hume (1739, Book 1, pt. 3, §11, p. 124; Book 1, pt 4, §1, pp. 180, 181); Gaither и др. (1996).

[64]. Мы стали антиподами в наших научных ожиданиях. Вы верите в Бога, играющего в кости, а я – в совершенных законах и порядке в объективно существующем мире, и я в сумасбродно умозрительной манере пытаюсь понять их. Einstein, Письмо М. Борну 7.9.1944 (Born 1969, p. 149).

[65]. Я вполне убежден, что кто-нибудь в конце-концов построит теорию, чьи объекты, связанные друг с другом законами, окажутся не вероятностями, а обдуманными фактами, как это считалось само собой разумеющимся до самого последнего времени. Его же письмо М. Борну 3.3.1947. Там же, с. 158.

[66]. Наше наиболее точное описание природы *должно* быть в терминах *вероятностей*. Некоторым не нравится этот метод описания природы. ... В раннем периоде развития квантовой механики Эйнштейн был очень озабочен этой задачей. Он имел обыкновение качать головой и говорить “Но Бог, конечно же, не кидает кости, чтобы определить, как должен идти электрон”. Он долгое время был озабочен этой задачей и вероятно так никогда и не примирился с тем, что таково лучшее описание природы, которое можно дать. Feynman (1963, vol. 1, pt. 1, Chapt. 6, p. 15).

[67]. Для нас основное в теории вероятностей заключается в громадном разнообразии ее приложений. Немногие ветви математики внесли вклад в столь широкий круг дисциплин от теории чисел до физики, и еще меньше так решающе пронизали все наши научные мысли. Kac (1959, vol. 1, p. ix); **Gaither и др.** (1996).

[68]. Я ... хорошо знаю, что доводы, которые что-то доказывают исходя из правдоподобности, слишком своевольны и что, если не остерегаться, они очень даже вводят в заблуждение в геометрии, равно как и во всех других областях. Plato (2004, 92d, p. 56); Gaither и др. (1996).

[69]. Теория вероятностей имеет дело с такими деликатными соображениями, что не удивительно, особенно в очень сложных вопросах, если два лица, имея одни и те же данные, приходят к разным результатам. Лаплас (1814, с. 836, левый столбец).

[70]. Исчисление вероятностей привело к своеобразным иллюзиям, от которых не всегда смогли избавиться лучшие умы. Bienaymé (1853, p. 310).

[71]. Не следует путать неполно доказанную теорему, чья истинность поэтому сомнительна, с полностью доказанной теоремой теории вероятностей. Последняя устанавливает, как и результат любого иного исчисления, необходимое следствие определенных предпосылок и подтверждается, коль скоро оно верно, также и в опытах ... Представляется только, что при выводах здесь следует вдвойне действовать с наивысшей строгостью. Boltzmann (1872, p. 317).

[72]. Ни одна отрасль математической науки не требует более тщательного обращения с собой, как та, которая имеет дело с вероятностями и средними ... Даже обоснованность некоторых методов доказательства все еще, видимо, остается под сомнением. Maxwell (1877, p. 242).

[73]. Вряд ли существует хоть один обширный трактат по теории вероятностей, не содержащий решений, которые невозможно оправдать. ... Я думаю, что [теория вероятностей] это единственная ветвь математики, в которой умелые писатели часто приходят к совершенно неверным результатам. Peirce (1878, pp. 278, 279); Gaither и др. (1996).

[74]. Нам, наверное, надо потратить минутку, чтобы подумать об этом натянутом, бесцветном викторианском персонаже, столь непохожем на ярких авторов, о которых он писал с таким дотошным вниманием к мелочам и столь слепо по отношению к широким течениям в своем предмете... Ибо его *История* [Todhunter (1865)] стоит [вот уже] почти сто лет, и нет ей ни подражателя, ни соперника, и мы все в долгу перед ней. Kendall (1963, p. 205).

[75]. Каждой ошибке приписывают некоторый определенный момент, зависящий от ее величины; умножают этот момент на ее вероятность и складывают произведения; ошибка, момент которой равен этой сумме, должна рассматриваться как средняя. Но ... от нашего *произвола* зависит, какую функцию величины ошибки мы выберем для ее момента, лишь бы только величина ее оставалась положительной и была бы большей для более крупных ошибок, чем для малых. Автор выбрал простейшую функцию такого рода, а именно квадрат, но этот выбор связан еще с некоторыми другими чрезвычайно важными преимуществами, которых не имеет ни одна другая функция. Гаусс (1821, с. 142).

В самом сочинении (а не в авторском сообщении о нем, из которого взята выдержка) вместо дискретного случая взят непрерывный и выбранная Гауссом мера ошибок это, разумеется, дисперсия.

[76]. Пусть некоторая величина, которую мы для сокращения письма назовем *A*, может принимать ... все значения между данными границами *a* и *b* и пусть *x* – одно из таких значений. Если проделать ряд наблюдений для определения *A*, вероятность, что значение одного из этих наблюдений не превзойдет *x*, будет, вообще говоря, меняться от одного наблюдения к другому. Для *n*-го наблюдения мы обозначим его через $F_n x$. Вероятность, что это значение окажется в точности равно *x*, может быть лишь бесконечно мало, потому что число возможных значений бесконечно. Полагая $dF_n x/dx = f_n x$, мы получаем значение $f_n x\, dx$. Poisson (1829, p. 3).

Определение A это, конечно же, неудачное выражение.

[77]. Я начну с отыскания вероятности, равной $\varphi(x)\, dx$, при которой можно ожидать, что ошибка наблюдения попадает в промежуток между *x* и $x + dx$, если она зависит определенным образом от некоторой причины ξ, для которой равновозможна каждая ошибка со значением, лежащим между пределами – α и α. Бессель (1838, с. 228).

Бессель решает ныне стандартную задачу о плотности случайной величины, функционально связанной с другой случайной величиной, обладающей заданной плотностью. До него подобные задачи решались не раз, но он первым четко сформулировал ее таким образом, что плотности оказались математическими объектами.

[78]. Игрок А обещает В экю, если тот сразу же выбросит 6 обычной костью, 2 экю если это произойдет [лишь] при втором броске, 3 экю – если [лишь] при третьем, ... Каково ожидание В? [Следующая задача: та же, но А обещает В суммы в прогрессии 1, 2, 4, 8, ... или 1, 4, 9, 16, ...] N. Bernoulli, письмо 1713 г. (Montmort 1708, p. 402 в изд. 1713 г.).

Условие этой *петербургской игры* (названной так, потому что Д. Бернулли опубликовал свой мемуар (как и многие другие) в Петербурге). Он исследовал ее при помощи введенного им понятия *морального ожидания*, см. ниже. Условия игры кто-то незначительно видоизменил: прогрессия 1, 2, 4, ... осталась, но кость заменили монетой, так что возможных исходов оказалось только два. О дальнейшей истории петербургской игры см. Шейнин (2005, с. 60 – 61). Здесь мы заметим (Freudenthal 1951), что имеет смысл рассматривать серию таких игр со случайным распределением ролей игроков в каждой из них.

[79]. Никакие характеристики самих людей не должны приниматься во внимание; только то, что относится к условиям риска, должно быть тщательно взвешено. ... Всякий, кто рассмотрит задачу [о продаже лотерейного билета ниже математического ожидания выигрыша] проницательно и с интересом, установит, что понятие стоимости может быть определено так, что всё окажется всеобще принятым без оговорок. Для этого определение стоимости вещи должно быть основано не на ее цене, а скорее от пользы, которая она приносит. D. Bernoulli (1738, §§2 и 3).

Таково было исходное положение автора, которое привело его к введению морального ожидания, непосредственным же поводом к его исследованию послужил парадокс петербургской игры (№78). Сам термин *моральное ожидание* ввел Gabriel Cramer в письме 1732 г. Николаю Бернулли, выдержку из которого Даниил опубликовал в своем мемуаре 1738 г.

[80]. Мы назовем эту выгоду математическим ожиданием, чтобы отличить ее от морального ожидания, которое зависит, как и математическое, от ожидаемого блага и вероятности получить его, но которое к тому же устанавливается тысячью переменными обстоятельствами, почти никогда не поддающимися определению и еще меньше исчислению. Laplace (1812, p. 189).

Помимо французской литературы, термин Лапласа укоренился, кажется, лишь в русской.

[81]. Теория морального ожидания стала классической, и никогда еще это слово не употреблялось более точно. Она изучалась, она преподавалась, она развивалась в книгах поистине знаменитых, но на этом успех прекратился: она никогда не была и не могла быть применена. Bertrand (1888, p. 66).

В конце XIX в., исходя из идеи Даниила Бернулли, экономисты начали разрабатывать теорию предельной полезности и тем самым опровергли мнение Бертрана.

[82]. [Остроградский] не принял гипотезы Даниила Бернулли. Он выражает моральное удовлетворение некоторой произвольной функцией физического удовлетворения и ему удается дать решение главных вопросов, связанных с моральной удачей, с той широтой и с той точностью, какой только можно пожелать. Остроградский (1961, с. 293 – 294).

Ничего больше не сохранилось кроме этого резюме, составленного Н.И. Фуссом в 1836 г. И, поскольку Остроградский не вернулся к этой теме, можно думать, что он несколько разочаровался в своем исследовании.

[83]. Анализ – единственное средство, которым до сего дня пользовались в науке о вероятностях, чтобы определять и устанавливать отношения случаев, а геометрия представлялась малопригодной в столь тонком деле. Тем не менее, если обдумать это как следует, нетрудно распознать, что это преимущество анализа перед геометрией чисто случайно и что шанс, сообразно с тем, как он видоизменяется и обуславливается, находится равным образом в ведении и геометрии, и анализа. Чтобы убедиться в этом, достаточно обратить внимание на то, что игры и вопросы [искусства] предположений обычно имеют дело с отношениями дискретных величин; человеческий разум ближе знаком с числами, чем с мерами протяженности и неизменно предпочитает их. Игры доказывают это, потому что их законы выражены непрерывной арифметикой [?]. И, чтобы ввести геометрию в свои права в науке о случайном, нужно лишь изобрести игры, которые имеют дело с протяженностями и их отношениями или подвергнуть вычислению небольшое число игр подобного рода, которые уже известны. Buffon (1777, p. 471).

Успешную попытку Бюффона описал анонимный автор (он сам?) уже в 1735 г. Вообще же геометрическую вероятность впервые ввел Ньютон. Общую историю этого понятия см. Шейнин (2003b).

[84]. Исследуем, что вероятно было бы наименьшим видимым расстоянием между двумя или более звездами где-либо на всем небе в предположении, что они рассеяны, как это и могло быть, чисто случайно. Ясно, что при этом предположении каждая звезда с равной вероятностью находится в одном или другом положении. И тогда вероятность, что любая данная звезда окажется на определенном расстоянии (например, в один градус) от любой другой данной звезды будет представлена ... Michell (1767); Hardin (1966, p. 38).

Задача Мичелла обсуждалась вплоть до XX в. В частности, были высказаны соображения, которые, как сейчас ясно, относились к вопросу о возможных уклонениях эмпирического распределения от соответствующего теоретического закона, см. Proctor (1874, p. 99), Kleiber (1887, p. 439) и Шейнин (2005, с. 82).

[85]. Бесконечность это не число и нельзя без пояснения вводить ее в рассуждения. Призрачная точность слов может породить противоречия. Выбрать случайно *среднее* бесконечного числа возможных случаев – недостаточное указание. ... Случайно проводится хорда в круге. Какова вероятность, что она окажется короче стороны вписанного правильного треугольника? Bertrand (1888, p. 4).

Бертран уточнил свою задачу тремя различными естественными предположениями и получил три различных ответа. Впоследствии было выяснено, что она имеет бессчетное множество ответов; об ее истории и о применении геометрической вероятности математиками и естествоиспытателями (Максвелл, Дарвин, Больцман) см. Шейнин (2003b).

[86]. Вероятность есть отношение протяженности шансов, благоприятных какому-либо событию, к общей протяженности всех шансов. Курно (1843, §18).

Это определение, в котором теперь *протяженность* следовало бы заменить *мерой*, было единым и для дискретного, и для непрерывного случаев. По отношению к геометрической вероятности его фактически применяли все авторы, начиная с Ньютона (№83).

[87]. Изобретательный друг сообщил мне решение обратной задачи, в котором он показал, после того как событие появилось p раз и не наступило q раз, каково ожидание того, что первоначальное [априорное] отношение причин для появления и ненаступления события уклоняется в любой заданной степени от $p:q$. И из этого решения оказывается, что там, где число испытаний очень велико, уклонение должно быть незначительным. Это показывает, что мы можем надеяться определить структуру (propositions) и, постепенно, всю суть неизвестных причин путем достаточного наблюдения их следствий. D. Hartley (1749, p. 339).

Это утверждение было обнаружено недавно и послужило началом дискуссии о фактическом авторстве посмертного мемуара Бейеса. Представляется, однако, что мнение об ином авторе было опровергнуто. См. Шейнин (2003a).

[88]. Каждое новое испытание подобно новому карандашному штриху. Hume (1739, Book 1, pt 3, §12, p. 135). Gaither и др. (1996).

[89]. Бейес в очень высокой степени обладал качествами геометра. Bienaymé (1838, p. 514).

[90]. Допустим, что человек, только что появившийся на свет, предоставлен самому себе, чтобы, исходя из своих наблюдений, ... он заключил об имеющих место в мире силах и причинах. Первым объектом, который привлечет его внимание, будет, вероятно, Солнце. Но после его исчезновения в первую ночь он совершенно не будет знать, увидит ли он Солнце когда-нибудь еще. [Каково будет для этого человека соотношение шансов в пользу возвращения Солнца после его закономерного восхода в течение миллиона раз.] Price (Bayes 1764, p. 150).

[91]. Нелепо будет выглядеть тот, кто скажет, что завтрашний восход Солнца лишь вероятен. Hume (1739, Book 1, pt 3, §11, p. 124).

[92]. Если событие может быть вызвано ввиду n различных причин, вероятности их существования после наступления события относятся друг к другу как вероятности появления события при данных причинах. Вероятности существования каждой данной причины равны вероятности события, если оно произошло ввиду этой причины, деленной на сумму всех вероятностей события при всех данных причинах. Laplace (1774, p. 29).

Это принцип обращенной вероятности.

[93]. [О мемуаре Laplace (1774)]: Это новая, очень важная ветвь, которую Вы добавили к теории шансов. Lagrange (1775).

Лагранж обосновывал свое утверждение тем, что Лаплас отказался считать равновероятными такие события, которые на самом деле ими не являлись.

[94]. Вероятность существования какой-либо из этих причин [при появлении события] равна ... дроби, числитель которой есть вероятность события, вытекающая из этой причины, а знаменатель есть сумма подобных вероятностей, относящихся ко всем причинам. Если эти различные причины, рассматриваемые априорно, не одинаково вероятны, то вместо вероятности события, вытекающей из каждой причины, следует взять произведение этой вероятности на вероятность самой причины. Лаплас (1814, с. 836, правый столбец).

Лаплас словесно сформулировал упрощенный и общий варианты так называемой формулы Бейеса. Позволительно думать, что он не представлял себе, насколько не-математику тяжело разбираться в подобных утверждениях. Другое трудно понимаемое словесное утверждение содержится в одном из его ранних мемуаров, см. №94.

[95]. Когда по вероятности появления события судят о вероятности причин, то эта дорога скользкая. Гаусс, письмо 1845 г.; Biermann (1965).

[96]. Заметим, что способ Гаусса, основывающийся на законе гипотез, не требует того, чтобы [число наблюдений] непременно было весьма велико. ... Но, как мы видим, этот способ не заслуживает большого доверия. Чебышев (1879 – 1880, с. 350).

Законом гипотез Чебышев назвал принцип обращенной вероятности. Гаусс использовал его только при своем первом обосновании метода наименьших квадратов (1809 г.).

[97]. [После нескольких десятилетий теория Бейеса] вернулась с кладбища. Cornfield (1967, p. 41).

[98]. В наше время бейесовский подход переживает вторую молодость. Отчасти это связано с теорией статистических решений, предложенной А. Вальдом. Тюрин (1975, с. 56).

[99]. Последователь Бейеса назначает вероятности таким событиям, которые не-бейесианцы не стали бы включать в свои стохастические модели, и их статистические критерии могут отличаться друг от друга. Не-бейесианцы утверждают, что сами принципы бейесианцев противоречивы, а последние заявляют, что их противники неумелые статистики. Doob (1976, p. 202).

[100]. Мы должны крепко держаться за вероятнейшее сообщение. Plato (1929, §44d, p. 99); Gaither и др. (1996).

[101]. Существуют три основных образа поведения: два ошибочных, выражаемых соответственно избытком и недостатком и один верный, а именно средний. Аристотель, *Nikomachische Ethik*, 1108b (Берлин, 1979, p. 40).

Аристотель описывает эту тему подробно (1107b – 1109b).

[102]. Многие вещи вероятны, и ... хоть их истинность не может быть доказана, они столь значимы и ясно очерчены, что направляют жизнь мудрого человека. Cicero (1997, Book 1, §12, p. 7); Gaither и др. (1996).

[103]. Поступки в жизни часто не допускают никакой задержки и весьма достоверная истина состоит в том, что если невозможно установить наиболее верные мнения, мы должны следовать наиболее вероятным. Descartes (1637, pt. 3, p. 25).

[104]. Не существует столь высокой вероятности, которая исключала бы противоположную возможность. Hume (1739, Book 1, pt. 3, §12, p. 135); Gaither и др. (1996).

[105]. Лучшее, что можно сделать ... это принять более вероятное предположение, поскольку предпочтение менее вероятного противно разуму. Arnauld & Nicole (1662, часть 4, гл. 7).

[106]. Моральная [достоверность], т. е. достаточная, чтобы упорядочивать наши нравы или такая высокая, как у тех вещей, относящихся к образу жизни, о которых мы никак не сомневаемся, хоть и знаем, что, строго говоря, они могут быть иными [чем мы полагаем]. Descartes (1644, pt. 4, №205, 483°, p. 323).

[107]. Из двух исходов нужно всегда избирать тот, который кажется более подходящим, безопасным, разумным или вероятным (probabilius), хотя бы ни один таковым на деле не был. J. Bernoulli (1713/1986, с. 30).

В русском переводе вместо *вероятным* указано *надежным*.

[108]. Так как только в редких случаях можно достичь полной достоверности, то необходимость и обычай требуют, чтобы нравственно лишь достоверное считалось безусловно достоверным. Там же, с. 31.

[109]. Если принести в одно место 1900 старых ... гульденталеров ... и если один талер окажется немного слишком тяжелым, другой будет слишком легким, так что ... на сто фунтов ничего не изменится Kepler, письмо 1627 г.; Caspar & Dyck (1930, Bd. 2, p. 248).

Правильнее: средний вес не изменится. Подобные высказывания были характерны для предыстории закона больших чисел (Шейнин 2005, с. 55 – 56), а в теории ошибок они встречались и во второй половине XIXв.

[110]. Если покупатель нескольких пожизненных рент разделит свой капитал ... на несколько молодых жизней – на десять, двадцать или более – он может быть уверен в получении без риска [достаточной прибыли].

De Witt (1671, последние строки); англ. перевод **Hendriks** (1852, pp. 232 – 249).

[111]. Остается исследовать, будет ли при таком увеличении числа наблюдений вероятность достичь действительного отношения [действительной теоретической вероятности события] постоянно возрастать так, чтобы, наконец, превзойти всякую степень достоверности, или же задача имеет, так сказать, свою асимптоту, т.е. имеется такая степень достоверности, которую никогда нельзя превзойти ... Если бы этого не случилось [если бы существовала асимптота], то, признаюсь, следовало бы усомниться в нашей попытке определить [теоретическую вероятность] из опытов. Я. Бернулли (1713/1986, с. 42).

Таким образом, Бернулли поставил перед собой философскую проблему и решил ее математически.

[112]. Один из наиболее выдающихся [русских] математиков ... прямо говаривал студентам, что не советует заниматься философской стороной вопроса математики, потому что для знаний математики это мало полезно, скорее вредно ... В.А. Латышев, 1893; Прудников (1964, с. 91).

Прудников был уверен, что речь шла о Чебышеве. Дальнейшее развитие математики доказало ошибочность этой точки зрения. Впрочем, возможно, что Чебышев имел в виду философию, далекую от естествознания (и тем более от математики).

[113]. Его [Я. Б.] решение с практической точки зрения негодно ... он потерпел полную неудачу в определении надлежащего числа наблюдений [требуемого для достижения требуемой точности]. ... Бернулли подметил значение некоторой задачи; то же сделал и Птолемей, но было бы нелепо назвать кеплерово или ньютоново решение задачи о движении планет по имени Птолемея. K. Pearson (1925, pp. 202, 210).

Первое утверждение неверно, потому что теоремы существования имеют большое значение сами по себе. Второе утверждение несправедливо, потому что Птолемей исходил из ошибочной геоцентрической системы мира, тогда как у Бернулли ничего ошибочного не было.

[114]. При недостаточности теории мы должны дополнять [ее] наблюдениями. Они служат нам для установления эмпирических законов, которые становятся почти столь же достоверными, как рациональные законы когда основаны на достаточно повторенных наблюдениях. Cuvier (1812, p. 67).

[115]. Вещи любой природы подвержены универсальному закону, который можно назвать законом больших чисел. Он состоит в том, что, если наблюдать весьма значительное число событий одной и той же природы, зависящие и от постоянных причин, и от причин, беспорядочно изменяющихся то в одном направлении, то в другом, т.е.

так, чтобы их изменения не происходили в одном каком-либо определенном смысле монотонно, то среди этих чисел обнаружатся почти постоянные соотношения. Poisson (1837a, p. 7).

Это расплывчатое определение не разъясняет сути дела. См. Шейнин (2005, с. 139).

[116]. Пуассон (1837а, §101) работал с преобразованиями Фурье вполне непосредственно и совсем строго. Как Лаплас, он имел дело еще только с ограниченными стохастическими переменными. Но тогда как от Муавра до Лапласа всегда предполагалось, что эти суммируемые переменные имели *одно и то же* распределение, Пуассон впервые рассмотрел в большой степени произвольно составленный ряд независимых стохастических переменных и доказал для них центральную предельную теорему при помощи трансформантов Фурье*.

* ... Естественно, можно порицать Лапласа, Фурье и Пуассона за недостаток строгости, но если принять ее за мерило, то придется также допустить, что исчисление бесконечно малых исторически началось лишь с Вейерштрасса. Freudenthal & Steiner (1966, pp. 171 – 172).

[117]. Мы имеем право утверждать, что закон больших чисел в действительности не существует и что эти слова нельзя употреблять в том смысле, в котором это делает Пуассон. Bienaymé (1855, p. 202).

[118]. С 1770 по 1809 гг. [с 1774 по 1811 гг.] ... Лаплас давал многочисленные мемуары о вероятностях. Но, как бы они ни были интересны, он не хотел объединять их в общую теорию. Однако, как только он установил свойства функций вероятностей [центральную предельную теорему – нестрого], то ясно увидел, что это тот принцип, который управляет почти всеми приложениями и составил свою теорию [свой трактат (1812)]. Bienaymé (1853, p. 312).

[119]. Наука, которую Паскаль создал двести лет назад, недалеко ушла от своего начала. Продвинулось почти одно только аналитическое развитие. Там же, с. 310.

О Ферма почему-то обычно забывают.

[120. [Центральная предельная теорема] выведена не строгим путем. ... мы делали различные предположения, не показав предела происходящих от этих [от этого] погрешностей. Этого же предела не может дать сколько-нибудь удовлетворительным образом математический анализ в настоящем своем состоянии. Чебышев (1879 – 1880, с. 224).

Чебышев по существу строго доказал эту теорему в 1887 г.

[121]. Основной вклад Чебышева в нашу дисциплину это простая формула для аппроксимирования, или точнее, установления нижнего предела для некоторой вероятности, часто требующейся статистику-математику. Edgeworth (1922, p. 109).

Безусловно речь шла о неравенстве Бьенеме – Чебышева. Можно только удивляться ... Не лучше выразился Некрасов (№122):

[122]. Мемуару [Чебышева], содержащему то [центральную предельную теорему], что было достаточно строго доказано раннее и вошло в общеизвестные курсы [следует ссылка: Laurent (1873, pp. 144 – 165)], я придаю значение второстепенное. Этот последний мемуар интересен лишь как одно из удачных применений гениального изобретения П. Л. Чебышева к вопросам, раннее уже исчерпанным. Некрасов (1900, с. 384).

Здесь все ошибочно, и Лоран, кстати, рассматривал эту теорему лишь на своих страницах 144 – 145. Напрашивается вывод: Некрасов умышленно приписал ему подробное исследование теоремы.

[**123].** В целом, работам Некрасова по [центральной предельной теореме] следует дать негативную оценку. Будучи очень сильным аналитиком, он выбрал неудачный, чисто аналитический, а не вероятностный подход ... Соловьев (1997, с. 21).

[**124].** Кризис теории вероятностей, который остановил ее рост 100 лет назад, был преодолен гением его [Чебышева] сподвижников, далеко опередивших в этой области западноевропейских математиков. Бернштейн (1945, с. 432).

Он имел в виду и указанное неравенство Бьенеме – Чебышева, и, главным образом, центральную предельную теорему.

[125]. Это предположение [о реализации нормального распределения], самое естественное и самое простое из всех возможных, следует [обосновывается] применением повторительных теодолитов при измерении углов триангуляции. Laplace (1818, p. 536).

Повторительный теодолит позволил весьма значительно уменьшить действие погрешности отсчета по лимбу. Действия погрешностей и этого отсчета, и наведения зрительной трубы на предмет оказались примерно равными друг другу.

[126]. Я обнаруживаю, что если полная ошибка возникает как накопление большого числа малых частичных ошибок, следующих каким-либо, но симметричным законам, полная ошибка будет подчиняться закону Гаусса. Poincaré, написано в 1901 г. (1921, p. 343).

Даже в резюме не следовало бы так небрежно формулировать столь важную теорему.

[127]. [О Пуанкаре]: самый проницательный критик количественных методов и могучий сторонник качественных методов. Ekeland (1984, p. 35).

[128]. Моя привычка называть [эту кривую] кривой Гаусса – Лапласа или нормальной избавляет нас от распределения заслуг ее открытия между этими великими астрономами и математиками. K. Pearson (1905, p. 189).

О Муавре Пирсон узнал позже (1924).

[129]. Многие математики, видимо, полагают, что выход из поля абстрактных рассуждений в сферу эффективных вычислений унизителен. Марков (1899, с. 30).

Наилучший пример его собственных вычислений это составленная им таблица интеграла нормального распределения (1888), – таблица XIX века, которая оставалась наиболее точной вплоть до 1930-х годов.

[130]. Записать подробно лекции [Чебышева] ... было почти невозможно, и понятно, что сохранившиеся записи их, сделанные А.М. Ляпуновым, носят фрагментарный характер. Прудников (1964, с. 183).

Это высказывание, которому мы склонны поверить, противоречит утверждению А.Н. Крылова, редактору издания лекций Чебышева (1879 – 1880). В этом издании, к слову сказать, более сотни (повторяем: сотни) математических опечаток.

[131]. Чебышев впервые ясно оценил и использовал всю силу понятий случайной величины и [ее] математического ожидания. Колмогоров (1947, с. 56).

Выражение *вся сила* быть может неудачно. Чебышев не ввел ни хотя бы эвристического определения, ни, стало быть, обозначения для случайной величины и не изучал плотности и производящие функции как математические объекты. И к тому же, все развитие теории вероятностей можно представить как все более полное использование силы указанных понятий.

[132]. Это наша специфическая русская черта – склонность к консерватизму, к отрыву от мировой науки. Даже Чебышев ... при своем блестящем аналитическом таланте был патологическим консерватором. Новиков (2002, с. 330).

См. странное высказывание А.М. Ляпунова в №134.

[133]. Теперь я вижу, что уже Ляпунов изложил общие результаты, которые не только превосходят сделанное Мизесом [следует ссылка на его статью 1919 г.], но из которых можно вывести большинство установленных мной фактов. ... Изучение работ Ляпунова побудило меня заново проверить примененный мной метод. Lindeberg (1922, p. 211).

[134]. В то время, как почитатели весьма отвлеченных идей Римана все более и более углубляются в функционально-теоретические исследования в пространствах четырех и большего числа измерений*, и в этих изысканиях заходят иногда так далеко, что теряется всякая возможность видеть их значение ... [даже] в будущем, – Чебышев и его последователи остаются постоянно на реальной почве, руководствуясь взглядом, что только те изыскания имеют цену, которые вызываются приложениями (научными или практическими), и только те теории действительно полезны, которые вытекают из рассмотрения частных случаев.

*Эти изыскания ... нередко ставились в связь с глубокими геометрическими исследованиями Лобачевского, с которыми, однако, они ничего не имеют общего. Великий геометр, подобно Чебышеву, оставался всегда на реальной почве ... Ляпунов (1895, с. 19 – 20).

В этом высказывании наглядно видна односторонность школы Чебышева. Странно, что Ляпунов не вспомнил о Клейне, еще в 1871 г. представившим единую картину неевклидовой геометрии, частными случаями которой оказались результаты и Лобачевского, и Римана.

[**135].** Ляпунов лучше других представителей петербургской школы [теории вероятностей] понимал и умел ценить достижения западноевропейских математиков ... Бернштейн (1945, с. 427).

[136]. Работы С.Н. Бернштейна завершают классическое направление русской школы теории вероятностей … и прокладывают новые пути в развитии этой важной отрасли математики. Колмогоров и Сарманов (1960, с. 219).

[137]. Я повсюду, где только возможно, исключу ничего не определяющие слова <u>случайно</u> и <u>наудачу</u>; где же придется употребить их, приведу соответствующие данному случаю объяснение. Марков, письмо Чупрову 1912 г. (Ондар 1977, с. 71).

Имея в виду парадокс Бертрана, опасения Маркова вполне можно понять, однако он мог бы воспользоватьмя пуассоновским эвристическим определением случайной величины и сделать еще один шаг, введя для нее обозначение (чего Пуассон не сделал). Более того, иногда Марков все-таки без объяснений писал *неопределенная*, что было еще хуже. Заметим, что Марков не применял ставшие к тому времени распространенными термины (нормальное распределение, коэффициент корреляции).

[138]. Я не буду защищать ... основных теорем, связанных с основными понятиями исчисления вероятностей, о равновозможности, о независимости событий и т. д., так как знаю, что можно спорить без конца даже об основных положениях такой признаваемой всеми точной науки, как геометрия. Марков (1911, с. 162).

Здесь и ниже отчетливо видно, что в свой до-аксиоматический период теория векроятностей не могла быть строго построена.

[139]. Различные понятия определяются не столько словами, каждое из которых может в свою очередь потребовать определения, как нашим отношением к ним, которое выясняется постепенно. Марков (1900/1908, с. 2; 1924, с. 2).

См. также его неудачную попытку преобразовать теорию вероятностей в чисто математическую дисциплину (№№157, 158).

[140]. Я ни на шаг не выйду из той области, где компетентность моя не может подлежать сомнению. Марков, письмо Чупрову 1910 г. (Ондар 1977, с. 29).

Этот, пожалуй, слишком жесткий принцип объясняет, почему Марков ни слова не сказал о возможности применения его цепей в естествознании.

[141]. Ни Бертран, ни Пуанкаре видимо не владели исчислением вероятностей. Le Cam (1986, p. 81).

Это утверждение некорректно: в те времена "владел" теорией вероятностей быть может только Марков, да и то см. №№157, 158.

[142]. И вначале были Муавр, Лаплас и многие из колена бернуллиева, и они сотворили предельные теоремы, и умные люди увидели, что это было хорошо и назвали это по имени Гаусса. А затем пришли новые поколения и сказали, что в этом есть опытная мощь, но нехватает строгости. А затем пришли Чебышев, Ляпунов и Марков и они сотворили доказательство, и Полиа увидел, что это было важно и сказал, что оно будет называться центральной предельной теоремой.

А потом пришел Линдеберг и сказал, что это элементарно, потому что Тэйлор разложил то, что требовало разложения и он сказал это дважды, но Леви усмотрел, что преобразования Фурье это характеристические функции и сказал: размножайтесь и плодите предельные теоремы и устойчивые законы. И это было хорошо, устойчиво и достаточно, но они спросили "А необходимо ли это?" Леви ответил: "Истинно говорю вам, что это не необходимо. Но придет время, когда Гаусс не будет иметь никаких членов кроме тех, что в образе самого Гаусса, и тогда это станет необходимо". Это было пророчество, и когда Крамер объявил, что время пришло, и было много веселья, и Леви сказал, что это должно быть записано в библиях и он это записал, и случилось, что было много предельных теорем и многие были центральными, и они затопили летописи и такова была история центральной предельной теоремы. Там же, с. 86.

[143]. Предельные теоремы имеют обычно довольно благопристойные формулировки, но, как правило, безнадежно длинные, трудные и запутанные доказательства. Их единственный смысл состоит в получении сравнительно простых вероятностных распределений в надежде на описание некоторых реальных явлений. Тутубалин (1977, с. 59).

[144]. В теории вероятностей цитируют друг друга лишь весьма немногочисленные (по сравнению, скажем, с физикой) группы авторов.

Это означает сужение интересов (вызванное в значительной мере громоздкостью применяемого математического аппарата), что является типичным симптомом схоластического перерождения. Там же, с. 60.

[145]. В какой мере закон малых чисел пользуется признанием статистиков сказать трудно, так как неизвестно, что, собственно, называть законом м. ч. На вопросы, поставленные мной в примечании к с. 398 [Чупров (1910); с. 285 в издании 1959 г.], Борткевич не отвечал ни в печати, ни письменно; допрашивать же его устно я не стал, так как он относится к критике закона м. чис. очень болезненно. Чупров, письмо Маркову 1916 г. (Шейнин 1990а, с. 61).

Борткевич опубликовал этот закон в 1898 г., но так и не сформулировал его в печати. См. наше разъяснение в книге Борткевич и Чупров (2005, с. 288 – 291). В частности, повторим, что Борткевич отличал свой закон, который Романовский (1924, №4 – 6, с. 15), назвал "основным статистическим законом", от распределения Пуассона. Подчеркнем, что почти 60 лет до 1898 г. это распределение (которое, как сейчас признается, все-таки не отличается от нововведения Борткевича), оставалось без употребления.

[146]. С двумя костями так же возможно выкинуть двенадцать очков как и одиннадцать, потому что и тот, и другой исходы могут осуществиться только одним путем. Но втрое легче выкинуть семь очков, так как этого можно достичь при выходе шести очков и одного очка; пяти и двух; или четырех и трех очков. ... Покойный месье Бернулли развивал эту тему по моим увещеваниям. Лейбниц (1714, pp. 569 – 570).

Тодхантер (1865, p. 48) не преминул заметить, что оба вывода Лейбница ошибочны. Далее, утверждение Лейбница относительно Якоба Бернулли неосновательно: последний начал заниматься теорией вероятностей лет за 18 до того, как Лейбниц сформулировал свое соответствующее пожелание (в 1703 г., см. №8).

[147]. Спрашивается, какое пари следует держать, что при игре в орлянку можно выбросить решетку [один раз] при двух бросках? [Обычный ответ: 3:1. И далее:] Но верно ли это? Ибо если решетка выпала [при первом броске], игра окончена. ... Таким образом, строго говоря, возможны лишь три комбинации ... и следует держать пари лишь в отношении 2:1. Dalembert (1754).

Окончание игры после первого броска имеет вероятность 1/2, а успех второго броска перед началом игры – вероятность 1/4. Полная вероятность равна 3/4, верное соотношение шансов – 3/4.

[148]. Вы может быть спросите меня, какими, по-моему, принципами следует заменить те, в точности которых я сомневаюсь? ... Я их совсем не знаю и я даже должен полагать, что тема, о которой идет речь [теория вероятностей], не может быть подчинена, по крайней мере во многих отношениях, точному и верному исчислению ни по принципам, ни по результатам. Dalembert (1767b, pp. 309 – 310); Todhunter (1865, p. 282).

[149]. [О мемуаре Даламбера (1767b):] Одно из сочинений, которое меня больше всего восхитило [в сборнике *Mélanges*] это Ваш мемуар о вариоляции оспы. Он наполнен весьма проницательными и четкими соображениями, которые ускользнули от всех тех, кто уже рассматривал эту тему [от Даниила Бернулли] и которые совсем новы и интересны.

По поводу Ваших затруднений с исчислением вероятностей я убежден, что они весьма подходящи, чтобы заслужить внимание философов еще больше, чем геометров, потому что по Вашему собственному признанию обычная теория точна в смысле математической строгости. Lagrange (1778, pp. 87 – 88).

[150]. [Даламбер] самым бесстыдным образом защищает все свои ошибки. Эйлер, письмо 1763 г.; Juskevic и др. (1959, p. 221).

[151]. Отрицательная вероятность несомненно может указывать на ставшие невозможными обстоятельства или на необходимость изменения данных пока [они] не станут возможными, но я еще не видел такой задачи, в которой стоило бы исследовать подобное истолкование. Однако, я натолкнулся на необходимость истолкования на другом конце шкалы, как, например, в задаче, в которой шанс события оказался равным 2.5. Это означает, что при данном предположении событие должно произойти дважды с равным шансом наступить или не наступить в третий раз. De Morgan (1864, p. 427).

Остается только догадываться, как автор смог опубликовать неплохой для своего времени трактат (1845).

[152]. Исчисление вероятностей, как мне представляется, было для своих прославленных изобретателей в действительности лишь удобным изложением для [решения] замысловатых и трудных количественных задач, которое ни в коей мере не сохранило свое отвлеченное значение подобно аналитическим теориям. Что же до философского понятия, на котором основано подобное учение, я считаю его коренным образом ошибочным и способным привести к наиболее нелепым последствиям. Я говорю не только о частых попытках явно призрачного применения [исчисления] для мнимого совершенствования социальных наук. Эти попытки, по необходимости несбыточные, мы характеризуем в последней части нашего труда. Именно основополагающее понятие оценивающей вероятности мне представляется прямо-таки неразумным и даже софизмом. Я не считаю его по существу подходящим для упорядочивания нашего поведения ни в каком случае и пригодным разве лишь для азартных игр. И в практике оно обычно отвергает как численно неправдоподобные те события, которые тем не менее совершаются. Предлагают нерешаемые задачи, чтобы усилить нерешительность суждения, так необходимого в столь многих случаях. Казалось бы, это учение обязано предоставить полезные применения, но они всегда заранее ясно указываются здравым смыслом, который оно очень часто судит неверно. Comte (1830 – 1842, t. 2, p. 255).

Вряд ли необходимо подробно опровергать это мнение, Заметим, однако, что утверждения типа “предлагают, чтобы усилить нерешительность” совсем непонятны. Конт, возможно, имел в виду парадокс петербургской игры (см. № 78), которую Николай Бернулли придумал, видимо желая укрепить логические основания теории вероятностей. При всем этом, А.В. Васильев (Бажанов 2002, с. 131) положительно оценил общие взгляды Конта на математику.

[153]. Усилия геометров возвысить исчисление вероятностей над ее естественными приложениями сводятся в ее наиболее важной и наименее оспоримой части лишь к тому, чтобы после длительного и тягостного алгебраического труда представить несколько почти элементарных утверждений по поводу теории достоверности, истинность которых с полной очевидностью видна всякому, обладающему здравым смыслом, с первого взгляда. Comte (1854, p. 120).

[154]. [Призыв: приложить] к политическим и нравственным наукам метод, основанный на наблюдении и исчислении, который служил нам так хорошо в науках естественных. Лаплас (1814, с. 848, левый столбец).

К этому же призывали многие ученые и до Лапласа, например Монмор.

[155]. Притязания [теории вероятностей] принадлежать чистой науке должны основываться на степени, в которой она удовлетворяет следующим условиям. Первое, принципы, на которых основаны ее методы, должны быть по своей сути аксиоматическими. Boole (1854, p. 288).

Буль выставил еще два общенаучных условия.

[156]. [В 1887 г. Тихомандрицкий показывал Чебышеву “свой курс”, и тот высказал мысль, что] Теперь нужно перестроить всю теорию вероятностей. Тихомандрицкий (1898, с. iv).

Ничего больше об этом эпизоде не известно. В принципе, не говоря об аксиоматизации, перестраивать можно было так, чтобы основными объектами теории стали (как это случилось, пожалуй, лишь примерно через 30 лет) случайные величины, плотности и интегральные функции распределения и характеристические функции.

[157]. Аксиом[а]: Если, при известных данных, события *p, q, r, …, u, v* равновозможны и делятся по отношению к событию А на благоприятные и неблагоприятные ему, то по присоединению к этим данным указания на появление события А, те из событий *p, q, r, …, u, v,* которые не благоприятствуют событию А, отпадают, остальные же из них остаются по-прежнему равновозможными. Марков (1900/1924, с. 10).

[158]. Теоремы о сложении и умножении вероятностей в связи с вышеуказанной аксиомой служат незыблемым основанием для исчисления вероятностей как отдела чистой математики. Там же, с. 24.

Марков доказывал упомянутые теоремы со ссылкой на свою аксиому. Последняя никак не носила математического характера и утверждение Маркова представляется совершенно ошибочным. Заметим еще, что эта аксиома имелась и в предыдущих изданиях руководства Маркова, а окончательный вывод – в издании 1913 г., и что никто никогда не вспоминал ни о ней, ни о *незыблемом основании*.

[159]. В книге Lévy (1925) впервые было дано систематическое изложение теории случайных величин, распределений их вероятностей и их характеристических функций. Cramér (1976, p. 15).

[160]. Кто следил за развитием теории вероятностей в последние десятилетия не сможет отделаться от впечатления, что в двух отношениях она значительно отстала от всех остальных ветвей математических наук. Во-первых, за исключением немногих работ русских математиков, *аналитические предложения* этой теории лишены той *строгости формулировок и доказательств*, которая в других частях анализа стала давно подразумеваться. И, с другой стороны, несмотря на некоторые ценные подготовительные шаги, можно сказать, что не существует никакой ясности по поводу *основ теории вероятностей как математической дисциплины*. И это тем более поразительно, что как будто мы живем не в годы оживленного интереса математики к пробемам аксиоматического метода и непрерывного проникновения теории вероятностей в самые различные области приложений. Mises (1919, p. 35).

[161]. Я полагаю, что в некотором смысле это исчисление [вероятностей] не существовало. Его надлежало создать. Lévy (1970, p. 71).

Он описывал впечатления своих юношеских лет.

[162]. Последние 25 лет отмечены большим прогрессом статистической науки, достигнутым благодаря блестящим работам статистиков английской и американской школы, среди которых на первом месте должно быть упомянуто имя ... Р. А. Фишера. В течение этого же времени, главным образом благодаря трудам французских и русских математиков, классическое исчисление вероятностей превратилось в чисто математическую теорию, удовлетворяющую современным требованиям строгости. Cramér (1946, p. 9).

[163]. С исследованиями по основаниям геометрии близко связана задача об аксиоматическом построении по этому же образцу тех физических дисциплин, в которых уже теперь математика играет выдающуюся роль: это в первую очередь теория вероятностей и механика.

Что же касается аксиом теории вероятностей, то мне казалось бы желательным, чтобы параллельно с логическим обоснованием этой теории шло рука об руку строгое и удовлетворительное развитие метода средних значений в математической физике, в частности в кинетической теории газов. Hilbert (1901, с. 34).

Теория вероятностей в то время была прикладной математической дисциплиной, но относить ее физике вряд ли стоило. Математической физикой, быть может с начала XIX века, называлась теоретическая часть физики, ср. название фундаментального исследования Био (Biot 1816) *Трактат об экспериментальной и математической физике*. В 1850 г., в соответствии с давнишним предложением Пуассона, в Политехнической школе в Париже была учреждена кафедра исчисления вероятностей и математической физики (Bru 1981, p. 87), а на титульном листе второго издания руководства Пуанкаре (Poincaré
1912) перед названием *Исчисление вероятностей* было указано *Курс математической физики*.

Термин *теория средних* широко применялся начиная по крайней мере с Кондорсе вместо уже существовавшего термина *теория ошибок* (который, однако, привился лишь в середине XIX века, см. №495). Более того: теория средних была общее, так как изучала и такие средние, которые не соответствовали никакому реальному объекту. См. Шейнин (1986, с. 311), где, в частности, цитируется Кетле (Quetelet 1846, pp. 60, 65 – 67).

[164]. Ведущей мыслью автора было при этом естественное включение основ теории вероятностей, считавшихся еще недавно совершенно своеобразными, в ряд общих понятий современной математики. Колмогоров (1933, из предисловия).

[165]. Теория вероятностей как математическая дисциплина может и должна быть аксиоматизирована совершенно в том же смысле, как геометрия и алгебра. Это означает, что после того, как даны названия изучаемым объектам и их основным отношениям, а также [введены] аксиомы, которым эти отношения должны подчиняться, все дальнешее изложение должно основываться исключительно на этих аксиомах, не опираясь на обычное конкретное значение этих объектов и их отношений. Там же, с. 9

[166]. Для большинства математиков математическая вероятность относилась к математике так же, как черный рынок к маркетингу. Путаница между вероятностью и явлениями, к которым она прилагается. ... все еще досаждает этой дисциплине. Долгие годы [значение монографии Колмогорова] не признавалось, и некоторые математики насмешливо заявляли, что ... вероятность, возможно, нуждается в строгости, но никак не в трупном окоченении (needed rigor but surely not rigor mortis). Роль теории меры в теории вероятностей ... все еще смущает тех, кто любит думать, что математическая вероятность не является частью анализа. Doob (1989).

[167]. Прошло какое-то время прежде чем специалисты по теории вероятностей признали основы колмогоровской аксиоматики. Мысль о том, что математическая случайная величина это просто функция без какого-либо романтического сопутствующего значения, некоторым из них представлялась довольно унизительной. Doob (1994, p. 593).

[168]. Книга Колмогорова (1933) все еще остается основным документом современной теории вероятностей. Cramér (1976, p. 20).

[169]. Колмогоров придал аксиоматике исчисления вероятностей форму, которая представляется окончательной. Lévy (1949, p. 55).

[170]. В 1933 г. пришел Колмогоров с колумбовым яйцом. Freudenthal & Steiner (1966, p. 190).

По преданию, Колумб надбил яйцо, чтобы оно все-таки устойчиво стояло на столе.

[171]. Построение теории вероятностей в духе современной математики, основанное на точном аксиоматическом фундаменте, впервые вполне удовлетворительным образом было осуществлено ... А.Н. Колмогоровым. ... Rényi (1969, p. 189).

[172]. Общепризнанной аксиоматикой теории вероятностей является аксиоматика Колмогорова. Однако, сама концепция практических применений в общем следует концепции Мизеса. Тутубалин (1977, с. 15).

[173]. Пробным камнем теоретико-вероятностной аксиоматики является теорема умножения для независимых стохастических величин (или событий). Кто занимается наивной, полуматематической-полуфизической теорией вероятностей, говорит: "Если два события независимы, их вероятности подчиняются теореме умножения". Аксиоматик, напротив, утверждает, что "Если имеет место теорема умножения, то они независимы". Freudenthal & Steiner (1966, p. 189).

[174]. По моему мнению, мизесовские основы теории вероятностей совершенно неудачны. Пользуясь ими, мы находимся не в лучшем положении, чем когда просто исходим из функции распределения и соответствующего интеграла Стилтьеса. Hausdorff, письмо 1920 г. (Girlich 1996, p. 42).

[175]. Многие ученые постоянно защищают эмпирическую теорию. Р. фон Мизес весьма искусно старается устранить ее трудности, но это так же невозможно, как квадрировать круг. Lévy (1970, p. 79).

[176]. Главная черта мизесовского подхода состоит в том, что здесь с самого начала берут всё так, как оно есть на самом деле в эксперименте. ... Противопоставление мизесовского подхода аксиоматическому методу ... целиком основано на недоразумении. Алимов (1980, с. 32 – 33).

Статистика и математическая статистика

зарождение и цели – математические параметры – смежные дисциплины – приложение к естествознанию в целом – приложение к общественным явлениям – приложение к отдельным дисциплинам – биометрическая школа – статистика в Советском Союзе

[177]. Статистика издавна соседствует в методологическом поселении с философией науки. Она, однако, обычно скромнее по своему охвату и практичнее в своих воззрениях. В строгом смысле слова, статистика – отрасль философии науки, хотя на самом деле эти две области обычно изучаются отдельно друг от друга. Kruskal (1978, p. 1082).

[178]. Статистика, как мы сейчас понимаем этот термин, не зародилась до XVIIв., да и тогда не внутри "статистики" [государствоведения], а в политической арифметике. Феодальное государство Средневековья просто не было заинтересовано в статистике (в нашем смысле). Kendall (1960).

[179]. Я решил ... выражать свои мысли в терминах числа, веса или меры, применять доводы здравого смысла и рассматривать только такие причины, которые имеют видимые основания в природе ...
Petty (1690, p. 244).

[180]. [О неназванных немецких авторах 1806 – 1807 гг.:] истинные силы государства не материальны, а духовны. [Главное:] национальный дух, любовь к свободе, талантливость и характер тех ..., кто управляет государством. Knies (1850, p. 24).

[181]. Поскольку некоторый вид данных может быть выражен количественно и обработан при помощи вычислительных машин, он ошибочно почитается более важным, чем те данные, которые не поддаются измерению. Это приводит к серьезнейшей опасности [ввиду пренебрежения моральными факторами]. Andreski (1972, p. 120).

[182]. Что является общей мерой времени, пространства, веса и движения? Какое число основных звуков или букв ... составляют речь или язык? Как назначать имена и как складывать и вычитать ощущения и оценивать вес и силу слов; все это является логикой и рассуждением. Petty (1927, vol. 2, pp. 39 – 40).

Основатель политической арифметики был близок по духу своему младшему современнику, Лейбницу.

[183]. [О Петти:] Притязания на славу в качестве экономиста обоснованы не столько его самобытностью или теоретическим дарованием, сколько аналитическим мастерством. Его настойчивые указания на необходимость измерений и его ясное системное видение экономики делают его первым эконометристом, и он непрестанно развивал и применял методы, опережавшие его время. Deane (1978, p. 702).

[184]. Ложь, двойная ложь и статистика.

Примерно сто лет назад Марк Твен указал, что эту крылатую фразу приписывали Бенджамину Дизраэли. Однако, в 2005 г. Ли (P.M. Lee) заметил в ежемесячнике *Royal Stat. Soc. News*, что автором фразы был лорд Кортни (L.H. Courtney) и привел ссылку: Baines (1896). На с. 87 этой статьи, а точнее, в дискуссии по статье, действительно упоминаются и Кортни, и эта знаменитая фраза (притом в качестве общеизвестной), но исходный источник не указан.

[185]. [После перечисления экономических вопросов:] не менее необходимо знать, сколько имеется жителей каждого пола, состояния, возраста, религии, ремесла, ранга или положения, ибо тем самым торговля и управление могут быть сделаны более определенными и регулярными. Граунт (1662, с. 86).

[186]. В нынешнее время к статистикам обращаются по поводу самого существенного во всех более важных делах. Fisher (1953, p. 2).

Задачи современной статистики можно осознать по справочнику ООН *Handbook of Social Indicators*, 1989. См. также De Vries (2001) и *International Statistical Reviews*, vol. 71, №1, 2003 по поводу новейших целей статистики в информационном обществе. Нельзя, однако, забывать и о приложении статистики к естествознанию.

[187]. И послал их Моисей высмотреть землю Ханаанскую … И осмотреть землю, какова она, и народ живущий на ней, силен ли он или слаб, малочислен ли он или многочислен? И какова земля, на которой он живет, хороша она или худа? И каковы города, в которых он живет, в шатрах ли он живет или в укреплениях? И какова земля, тучна ли она или тоща? Есть ли на ней дерева или нет? Числа 13:18 – 21.

[188]. Ясное знание всех этих частных вопросов и многих иных ... необходимо для хорошего, уверенного и спокойного управления и даже для уравновешивания партий и клик и в церкви, и в государстве. Но необходимо ли знание всего этого для многих, или подходяще ли оно для кого-нибудь помимо монарха и его главных министров, я оставляю для рассмотрения [другим]. Граунт (1662, с. 87).

[189]. В этом [провинциальном] приходе было рождено [крещено] 15 девочек на 16 мальчиков, тогда как в Лондоне их было 13 на 14. Это показывает, что Лондон несколько больше, чем провинция, предрасполагает к рождению мальчиков. Там же, с. 78.

Именно Граунт, а не Арбутнот первым подметил преобладание мужских рождений над женскими, но вот сравнение крохотного прихода с Лондоном неубедительно.

[190]. Я обнаружил, что все, указанные как умершие от сифилиса, были так и записаны лишь клерками [двух] приходов, в которых, как я понял, расположено большинство самых отвратительных и убогих домов терпимости. Отсюда я заключил, что дознавательницы отмечали как умерших от этой слишком распространенной болезни лишь ненавидимых людей и тех, у кого уже провалились носы. Там же, с. 44.

Классический пример выявления систематических искажений в исходных данных.

[191]. Вместо ропота по поводу безвременной смерти, как мы ее называем, нам следует терпеливо и равнодушно покориться тому распаду, который представляет собой необходимое условие существования нашего бренного вещества, нашего чувствительного и хилого устройства и состава. Галлей (1694, с. 120).

[192]. [Я] смог сжать некоторое число в значительной степени бессвязных томов в несколько легко понимаемых таблиц и сократить те наблюдения, которые естественно следовали из них, в несколько коротких параграфов. Граунт (1662, с. 15).

Граунт фактически сформулировал цели статистики, ср. №№195, 196.

[193]. Во всяком случае, статистика это не тот предмет, который можно сразу понять пустой головой. Она относится к хорошо переваренной философии и требует основательного знания государственной и естественной истории Европы, равно как и множества понятий и принципов, а также умения достаточно хорошо понять весьма различные положения конституций нынешних королевств. Achenwall (1752/1756, Введение).

И это косвенное определение, и иллюстрация Шлецера (№194) характеризует не статистику, как мы ее понимаем сейчас, а государствоведение, – рыхлую дисциплину, которая описывала климат, географическое положение, политическую структуру и экономику отдельных государств и оценивала их население по данным о рождениях и смертности, но не изучала иных количественных показателей. К концу XIXв. государствоведение распалось. См. Шейнин (2005, с. 83 – 84).

[194]. История это движущаяся статистика, а статистика это застывшая история. Schlözer (1804, p. 86).

Шлецер сочинил эту крылатую фразу как иллюстрацию, однако его последователи восприняли ее как определение. Застывшая история не требовала никаких исследований!

[195]. [Статистика это] наука об умении познавать и оценивать статистические данные, собирать и обрабатывать их. Butte (1808, p. xi).

[196]. Математическая статистика, раздел математики, посвященный математическим методам систематизации, обработки и использования статистических данных ... [т.е. сведений] о числе объектов в какой-либо более или менее обширной совокупности, обладающих теми или иными признаками ... Колмогоров, Прохоров (1974, ст. 1428).

[197]. Геодезические измерения, наблюдения температуры и состояния атмосферы, обычных заболеваний, целебности воздуха, пищи и воды, выставки произведений искусства, минералогические описания без сомнения относятся к статистике ... но эта наука никак не имеет целью совершенствование теорий. Delambre (1819, p. LXX).

Как ни странно звучит это утверждение, видимо до Кетле к статистике относили совсем чуждые по нынешним меркам выставки и описания. Результаты геодезических измерений мы скорее бы рассматривали как исходные данные для теории ошибок.

[198]. [Как в истории] должно исследовать, не только почему, но даже почему это почему (das Pourquoi von dem Pourquoi), также в статистике ... надо сделать понятным нынешнее состояние государства по его прошедшим состояниям. Gatterer (1775, p. 15).

Первая половина фразы, видимо, была заимствована у Лейбница (Шейнин 2001а, с. 90).

[199]. [Статистика] сильно отличается от политической экономии, которая рассматривает и сравнивает действие институтов и исследует основные причины богатства и процветания народов. Эти соображения ... нисколько не являются главными целями статистики, которая почти никогда не занимается обсуждениями и не рассматривает предположения. Политическую арифметику ... также следует отличать от статистики. Delambre (1819, p. LXVIII).

Опять же, весьма странное утверждение в духе того времени.

[200]. Дух рассуждений и предположений вообще говоря препятствует истинному прогрессу статистики, которая в первую очередь является наукой наблюдения. Fourier (1821, pp. iv – v).

Фурье был редактором многотомного сборника статистических таблиц, описывавших Париж и департамент Сены (1821 – 1829), но тем не менее он ошибался.

[201]. [Статистика] не обсуждает причин и не рассуждает о вероятных последствиях ... все следствия должны выводиться из надлежаще проверенных данных и допускать математические доказательства. Anonymous (1839, p. 1).

Из редакционной статьи первого выпуска журнала Лондонского статистического общества.

[202]. Нелепые ограничения [на исследование причин и следствий] по необходимости не принимались в расчет ... в многочисленных статьях. Woolhouse (1873, p. 39)

[203]. Если даже предположить, что показатели оцениваются самым тщательным образом, не поддаваясь склонности к порядку, даже три тысячи чисел не будут достаточны, чтобы установить суждение с надлежащей степенью вероятности. Quetelet (1846, p. 8)

Кетле выступал за сплошной подсчет против выборочного метода.

[204]. Каковы сейчас виды на будущее у статистики? ... Нам нужно лишь следовать примеру старых политических арифметиков. Существенная особенность тех ранних дней было частое применение представительной статистики. ... Лаплас указал верное направление, утверждая, что представительные районы должны быть весьма многочисленны и распределены по всему региону. Осталось лишь развить теорию этих представительных перечислений. ... Во многих случаях окажется практически невозможным обойтись без представительной статистики. Westergaard (1916, pp. 237 – 238).

Чупров (1912) посвятил популярный доклад необходимости широко применять выборочный метод.

[205]. Появились легионы числовых статистических данных и статистических таблиц, наполненных числами. Lueder (1812, p. 9).

[206]. [Статистика может установить] правила управления для будущего, [должна] оценивать степень благосостояния ... населения, его силу, его нужды, и до некоторой степени придти к верным понятиям о его будущем. Quetelet (1829, p. i).

[207]. Таким образом, статистика имеет целью надежно изложить нам [состояние] государства на определенную эпоху.

Я полагаю, что предлагаемое мной определение, которое должно несколько расходиться с теми, что были даны многими современными учеными, достаточно ограничивает ее область применения, так что она не сможет пересекаться с наиболее близкими к ней историческими или другими политическими и моральными науками. Статистика изучает государство только на определенную эпоху; она объединяет лишь те элементы, которые относятся к его жизни и применяется, чтобы сделать возможным их сравнение и объединение в наиболее предпочтительном виде, и, следовательно, чтобы распознать все факты, которые эти элементы могут выявить. Quetelet (1846, pp. 264, 268 – 269).

[208]. При отсутствии точных документов ... мы очень часто обязаны ограничиваться данными, близкими к истине. Там же, с. 73.

[209]. Статистический документ не достоверен, а лишь вероятен. Значение рассматриваемого результата состоит в оценке этой вероятности и этим вообще определяется вся польза статистического исчисления. Quetelet & Heuschling (1865, p. lxv).

[210]. Задача статистики – оценка значения документов, которые она собирает и по которым выводит заключения. Quetelet (1869, t. 1, pp. 102 – 103).

Это все-таки слишком узко, см. №196.

[211]. Когда речь идет о двух различных странах, представляется, что им доставляет удовольствие сделать невозможным всякий вид сравнений. Quetelet (1846, p. 364).

Кетле много сделал для стандартизации статистики в международном масштабе и Пирсон (K. Pearson 1914 – 1930, vol. 2, p. 420) отметил эту его заслугу, равно как и организацию им официальной статистики Бельгии.

[212]. Одни хотят свести все к числам и заключить науку в обширный сборник таблиц; другие, напротив, видимо боятся чисел и полагают, что они предоставляют лишь неполное и поверхностное понятие о вещах. Оба эти уклона равным образом вредны. Там же, с. 432.

Первые это, несомненно, государствоведы (см. №№193, 194), вторые – сторонники так называемого количественного метода, см. №381.

[213]. Статистика расцвела пышным цветом и приходится даже остерегаться ее слишком поспешных и неправомерных применений. Курно (1843, §103).

[214]. Чтобы статистика заслуживала название науки, она не должна состоять из простого собрания фактов и чисел. Она должна иметь свою теорию, свои правила, свои принципы. Там же, §105.

[215]. В настоящее время в статистике почти совершенно нет общепризнанных принципов ... Чупров (1905, с. 44).

[216]. Главная цель статистика, как и всякого наблюдателя, состоит в том, чтобы проникнуть как можно глубже в знание самого существа вещей ... Курно (1843, §120 и примерно то же в §106).

[217]. Несколько лет назад было принято считать, что статистика занимается главным образом обработкой результатов наблюдения. Однако, статистики сегодняшнего дня имеют гораздо бóльшие основания сказать, что статистика связана с вопросами принятия решений в условиях неопределенности. Chernoff & Moses (1959, p. 9).

[218]. Все чаще и чаще слово статистика означает автоматическую обработку данных. Ekeland (1991, p. 167).

[219]. [Бисмарк считал статистику] очень малоприятной и собственно излишней. Saenger (1935, p. 452).

Автор никак не обосновал своего утверждения.

[220]. Грубую прозу статистики они [поэты] когда-нибудь облекут в стихи, потому что цифрами открывается сила, власть, людские слабости, пути истории и много других ... сторон мира ... Менделеев (1888, с. 54).

[221]. Можно ли вводить математические поправки в числа, в то время когда мы убеждены, что ошибки, пренебрегаемые нами, намного их превосходят? Quetelet (1869, t. 1, p. 112).

Неясно, что именно понимать под математическими поправками, вообще же мнение Кетле было, видимо, вызвано существованием систематических влияний, подлогов и неполнотой данных.

[222]. Теория вероятностей родилась почти в то же время как и ее младшая сестра, статистика, для которой она стала самой надежной и незаменимой спутницей. Это соответствие совсем не случайно; одна из этих наук в некотором роде спрашивает своим исчислением и согласовывает то, что другая добывает своими наблюдениями и своим опытом. Там же, с. 134.

[223]. Большинство статистиков, и даже лучших из них, знают лишь весьма смутно, не скажу, аналитической теории вероятностей, но ту ее часть, которая занимается оценкой средних. Quetelet (1846, p. 63).

[224]. До Кетле существовали статистические работы двух видов; в работах одного было слишком много формул и слишком мало (или вообще не было) эмпирических чисел; в других [работах] – много чисел и мало или вообще не было науки. Freudenthal (1966, p. 8).

К первому виду можно было бы отнести работы Пуассона и частично Курно, но все-таки Кетле, видимо, более правильно оценил существовавшую раздвоенность (№212).

[225]. Статистические науки не достигнут истинного прогресса, пока они не начнут доверять тому, что изучено математическими теориями. Фурье, его письмо Кетле, дата неизвестна. Quetelet (1826, p. 177).

[226]. [Пуассон] иногда упоминал в своих письмах, с суровой и малоуспокаивающей насмешкой, статистиков, которые склонны заменять своими измышлениями истинные принципы науки. Quetelet (1869, t. 1, p. 103).

[227]. Математику можно сравнить с мельницей ... но ... что именно вы получите, зависит от того, что вы заложите. ... Страницы, заполненные формулами, не дадут определенного результата из неточных данных. T.H. Huxley (1869, p. L).

Хаксли мог бы упомянуть и статистику.

[228]. Статистик должен стать математиком, ибо его наука есть наука математическая. Слуцкий (1912, с. 3).

[229]. Математиков, играющих в статистику, могут победить только статистики, вооруженные математикой. Чупров (1922b, с. 416).

[230]. В ряде случаев математическая статистика превращается в чисто формалистическое учение, абсолютно оторванное от конкретной действительности. ... Теория вероятностей не может рассматриваться как база статистической науки. Некраш (1947, с. 64, 77).

[231]. Статистическая теория не является ветвью математики. Статистика, как и инженерное искусство, нуждается во всей поддержке, которую она может получить от математики. Но ... математическая статистика просто не может существовать как отдельная дисциплина. ... В практических задачах статистика предлагает основу для некоторого образа действий ... уравновешивая риски [надежды] выигрыша и [риски] потери. Вот почему Максвелл
[см. №19] однажды заметил, что "истинной логикой для мира является исчисление вероятностей". Махаланобис, 1950 г.; Rao (1993, p. 339).

[232]. Кроме как в связи со своей работой в Индии, Махаланобис будет вспоминаться как один из пионеров, который, вместе с Карлом Пирсоном, Фишером, Нейманом и Вальдом, заложил фундамент статистики как отдельной дисциплины. Там же, с. 337.

[233]. Каждый легко может неверно использовать хорошие исходные данные. Deming (1950, p. 18). **Gaither и др.** (1996).

[234]. Не приходится надеяться поправить плохие, с большой дисперсией, измерения за счет их численности. Тюрин (1975, с. 59).

[235]. Статистический метод должен подчеркивать, что из несовершенных статистических данных нельзя вывести точные заключения. E.S. Pearson & Hartley (1954, vol. 1, p. 83).

[236]. Я часто говорю, что если мы можем измерить то, о чем говорим, и выразить это в числах, то мы знаем об этом кое-что. Но если мы не можем измерить этого, не можем выразить в числах, наше знание скудно и неудовлетворительно. Thomson, Lord Kelvin (1883, p. 80). Gaither и др. (1996).

[237]. Я далек от того, чтобы утверждать, что [математический] анализ должен быть всегда достаточен для умения рассуждать. Без сомнения, единственный метод, который можно успешно применять в науках, называемых естественными, состоит в наблюдении событий, а затем в подчинении наблюдений исчислению ... Будем же со рвением развивать математические науки без желания простирать их за пределы их области и не станем представлять себе, что можно браться за историю с формулами или одобрять мораль теоремами алгебры или интегрального исчисления. Cauchy (1821, p. v).

[238]. Благоприятные влияния, которые истинные учения, хорошие законы, благоразумные институты наверняка оказывают на отдельного человека и на общество, видны не только по рассуждению и логике, но также и по опыту. Следовательно, статистика предоставляет средство, в некотором роде безошибочное, чтобы судить, верно или ложно учение, разумно оно или порочно, полезен ли институт или вреден для интереса народа и его благополучия. Приходится быть может жалеть, что это средство не используется более часто с полной строгостью, которую требует решение задач. Оно в состоянии проливать яркий свет на истины, затемненные страстями и должным образом опровергать ошибки. Cauchy (1845, p. 242).

[239]. Можно сильно ошибиться в приложениях теории вероятностей [в статистике], если основываться лишь на числах, данных повторными наблюдениями без какого-либо иного знания, которого можно достичь, исходя из сути вопроса ... Мнение Гаусса, сообщенное Вебером (W.E. Weber, 1841); Gauss, *Werke*, Bd.12, pp. 201 – 204.

[240]. Такие статистики, которые производят наблюдения, не раздумывая зачем и как, и проделывают сложнейшие вычисления, не понимая, куда все эти перемножения и деления должны и могут их привести, чрезвычайно многочисленны, и им обязана статистика ... худой славой. Чупров (1903, с. 42).

[241]. Ни одна наука не является столь малопривлекательной, столь сухой и скучной как статистика, если только за нее не взялись разум и воображение или если тот, кто изучает ее, не заинтересован в ее предмете особым образом. Это последнее редко может относиться к молодым людям любого рода и звания. Playfair (1801, p. 16). **Gaither и др. (1996).**

[242]. Математик, статистик и философ подходят к теории вероятностей по-разному. Математик развивает ее формальные следствия, статистик применяет труды математика, а философ описывает в общих чертах к чему сводится это применение. Математик разрабатывает символический арсенал, не очень заботясь для чего он нужен; статистик использует его, а философ говорит о нем. Каждый из них лучше сделает свое дело, если будет знать что-то о работе двух остальных. Good (1959, p. 443).

[243]. Классическое определение вероятности, исходящее из так называемого принципа “отсутствия основания”, никого не удовлетворяет в качестве основы статистических приложений теории вероятностей. Чупров (1924, с. 164).

Указанный принцип ввел Крис (Kries 1886, p. 6), однако Кейнс (1921, p. 44) переименовал его в *принцип безразличия*. По существу же можно было добавить, что закон больших чисел позволяет пользоваться статистическими вероятностями.

[244]. Как и Вы [Н.С. Четвериков], я и посейчас ... не вижу возможности перекинуть формально-логический мост через трещину, отделяющую частость от вероятности ... А.А. Чупров, письмо 1923 г.; Шейнин (1990а, с. 92 – 93).

Чупров мог бы уже вспомнить об усиленном законе больших чисел.

[245]. Теория может быть проверена опытом. Но нет тропы, которая вела бы от опыта к рождению теории. Einstein (1976); **Gaither и др.** (1996).

[246]. Мы не должны допускать никаких причин для естественных вещей кроме таких, которые и истинны, и достаточны для объяснения их появления. Newton (1729, Кн. 3, Правило 1).

Уместно вспомнить Маймонида (Maimonides 1975, p. 123). Врачи, указывал он, должны вначале рекомендовать пациентам диету, затем слабые лекарства и лишь после этого – сильные лекарства. Судьи же обязаны вначале судить в благожелательном духе и лишь затем – более строго.

[247]. Если мы потворствуем причудливому воображению и строим свои собственные миры, нам не следует удивляться большому удалению от тропы истины и природы ... С другой стороны, добавляя наблюдения к наблюдениям и не пытаясь достичь ни достоверных выводов, ни предположительных взглядов, мы нарушаем самою цель, для которой только и должны производиться наблюдения. Я постараюсь придерживаться надлежащего среднего, но если мне придется уклониться от него, я не хотел бы впасть во второе заблуждение. W. Herschel (1785, p. 223).

[248]. Воображение ... может создавать гипотезы; часто оно искажает факты ... тогда гипотезы становятся опасными. Но когда на них смотрят только как на средство связывать между собой явления, чтобы открыть их законы; когда, избегая приписывать им реальность, исправляют их постоянно новыми наблюдениями, они могут привести к истинным причинам или по крайней мере дать нам возможность из наблюденных явлений вывести явления, которые должны породить данные обстоятельства. Лаплас (1814, с. 861, левый столбец).

[249]. Такова слабость человеческого разума, что он часто нуждается в помощи гипотез, чтобы соединить события друг с другом. Ограничивая этой целью применение гипотез и избегая придавать им реальность, которой они вовсе не имеют, и непрестанно исправляя их новыми наблюдениями, приходишь, наконец, к истинным причинам или, по крайней мере, к законам явлений. История философии являет нам не один пример преимущества, которые таким образом могут предоставить гипотезы. Laplace (1798 – 1825, t. 3, p. xi)

[250]. Следует полагать, что всегда дóлжно до тех пор предпочитать простейшие законы, пока наблюдения не заставят нас отбросить их. Laplace (1798 – 1825; t. 1, p. 135).

[251]. Ясно, что индукция, аналогия, гипотезы, основанные на событиях и проверяемые и непрерывно исправляемые новыми наблюдениями, являются основными средствами для достижения истины. Poisson и др (1835, pp. 176 – 177).

[252]. Заслуживает ли эта [кинетическая] теория тех усилий, которые посвятили ей англичане? ... Я сомневаюсь, что в настоящее время она способна объяснить все известные явления. Речь идет не о том, верна ли она. Это слово, поскольку оно относится к подобным теориям, не имеет никакого смысла. Речь идет о том, чтобы знать, исчерпана ли ее плодовитость или она еще может помочь делать открытия. Poincaré (1894, p. 246).

Здесь видна суть конвенционализма, отцом которого и был Пуанкаре.

[253]. Всякий закон есть лишь несовершенное и временное высказывание ... Мне думается, что кинетическая теория газов представляет яркий пример [этого]. Poincaré (1905, pp. 251 – 252).

[254]. Все научные выводы, покоящиеся на статистических данных, требуют критического исследования того основания, на которое они опираются. Newcomb (1902, p. 303).

[255]. Мне нравится, когда я это могу, делать всех счастливыми. Newcomb, записка без даты. Берлинская Staatsbibliothek, отдел рукописей, Darmstaedter J 1871 (11), Newcomb.

Дармштедтер был собирателем автографов и можно предположить, что Ньюком послал ему эту записку в ответ на его просьбу об автографе. Год 1871-й, возможно, указывает, когда он получил записку Ньюкома.

[256]. Нам придется привыкнуть к мысли о том, что следует считать науку не комплексом знаний, а системой гипотез, т. е. системой догадок или предчувствий, которые не могут в принципе быть подтверждены, но с которыми мы работаем до тех пор, пока они выдерживают испытания и про которые мы никогда не можем обоснованно знать, что они “верны” или “более или менее достоверны” или хотя бы “вероятны”. Popper (1935, p. 317); Gaither и др. (1996).

[257]. Мы вынуждены принять ... статистический метод вычисления и оставить строгий динамический метод, в соответствии с которым мы следим за каждым движением при помощи исчисления. Maxwell (1871b, p. 309).

[258]. [Статистический метод] еще мало известен и непривычен для рассудка [, но] он – единственный метод для изучения реальных тел. ... [Он] состоит в изучении вероятного числа элементов в каждой [исследуемой] группе. Maxwell (1871a, p. 253; 1877, p. 242).

Вероятное вместо *среднее*: так писали также Бертран и Пуанкаре.

[259]. [Результаты статистического метода] принадлежат не области точной науки, а другой области знания. Maxwell, лекция 1873г. (Campbell & Garnett 1882, p. 362).

Максвелл не уточнил своего высказывания.

[260]. Мы встречаемся с новым видом закономерности, на которую мы можем вполне положиться для всех практических целей, но который не может претендовать на то свойство абсолютной точности, которая принадлежит законам абстрактной динамики. Maxwell (1873, p. 374).

[261]. Можно сравнить закономерность средних значений с достойным восхищения постоянством доставляемых статистикой средними числами ... Определение средних значений это задача теории вероятностей. Проблемы механической теории тепла поэтому являются проблемами теории вероятностей. Boltzmann (1872, p. 316).

Можно предположить, что Больцман ознакомился с сочинениями Кетле, но вот на Лапласа он ни разу нигде не сослался.

[262]. Факты, вначале казавшиеся нам простыми, являются лишь результатом большого числа элементарных фактов, которые направляются к единой цели лишь по законам случая. И физический закон принимает совершенно новый вид; он [выражается] не только дифференциальным уравнением, но также принимает характер статистического закона. Poincaré (1905, p. 210).

[263]. Современная наука в своих наивысших достижениях чем далее, тем все больше переходит на стохастико-статистическую точку зрения. Чупров (1922a, с. 161).

[264]. Статистический метод несомненно будет сохранять свои собственные достоинства до тех пор, пока наука не овладеет другими, более точными методами. Однако, статистические выводы нельзя рассматривать наравне с законами природы уже потому, что эти выводы относятся только к определенным явлениям. Статистика бессильна

открыть истинные причины тех правил, которые она устанавливает. Как и любые иные правила, они подвержены исключениям и [даже] коренным изменениям. Бекетов (1892, с. 45).
Обратный перевод.

Автор оказался неправ: статистика сохранила свои достоинства. Истинные причины статистика устанавливает совместно со специалистами соответствующей науки.

[265]. Мы не можем избавиться от детерминизма. Выставьте его за дверь, постулируя бессвязность, – он влетит обратно через окно под личиной статистических законов. Ekeland (1991, p. 50).

[266]. Вопросники никогда не бывают совершенными, просто некоторые из них лучше других. Deming (1950, p. 31); **Gaither и др.** (1996).

[267]. Статистические действия и планирование эксперимента являются лишь двумя различными сторонами одного и того же целого, а именно логических требований единого процесса пополнения знания путем опытов. Fisher (1935, с. 3).

[268]. Разум не способен полностью представить себе значение хоть сколько-нибудь значительного количества числовых данных. Fisher (1925, p. 6)

[269]. Диаграммы могут облегчить предварительное исследование большинства исходных данных. Они ничего не доказывают, но наглядно показывают отличительные черты. Они поэтому не заменяют таких критических исследований, которым могут быть подвергнуты исходные данные, но они ценны тем, что подсказывают такие исследования и поясняют выводы, основанные на них. Там же, с. 24.

[270]. Во время экспериментирования начальная гипотеза никогда не доказывается и не устанавливается, но возможно не одобряется. Можно сказать, что каждый опыт существует лишь для того. чтобы дать фактам возможность проверить начальную гипотезу. Fisher (1935, p. 16).

[271]. Знание среднего значения это скудная частица информации. ...
Трудно понять, почему статистики обычно ограничивают свои исследования средними и не наслаждаются более исчерпывающим взглядом. Они, видимо, столь же плохо воспринимают очарования разнообразия, как уроженец наших равнинных английских графств, чье воспоминание о Швейцарии свелось к тому, что, будь ее горы сброшены в ее озера, можно было бы избавиться от двух неприятностей зараз. Galton (1889, pp. 35, 62).

[272]. Я заключаю, что вероятности, равные [1/10 000] или более низкие**,** должны почитаться равными нулю. Buffon (1777, p. 459).

В соответствии со своей таблицей смертности, Бюффон назвал пренебрегаемой вероятность 56-летнему мужчине умереть в течение ближайших суток.

[273]. События с достаточно низкой вероятностью никогда не происходят или по крайней мере мы должны во всех случаях поступать так, будто они невозможны. Borel (1943, pp. 2 – 3); **Gaither и др.** (1996).

Иначе говоря, должны пренебрегать малыми ошибками 1-го рода.

[274]. Вспомним, что Титаник не мог утонуть; вероятность этого была даже не бесконечно мала, а равна нулю. Это было широко разрекламированно, но он затонул при первом же плавании. Ekeland (1991, p. 142).

[275]. Выражение *корреляция* или *корреляция структуры* часто применяется в биологии, и не в наименьшей степени в той ее отрасли, которая относится к наследственности, а еще чаще заметна идея корреляции. Но я не знаю ни о каких нынешних попытках ясно определить ее, подробно проследить образ ее действия или показать как измерять ее уровень. Galton (1888, p. 135); Mackensie (1981, p. 66).

[276]. Положительная часть [теории корреляции] не велика и состоит в простом применении способа наименьших квадратов к разысканию линейных зависимостей. Но ... не довольствуясь приближенным определением различных коэффициентов, [она] указывает еще их вероятные погрешности и здесь она вступает в область фантазии, гипноза и веры в математические формулы, которые в действительности не имеют твердого научного основания. Марков (1916, с. 533).

В те времена действительно можно было резко критиковать еще неокрепшую теорию корреляции, хотя разыскание зависимостей (пусть только линейных) все-таки важна. См. комментарий Линника (Марков 1951, с. 670). В посмертном издании своего руководства Марков (1924) не повторил своей критики, но и не рассмотрел теорию корреляции достаточно подробно.

[277]. Такие приемы как построение кривых распределения, “выравнивание” рядов, интерполяция не только не способствуют выяснению реального характера изучаемых явлений, но, наоборот, могут давать о них искажающие действительность представления. ... Так называемый метод корреляции ... по существу ничего не прибавляет к результатам элементарного анализа. Кауфман (1922, с. 152).

В посмертном издании этого сочинения (М., 1928, с. 214) мы узнаем, что теория корреляции – “один из самых важных и удивительных отделов современной статистики”. Книга была, однако, серьезно переработана и, в частности, только что цитированное высказываение сформулировал В.И. Романовский.

[278]. Знание статистики схоже со знанием иностранных языков или алгебры; оно может оказаться полезным в любое время и при любых обстоятельствах. Bowley (1901, p. 4).

[279]. В каждой науке, в каждом искусстве и объекте изучения существует статистическая или количественная часть. Ее находят в агрономии, медицине, во всех областях административного управления, во всех физических и естественных науках вплоть до моральных наук. Она занимает очень большое место в ботанической географии. Что до меня, сознаюсь, я люблю числа настолько же, насколько другие их ненавидят. Но что мне нравится, это не накоплять числа, а выяснять, до какой степени надлежит отбирать значения, обсуждать их и, иначе говоря, подчинять их законам логики и здравого смысла. Alph. DeCandolle (1855, t. 1, p. xvi).

[280]. [Название вопросника:] Элементы, которые естественные науки должны доставлять статистике, чтобы она смогла в наиболее полной форме представлять различные проявления социальной жизни. *Congrès* (1858, p. 390).

Интересная мысль, но вот только “доставлял” ли кто-то подобные элементы статистикам?

[281]. Естествоиспытатели почти всегда пренебрегают исчислением вероятностей. И тем не менее возможны ее многочисленные приложения почти ко всем отраслям естествознания. ... Если исключить минералогию, исчисление вероятностей, как это видно, является единственной отраслью математических наук, которая приложима к естествознанию. Geoffroy Saint-Hilaire (1857, pp. 645, 646).

Наряду с исчислением вероятностей следовало бы упомянуть статистику. Минералогия, а точнее выделившаяся из нее петрография, все-таки использует статистические методы для оценки месторождений полезных ископаемых. И напрасно автор забыл о математическом анализе, особенно в связи с физикой.

[282]. Коротко говоря, статистика царствует и наслаждается в самом сердце физики. Edgeworth (1913, p. 167); Gaither и др. (1996).

[283]. Статистические идеи [в кинетической теории газов в середине XIXв.] оставались несколько обособленными ... до тех пор, пока Гиббс не осознал коренную сущность статистической механики и не проложил путь к нынешней квантовой механике. Fisher (1953, p. 4).

[284]. В 1953 г., в разговоре со мной, который я сразу же записал, E.S. Wilson, студент и почитатель Гиббса, сказал мне, что Гиббс всегда читал лекции выше понимания своих студентов и всегда вообще отказывался обучать студентов последнего курса ... Гиббс сказал ему однажды, что за все свои преподавательские годы у него было всего только шесть студентов [включая его самого], достаточно подготовленных по математике и физике, чтобы следовать за ним. Truesdell (1976 – 1981, p. 415).

[285]. После времен застоя теория вероятностей завовевала в физике основополагающее значение ввиду окончательной победы атомистического подхода. Она является сегодня важнейшим инструментом при исследованиях в области современной теории материи, электроники, радиоактивности и теории излучения. Существо теории вероятностей вполне соответствует ныне господствующей тенденции свести по примеру кинетической теории газов все законы физики* к статистике скрытых элементарных событий, так чтобы их "простота" воспринималась как вторичное следствие закона больших чисел.

* До сих пор незатронутыми этой тенденцией остались лишь уравнения Лоренца электронной теории, закон [сохранения] энергии и принцип относительности, однако вполне возможно, что со временем точные формы законов также будет дозволено заменить статистическими закономерностями. Smoluchowski (1918, p. 253).

[286]. Через какое-то время первые главы всех учебников по наукам, основанным на опыте [экспериментальным наукам] будут посвящены приложению теории вероятностей [и статистики] к искусству наблюдения. Bessel (1848a, p. 398).

[287]. Это [лунное] неравенство, хотя и указываемое наблюдениями, игнорировалось большинством астрономов, потому что оно не казалось результатом теории всемирного притяжения. Однако, я подверг существование этого неравенства анализу вероятностей, и оно показалось мне указанным со столь значительной вероятностью, что я счел долгом отыскать его причину. Я скоро заметил, что оно не может быть вызвано ничем, кроме эллиптичности земного эллипсоида, которым в движении Луны до сих пор пренебрегали. Laplace (1812, p. 361).

Прекрасный пример приложения статистических данных в естествознании! К сожалению, никаких следов своих вероятностных вычислений Лаплас не оставил.

[288]. Указывая философу физических наук, где он может, а где не может разумно надеясь на успех, применять исследование причин, исчисление вероятностей ... может ... служить ему как путеводное и контролирующее начало. Spottiswoode (1861, p. 154).

[289]. Совпадения, вообще говоря, представляют собой серьезнейшие камни преткновения для класса мыслителей, воспитанных так, чтобы ничего не знать о теории вероятностей, – о той теории, которой самые великолепные объекты исследования обязаны самыми великолепными примерами. Poe (1841).

Совпадения, а точнее последовательности событий изучаются математической статистикой. Вообще же По, видимо, имел в виду Лапласа, т. е. приложение теории вероятностей к естествознанию и статистике населения. Ему же (Poe 1845) принадлежит высказывание, которое много позднее было официально принято в Советском Союзе вслед за Энгельсом: математика это “наука о формах и количестве”.

[290]. Под коллективным объектом я понимаю объект, состоящий из неопределенно большого числа экземпляров, изменяющихся случайным образом и соединенных друг с другом каким-либо понятием. Fechner (1897, p. 3).

Весьма значительная заслуга Фехнера перед статистикой состоит в том, что он пытался систематически исследовать ряды наблюдений, обладающих асимметричной плотностью; высокое мнение о нем высказали и К. Пирсон, и Мизес, см. Шейнин (2005, с. 209).

[291]. Вавилонская башня не была построена, потому что рабочие не могли объяснить друг другу, как ее надо построить. Мое психофизическое сооружение вероятно устоит, потому что рабочие не могут понять, как можно ее снести. Fechner (1877, p. 215).

[292]. В течение последних 60 или 80 лет статистические методы и исчисление вероятностей вторглись в одну отрасль науки за другой. Они независимо, как это действительно представляется, заняли более или менее быстро центральное положение в биологии, физике, химии, метеорологии, астрономии, не говоря уже о таких политических науках, как экономика народного хозяйства и т. д. Вначале этот процесс мог казаться побочным: ставший доступным, новый теоретический аппарат начал применяться везде, где он помогал, так же, как микроскоп, электрический ток ... или интегральные уравнения. Но что касается статистики, дело было не только в подобном совпадении.

При своем первом появлении новый аппарат чаще сопровождался извинением: он [мол] применялся лишь для исправления наших недочетов, нашего незнания подробностей или нашей неспособности справляться с обширными материалами наблюдений. ... Но отношение изменяется ... отдельный случай совершенно неинтересен ... В чем мы действительно заинтересованы, так это в работе самого статистического механизма ... первым ученым, осознавшим жизненную силу статистики, был Дарвин. Его теория основана на законе больших чисел. Schrödinger (1944).

Внедрение статистического метода в химию вряд ли изучено. Первыми, кто осознали роль статистики в естествознании, были все-таки, если ограничиться несколькими именами, Ламарк, Гумбольдт, Пуассон. См. Шейнин (2005, с. 140 – 141 и 191 – 212).

[293]. Таким образом, это две разные вещи, – либо ожидание или значение будущего [максимального] возраста какого-либо человека, либо возраст, достигнуть или не достигнуть которого он, как представляется, имеет равные возможности. Первое служит для установления [стоимости] пожизненных рент, а второе – для заключения пари. Huygens, письмо 1669 г.; Huygens (1888 – 1950, t. 6, p. 537).

Ожидание Гюйгенс все-таки пояснил не совсем точно.

[294]. Переписи, ... будучи введены в практику и повторяемые через надлежащие промежутки времени, предоставили бы нашим правителям и нам самим важные указания, в которых мы сейчас очень сильно нуждаемся. И особенно, если вся масса населения будет разбита на соответствующие классы женатых и холостых, трудолюбивых и бедных по собственной вине, ремесленников всякого рода, предпринимателей и т. д., и если сделать это в каждом графстве, крупном и небольшом городе по отдельности, конкретные полезные выводы могли бы тогда легко быть получены и было бы обнаружено общее состояние нации, а также степень, в которой человеческая жизнь расточается из года в год. ... В таблицах смертности годы, кратные 10, обычно перегружены. De Moivre (1724, pp. 348 и 347).

В отличие от Граунта (№188), Муавр уже полагает, что статистика нужна всем.

[295]. Эйлер в сущности впервые подвел вполне отчетливый математический фундамент под целый ряд основных понятий демографии. ... Эйлер же с максимальной ясностью сформулировал основные принципы, на которых должно строиться дело личного страхования ... Паевский (1935, с. 103).

[296]. Способ составления таблиц смертности очень прост. Берут из гражданских актов большое число людей, рождение и смерть которых указаны. Определяют, сколько из них умерло на первом году жизни, сколько на втором, и т. д. ... Столько непостоянных причин влияет на смертность, что таблицы, ее представляющие, должны меняться, смотря по месту и времени. Лаплас (1814, с. 852, правый столбец).

Лаплас как-то упрощенно описал серьезнейшую задачу статистики. В частности: если таблицы “должны меняться, смотря по ... времени”, то как объединять данные за многие десятилетия?

[297]. Лишь в последнее время начали различать пол в таблицах смертности. Quetelet & Smits (1832, p. 33).

[298]. По современной стоимости крупный брачный договор не пропорционален договору на небольшую сумму. Ибо договор на 1000 зуз может быть продан ... за 100, но будь нарицательная стоимость 100, договор можно было бы продать не за 10, а за несколько меньшую сумму. Маймонид (**Rabinovitch** 1973, p. 164).

Деньги по таким договорам получали только вдовы и жены в случае развода. Здесь виден зародыш понятия математического ожидания.

[299]. Мы [в Англии] начали заниматься [страхованием от несчастных случаев и заболеваний] примерно в середине XVIв., тогда как в Италии этот цивилизованный вид страхования практиковался уже в конце XIIв. Guy (1885, p. 74).

[300]. Обширные исследования признают, что страхование жизни вступило в свои права не через парадное крыльцо, а протиснувшись сквозь грузовые люки морского страхования. O'Donnell (1936, p. 78).

[301]. С незапамятных времен среди коммерсантов в нашем королевстве и в других государствах существовал обычай при существенном рискованном предприятии уплачивать некоторое вознаграждение другим лицам, которые страховали бы их имущество, товары, корабли и вещи, подвергаемые риску. ... Этот вид деятельности обычно называется страховым полисом. Из официального английского документа 1601 г. Шейнин (1977, с. 207).

[302]. Я отказался от вознаграждения за его бюст и [потраченную] бронзу, и он устроил так, что оставляет себе эти деньги, уплачивая мне 15% [годовых] пожизненно. Cellini (1965, §80, p. 385).

Бенвенуто Челлини родился в 1500 г. Он довел свою биографию до 1562 г.

[303]. Можно рассматривать свободный народ как большую ассоциацию, члены которой взаимно поручились за свое имущество, неся пропорциональные расходы по этому поручительству. ... Насколько игра безнравственна, настолько же эти [страховые] учреждения улучшают нравы. ... Лаплас (1814, с. 854, правый столбец).

[304]. Тонтины развивают две пагубные наклонности. Они предрасполагают к ожиданию от случая того, что должно быть плодом выгодного для всех трудолюбия или обычного результата деятельности институтов. Кроме того, они вызывают желание усилить личное благосостояние путем изоляции от остального общества. Fourier и др. (1826, p. 619).

[305]. Все те случаи, в которых под видом страхования жизни скрываются сделки не о восстановлении действительной потери, а о выдаче той или иной суммы по наступлению известного события, не наносящего ущерба страхователю, не следует относить к страхованию; они являются злоупотреблением идеей страхования. Никольский (1895, с. 243).

[306]. [Наука страхования жизни] была больше обязана ранним исследователям исчисления конечных разностей и особенно Ньютону, чем ранним работам по теории вероятностей. ... Я часто сожалею, что курсы по технике вычислений в этой дисциплине так редко предлагались кому-либо кроме студентов-актуариев. Fisher (1953, p. 1).

[307]. Человек, которого я здесь рассматриваю в обществе, аналогичен центру тяжести тела. Он является средним, около которого колеблются социальные элементы. Он – фиктивное существо. Quetelet (1832a, p. 4).

[308]. Если определить среднего человека для нации, он представит собой ее тип. Quetelet (1832b, p. 1).

Кетле сделал слишком большой упор на среднего человека, да и определил его недостаточно четко. *Средним* иногда было среднее арифметическое, а иногда – медиана, что, однако, представляет лишь самое незначительное замечание по этому поводу. См. Шейнин (2005, с. 179 – 181).

[309]. В тело среднего человека бельгийский автор вложил среднюю душу. [Средний человек] лишен страстей и пороков, он ни безумен, ни мудр, ни невежда, ни ученый ..., зауряден во всем. После того, как он поедает в течение 38 лет средний паек здорового солдата, ему положено умереть не от старости, а от средней болезни, которую обнаруживает в нем статистика. Bertrand (1888, p. XLIII).

Совершенно неверно, что средний человек лишен страстей: средние наклонности к преступлению и к женитьбе, которые ввел Кетле, он отнес к среднему человеку, который, кстати, полезен по меньшей мере как средний потребитель и средний производитель. Фреше (Fréchet 1949) заменил его близким к нему *типичным* человеком.

[310]. [Таблица, составленная Кетле (Quetelet 1836, t. 2, p. 313 и в более ранних сочинениях 1832 и 1833 гг.), извлечение]

Личность обвиняемого и вероятность его осуждения	
Наличие высшего образования	0.400
Обвинение в преступлении против человека	0.477
Женщина	0.576
Возраст более 30 лет	0.586

Без каких-либо данных	0.614
Мужчина	0.622
Неграмотен	0.627
Возраст менее 30 лет	0.630
Обвинение в преступлении против собственности	0.655

[311]. Любой скорее оправдает преступника чем признает виновным невинного. Аристотель, Problemata 951b 0.

Здесь заметен зародыш понятия об ошибках 1-го и 2-го родов. Аналогично высказался Фома Аквинский (Шейнин 1974, с. 108). Даже в Воинском уставе России 1716 г. сказано: "Много лучше освободить десять виновных, чем приговорить к смерти одного невинного" (*Полн. собр. законов Росс. Империи с 1649 г.*, т. 5. СПб, 1830, с. 403; опубл. на русск. и нем. языках).

[312]. Таблицы преступности для различных возрастов заслуживают по меньшей мере такого же доверия, как таблицы смертности. Quetelet (1842, p. 14).

[313]. Особенно удивительно, что идея исследования рецидивистов полностью ускользнула от [Кетле] … Представляется правдоподобным, что эти недочеты [при подсчетах наклонности к преступлению] были вызваны ... по меньшей мере частично несовершенством имевшихся данных. Landau & Lazarsfeld (1978, p. 831).

[314]. Есть бюджет, который уплачивается с ужасающей правильностью, – это бюджет тюрем, каторги и эшафотов, т.е. тот, к уменьшению которого следовало бы особенно стремиться; и ежегодно числа подтверждают мои предвидения ... есть дань, которую человек уплачивает с большей регулярностью, чем та, которую он должен уплатить природе или государственной казне, – это дань преступлению! ... Мы можем заранее вычислить, сколько людей запятнают руки кровью себе подобных, сколько станет подделывателями, сколько – соблазнителями; почти так же, как можно заранее вычислить количество имеющих родиться и умереть. Общество включает в себе зародыш всех совершаемых преступлений, равно как и средств, необходимых для их осуществления. Это оно в некотором смысле подготавливает преступления, а виновные являются лишь его исполнителями. Всякий социальный строй предполагает определенное количество и определенный порядок преступлений, которые вытекают из его организации как необходимое следствие. Quetelet (1836, t. 1, p. 12).

Здесь есть внутреннее противоречие: сначала Кетле утверждает, что [относительное!] число преступлений более постоянно, чем долг природе, а затем утверждает обратное. Далее, следовало бы говорить не о людях вообще, а о взрослых и притом не очень старых людях. Последняя фраза фактически означала, что относительное постоянство преступлений имело место только при более или менее постоянных социальных условиях. Наконец, особое условие для постоянства числа преступлений состоит в неизменности квалификации последних и постоянстве уголовных кодексов. Кетле оказался отцом моральной статистики, которая в то время изучала преступность, самоубийства и женитьбы и элементы которой были у Зюссмильха и даже Граунта.

[**315].** Вместо преходящих моральных проповедей [о самоубийцах] я ... привел наглядные факты, которые настоятельно рекомендую вниманию правительства. Casper (1825, p. xi).

[316]. Посмотрим, как реально обстоит дело с этими удивительными постоянством и закономерностью [преступлений] в ряде прославленных образцовых примеров. ... Кетле безосновательно торопился утверждать возбуждающую ужас точность в повторении чисел. Rehnisch (1876, p. 47 и 52).

Кетле невнимательно изучил данные за различные годы, см. Шейнин (1986, p. 300).

[317]. Если статистика говорит мне, что я в течение ближайшего года умру с вероятностью 1:49, и что с еще более высокой вероятностью буду оплакивать болезненные пустоты в круге дорогих мне лиц, то я должен смиренно склониться перед этой суровой правдой. Но если она, опираясь на подобные средние числа, захочет мне сказать, что с вероятностью 1 к такому-то числу я [совершу преступление], то я смогу не колеблясь ответить: сапожник, не суди превыше сапога! Rümelin (1867, p. 25).

Физически здоровый человек с таким же правом может не согласиться с выводами таблицы смертности (Чупров 1909, с. 211 – 212). Главное, однако, здесь в том, что Кетле недостаточно подчеркивал, что его средние наклонности к преступлению не относятся к отдельному человеку.

[318]. Зарождение [моральной статистики] принято относить к 1741 – 42 гг., времени первого издания *Божественного порядка* Зюссмильха. ... Возрождением своим в 20-х годах нашего [XIX] столетия нравственная статистика обязана больше всего общему оживлению теоретической мысли, первый толчок к которому был дан блестящей школой французских математиков. Не меньшее влияние оказало появление богатых материалов по некоторым областям нравственной статистики, преимущественно по статистике уголовной. Чупров (1897, с. 403, 404).

[319]. Количественные соотношения ежегодных браков, внебрачных рождений или подкидышей почти всюду изменяются слабее, чем смертность. Даже при изрядно больших числах отношение мужских и женских рождений или годичные количества близнецов часто колеблются сильнее, чем количества браков или преступников, которые, однако, следует считать [результатами] свободной воли. Chr. Bernoulli (1842, p. 17).

[320]. Исчисление вероятностей [в приложении] к таким моральным вещам, как приговоры трибуналов, или голосованиям в ассамблее, представляется месье Пуансо извращенным применением математических наук. Он полагает, что нельзя вывести никакого следствия, которое могло бы послужить совершенствованию решений, принимаемых людьми. Как сказал сам Лаплас [следует цитата, которую мы привели в №69]. Одна лишь мысль о приложимости исчисления к вещам, в которых смешиваются несовершенное просвещение, невежество и страсти людей, может привести некоторых к опасным заблуждениям, и в основном это соображение склонило месье Пуансо взять на минуту слово по столь маломатематическому вопросу. Выступление в прениях по докладу Пуассона. Poisson (1836, p. 380).

[321]. К решениям большинством голосов ... должна иметь отношение математическая теория вероятностей. Курно (1843, §192).

[322]. Существуют ... источники ошибок, по своей природе одновременно влияющие на всех. Там же, §206.

В указанном сочинении автор посвятил главу попытке исследовать судопроизводство с учетом зависимости между решениями судей (заседателей) и по крайней мере наметил какие-то элементарные шаги в этом направлении.

[323]. Подсудимый ... уже был задержан и содержался до суда под арестом, вероятность его виновности выше 1/2. Poisson (1837a, p. 4).

Пуассон был прав, предложив вводить в формулы априорную вину подсудимого, но все же следовало прямо напомнить о презумпции невиновности каждого отдельного подсудимого.

[324]. Неудачные приложения исчисления вероятностей ... сделали [его] настоящим позором математики. Достаточно упомянуть о его приложении к установлению достоверности свидетелей и правильности приговоров, выносимых присяжными. Милль (1843, с. 490).

[325]. Законы случая неприменимы к таким вопросам [к судопроизводству]. Многочисленные причины приходят в действие, беспокоят людей, увлекают их направо и налево, но есть вещь, которую эти причины не могут разрушить, это наши привычки панургова стада [баранов]. Poincaré (1896, p. 22).

Кондорсе, Лаплас и Пуассон исследовали идеальный случай независимых свидетелей и судей; лишь Лаплас (1812, p. 523), да и то мимоходом, помянул эту предпосылку и не следует забывать и мнение Гаусса (№329). Да и вообще работы указанных ученых привлекли внимание общественности к проблемам отправления правосудия. Интерес к приложению теории вероятностей к судопроизводству возродился, см. Heyde & Seneta (1977, p. 34). К авторам, упомянутых там, мы добавим Zabell (1988), Gastwirth (2000) и Dawid (2005). Последний подчеркнул важность истолкования косвенных вероятностных данных. Впрочем, уже Лейбниц (Keynes 1921, p. 400, без точной ссылки) утверждал, что в судопроизводстве учет всех вероятностных обстоятельств важнее вычислений.

[326]. Приложение исчисления вероятностей к моральным наукам это, не помню уж кто это сказал [Милль], позор математики, потому что Лаплас и Кондорсе, которые хорошо вычисляли, получили результаты, лишенные здравого смысла! Ничего из всего этого не имеет научного смысла ... Пуанкаре, письмо примерно 1899 г., *Procès* (1900, t. 3, p. 325).

Письмо было написано в связи с делом Дрейфуса. Кондорсе, разумеется, предшествовал Лапласу. Следующее утверждение также было вызвано делом Дрейфуса.

[327]. Приложение исчисления вероятностей к этим темам [к исследованию почерка] незаконно [не оправдано]. Poincaré и др. (1906, p. 245).

[328]. Лаплас отверг результаты Кондорсе, Пуассон не принял выводов Лапласа. Ни тот, ни другой не смогли подвергнуть анализу то, что по существу ускользает от него: шансы ошибки разума ... при плохо известных событиях и неточно определенных правах. Bertrand (1888, p. 319).

Подобные категорически отрицательные и подчас либо неверные, либо поверхностные (как в данном случае) высказывания были характерны для Бертрана, см. также №№.81, 309, 530. Упоминание прав, видимо, означало, что он имел в виду гражданские процессы.

[329]. Теория вероятностей может предоставить законодателю путеводную нить для определения числа свидетелей и судей, хотя она ничего и не укажет в единичном случае. Гаусс в 1841 г., по сообщению Вебера (W.E. Weber); Gauss (*Werke*, Bd. 12, pp. 201 – 204).

[330]. [Лотерея] по сути налог на несчастливых самонадеянных дураков. Petty (1662, p. 64).

Подробно о предрассудках писали Монмор (1708, предисл.) и Муавр (1756, предисл.), см. Шейнин (2006, с. 52 и 83 – 85), и Лаплас (1814, с. 855, левый столбец) многое подобное повторил.

[331]. Среди игроков, одни выбирают номера, потому что они долгое время не выходили, другие, напротив, – те, которые выходили наиболее часто. Poisson (1837a, pp. 69 – 70).

[332]. Такой-то, говорите вы, получил первую ставку и вдруг приобрел состояние – почему такая же ставка не достанется и мне? Вы невольно сравниваете себя с выигравшим и не хотите подумать, что гораздо естественнее поместить себя в число проигравших, потому что их несравненно более. Остроградский (1847).

[333]. [Рулетка] не имеет ни воли, ни памяти. Bertrand (1888, p. XXII).

[334]. [Из закона больших чисел следует, что] в ряду событий, неопределенно продолженном, действие регулярных и постоянных причин должно со временем перевешивать действие причин нерегулярных. [Его пример: верная прибыль от лотерей.] Благоприятные многочисленные шансы постоянно связаны с соблюдением вечных принципов разума, справедливости и гуманности ... следовать этим принципам представляет большое преимущество, а уклоняться от них – значительное неудобство ... Лаплас (1814, с. 842, левый столбец).

[335]. Особое развитие этого закона [больших чисел] заметно в книге Дарвина [*Происхождение видов*] и в *Истории цивилизации в Англии* Г.Т. Бокля [1857 – 1861]. Из этих сочинений мы видим, что жизнь это борьба, в которой даже незначительные, но постоянные силы производят великие последствия. Ващенко-Захарченко (1864, с. 69).

[336]. Математика [и, в частности, теория вероятностей] основана на дедукции, а статистика – на индукции. Haushofer (1872, p. 107 – 108).

Этим соображением Хаусхофер оправдывал отказ от приложения теории вероятностей в статистике. Однако, статистика лишь частично основана на индукции, и, кроме того, закон больших чисел позволяет переходить от дедукции к индукции. Тем не менее, Кнапп (Knapp 1872, с. 116 – 117) прямо заявил, что этот закон не имеет большого значения для статистиков, поскольку они-де всегда производят только одно наблюдение, как, например, городскую перепись.

[337]. Требуется нечто еще, кроме наполнения лапласовых урн разноцветными шариками, чтобы извлечь из них теоретическую статистику. С приложением к статистике населения дела обстоят досадно, так как здесь отсутствует всякое подобие [требуемых] условий. Knapp (1872, p. 117).

Действительно, статистика не сводится к теории вероятностей, но сам Кнапп был противником приложения последней (Шейнин 1990а, с. 22 – 23).

[338]. Простейшее рассуждение подскажет каждому, что ему следует распространять свои социальные инстинкты и симпатии на всех членов той же нации ... Достигнув однажды этой точки, останется лишь искусственная преграда распространению его симатий на людей всех наций и рас. Darwin (1871, p. 188).

Даже Дарвин ошибался.

[339]. [Характеристика Кетле.] Богатый мыслями, но неметодический, а потому и нефилософский ум. Knapp (1872, p. 124).

[340]. [О Кетле.] Обещания, надежды и достижения 1835 – 1836 гг. оставались без изменения вплоть до последнего издания *Phys. Soc.* [*Соц. физика*] в 1869 г. В течение всех этих 33 лет он не достиг ничего действительно стóящего. Гальтон, письмо 1891 г.; K. Pearson (1914 – 1930, 1924, p. 420).

[341]. В прошлом у него [у Кетле] большая заслуга; он доказал, что даже кажущиеся случайности общественной жизни вследствие их периодической возобновляемости и периодических средних цифр обладают внутренней необходимостью. Но объяснение этой необходимости ему никогда не удавалось. Он не двигался вперед, а только расширял материал своего наблюдения и исчисления. Маркс (1869); Маркс и Энгельс (1964, с. 495 – 496).

В смысле "доказательства" возобновляемости это мнение слишком благосклонно.

[342]. До Кетле существовали статистические бюро со статистиками, но не было статистики. Freudenthal (1966, p. 7).

[343]. Мы полагаем, что лишь в немногих странах исчисление вероятностей занимает столь значительное место в высшем образовании как в Бельгии. ... Во Франции ... оно преподается лишь случайно как дополнение к курсу математической физики в Сорбонне. В Политехнической школе ему посвящают лишь несколько лекций в курсе анализа и астрономии. В Германии ... теория уравнивания ошибок наблюдений часто является целью специальных лекций, но исчисление вероятностей там редко излагается во всей его полноте. Mansion (1905, p. 3).

Автор объясняет это влиянием Кетле. По поводу математической физики см. №163.

[344]. Вы – достойный образец активности и мощи для всех работников науки, и если я не могу служить таким же примером как Вы, я, по крайней мере, ценю его. Фарадей, его письмо Кетле 1841г. Faraday (1971, vol. 1, p. 398).

Фарадей имел в виду изучение атмосферного электричества.

[345]. Растения и животные остались такими, какими они вышли из рук Творца. Некоторые виды, правда, исчезли, а другие постепенно появились. Quetelet (1846, p. 259).

Ни в одном из своих сочинений Кетле ни разу не упомянул Дарвина.

[346]. [Кювье описал телосложение многих угасших животных в многочисленных окаменевших костях. Так] не указывает ли это, что в природе существует склонность к изменению даже вещей по-видимому наиболее неизменных? Laplace (1796, p. 480).

[347]. Я не боюсь следовать примеру ... Гумбольдта; он предложил мне слово [антропометрия], заимствованное из греческого языка, в качестве заглавия моего труда (1871). Quetelet (1870, p. 671).

Кетле (1869) еще до этого много занимался антропометрией, а новый термин ограничил область применения антропологии.

[348]. Наше (более молодое) поколение статистиков вряд ли может представить себе то болото, в котором статистическая теория очутилась после развала системы Кетле и выход из которого в то время был найден только Лексисом и Борткевичем. Anderson (1932, p. 531).

Система Кетле развалилась потому, что статистики посчитали ненужными его построения, основанные на элементах теории вероятностей, ср. №317.

[349]. Я действительный член Международного статистического института, член-учредитель Международного эконометрического общества, был членом “Международной конференции экономистов сельского хозяйства” и ее корреспондентом по Болгарии, членом Болгарского экономического общества, представлял членство своего института в Королевском экономическом обществе и т. д. До 1939 г. был также ассоциированным членом Комитета статистических экспертов Лиги наций в Женеве.

Меня неоднократно приглашали читать официальные доклады за рубежом [Болгарии]. ... Я также естественно принимал активное участие во многих научных конференциях и международных конгрессах и много раз привлекался к международным научным экспертизам. Кроме того, в 1929 – 1942 гг. я был соредактором ежеквартальника Генеральной дирекции статистики Болгарии. По случаю прекращения моей работы царь Болгарии наградил меня крестом Ордена за гражданские заслуги. Anderson (1946, p. 1).

В 1942 г. Андерсон переехал из Болгарии в Германию и прожил там всю оставшуюся жизнь.

[350]. Постыдное состояние наших [военных] больниц в Четеме это лишь еще один признак нашей системы, которая в Крыму погубила 16 тыс. человек, что оказалось самым впечатляющим опытом, испытанным в современной истории в большом масштабе по определению, сколько человек можно намеренно уничтожить одними лишь плохим питанием и плохим воздухом. Florence Nightingale; Kopf (1916, p. 390), без указания источника.

Найтингейл ссылалась на Крымскую войну середины XIXв. Положение на русской стороне описал Н.И. Пирогов, также непосредственный участник войны.

[351]. Ежегодная смертность населения, превышающая 17 на тысячу, это неестественная смертность. Если бы людей расстреливали, топили, сжигали, травили стрихнином, их смерть была бы не более неестественной, чем смертность, скрытно вызванная болезнями и превышающая 17 на тысячу живущих. Farr (ca. 1857; 1885, p. 148).

Фарр добавил, что и 1.7% это слишком высокая смертность, так как даже там, где она ниже, санитарные условия неудовлетворительны. Это свидетельствовало о той роли, которую он придавал общественной гигиене. За двести лет до этого Граунт посчитал, что смертность в Лондоне составляла 3.3%.

[352]. Фарр справедливо считается основателем английской национальной системы статистики населения. Более 40 лет подряд он руководил сбором этой статистики, ввел оказавшиеся долговечными методы табулирования и предложил классификацию причин смерти, которая стала основой всех [ее] последующих методов. Исходя из национальной статистики, он составил таблицу смертности, которая все еще применяется при вычислениях в страховом деле. Newsholme (1931).

[353]. Люди, очень полные по природе, склонны умирать в более раннем возрасте нежели худощавые. Гиппократ (1952, №44).

[354]. Что такое эпидемия [или чума; pestilence]? Если в городе, который может выставить 500 пеших солдат, три человека умирают один за другим в течение трех последующих дней, это считается эпидемией. Мишна, Tanith 3^4.

Rabinovitch (1973, p. 44) заключил, что при отсутствии явных признаков противного, Талмуд принимал, что сомнения считаются как *половина к половине* и уже здесь заметен принцип недостаточного основания или безразличия. Вряд ли все-таки вероятность смерти горожанина в течение трех дней при отсутствии эпидемии принималась равной 1/2. Но вот аналогичный пример, также из Мишны (Sabbath 6^2): для признания амулета действенным, он должен был исцелить трех больных подряд и здесь, видимо, пренебрегалась вероятность 1/8. О зародыше понятия ошибок 1-го и 2-го родов мы упомянули в №311, а о Мишне см. №2.

[355]. Внимательные люди замечали, что именно, в общем, лучше подходит и стали назначать то же самое своим пациентам. Так возникло искусство врачевания. Celsus (1935, p. 19).

Это высказывание, равно как и утверждение Гиппократа (№353) характеризуют первый этап статистического метода, когда качественные выводы корреляционного характера, соответствовавшие качественной природе древней науки, делались на основании общего (статистического) впечатления. Аналогичные примеры, относящиеся также к Аристотелю, см. Шейнин (2005, с. 14).

[356]. Ни одна часть тела не может измениться без того, чтобы другие также не изменились. Cuvier (1812, p. 62).

Кювье обсуждал (также качественно) “корреляцию форм” живых существ. Термин *корреляция* он применил, видимо, одним из первых.

[357]. В вопросах статистики, т.е. в разнообразных попытках количественной оценки фактов, самой первой заботой является забвение человека самого по себе и его рассмотрение только как частички целого. В прикладной медицине задача всегда персональна. ... В конечном счете статистика в своем практическом приложении всегда является действующим механизмом исчисления вероятностей, по необходимости применяемом к бесконечным [?] массам ... не только для наиболее близкого как только возможно приближения к истине, но также для того, чтобы при помощи известных приемов по возможности изгнать, исключить многочисленные источники ошибок, которых так трудно избежать. ... по своему состоянию медицинские науки в этом [возможность математизации] отношении не хуже и не отличаются ни от каких других физических и естественных наук, юриспруденции, моральных и политических наук и т. д. Poisson и др. (1835, pp. 173, 174, 176).

Сейчас непонятно почему физические науки отделены от естественных.

[358]. Лишь после длительных раздумий над лекциями и сочинениями великого геометра [Пуассона] мы смогли познать ... трудность систематического применения экспериментального метода в искусстве врачевания. Gavarret (1840, p. xiii).

[359]. Первая задача наблюдателя, который установил различие между результатами двух длинных рядов наблюдений, состоит в проверке, не является ли неправильность просто кажущейся, или же она реальна и указывает на вмешательство возмущающей причины; и далее он должен ... попытаться определить эту причину. Там же, с. 194.

Видимо, первый автор, который так ясно сформулировал положение о начальной гипотезе. Гаварре был студентом Пуассона, окончил Политехническую школу, но затем стал врачом.

[360]. [Дискуссия о количественном методе (см. №381) сводится] лишь к тому, чтобы знать, заменены ли слова часто, редко, ... количественными соотношениями. Количественный метод, рассматриваемый с узкой точки зрения, является не более чем простым преобразованием языка и в нем нельзя видеть вопросы научного метода и общей философии. Там же, с. x.

[361]. Этот вид вероятностей, при котором нам приходится отыскивать само соотношение случаев лишь посредством вероятностного заключения, Рюдигер [Rüdiger, Ridigeri, следует ссылка на его сочинение (Лейпциг, 1741)] называет медицинским, потому что в искусстве лечения о вероятности отдельных происходящих случаев заключают по соотношению числа умерших от данной болезни или вылечившихся вследствие определенных лечебных средств к числу тех, для которых эти средства оказались безуспешными. Mendelsohn (не позднее чем 1761, с. 204).

Не очень четко, но мысль понятна.

[362] Некоторые заслуженные лица настойчиво борются за то, чтобы ввести приложение статистики в медицину. Это, говорят они, единственное средство для сбора векового опыта в терапевтике. ... [Члены парижской Королевской академии медицины] имеют лишь весьма несовершенное понятие об использовании исчисления в медицине. Gavarret (1840, pp. x, xiv).

[363]. Первым, кто существенно применил математическую статистику, был, в 1840 г., врач Гаварре. ... Он открыл новую эпоху в математической статистике. ... Математическая статистика смогла по-настоящему развернуться только с тех пор, как со времени Гаварре она научилась довольствоваться разумной степенью достоверности [а не моральной достоверностью]. Freudenthal & Steiner (1966, pp. 181, 182).

Мы не нашли никакиих подходящих рекомендаций у Гаварре (1840).

[364]. Бесспорно важнейшая и самая интересная задача это исследовать какие события надо считать постоянными или нормальными, какие уклонения случайными и в каких границах можно допускать колебания. ... И кто может удивляться частым противоречиям и путанице в методах лечения до тех пор, пока отсутствуют количественные подтверждения относительной действенности лечебных средств? ... Имеются, разумеется, такие, кто, хоть они и водятся [повсюду] вплоть до высших сфер, высмеивают всякое статистическое доказательство. Chr. Bernoulli (1842, pp. 10, 7 and 7).

[365]. Нам, практическим врачам, теоретики частенько указывают в категорической форме, что все наши выводы о преимуществе или недостатках тех или иных методов лечения, поскольку они основаны на статистике действительно имевших место результатов, просто висят в воздухе, коль скоро мы не применяем строгих правил теории вероятностей. ... Если врачи до сих пор так редко применяли теорию вероятностей, то причину этого следует искать не столько в том, что они иногда не придавали должного значения этой дисциплине, а главным образом в том, что ее аналитический аппарат был слишком несовершенен и неудобен. ... И вот математики говорят: Вы, врачи, если хотите получить надежные выводы, работайте всегда с большими числами; вы обязаны собирать тысячи или сотни тысяч наблюдений. ... [Это невозможно]. Но если же это условие выполнено, то часто окажется спорным, будет ли столь настоятельно необходима теория вероятностей. ... Гаварре принял, как и Пуассон в отдельных задачах, до некоторой степени произвольно в качестве достаточной вероятности 0.9953 или 212:213. ... [Если шансы успешности двух методов лечения относятся всего лишь как 10:1, разве этого недостаточно (добавил автор)?] Liebermeister (прим. 1877, pp. 935, 936, 937 – 938, 939, 940).

О собственном результате Либермейстера см. Seneta (1994).

[366]. Достаточно небольшого опыта, чтобы показать, что обычные инструменты для [изучения] статистических процессов совершенно не подходят к потребностям практических исследований. Они не только стреляют из пушек по воробьям, но и не попадают в них! Fisher (1925, pp. viii – ix).

Рассуждение о сборе и обработке больших массивов данных.

[367]. Данные, которые я привел, ... встретили возражения, поскольку они были собраны из слишком большого числа различных больниц и из слишком многих источников. Но ... я полагаю, что все наши самые лучшие статистические эксперты посчитают, что именно это обстоятельство делает эти данные более, а не менее надежными. J.W. Simpson (1847 – 1848, p. 102).

Здесь мы видим применение (малоудачное) второго этапа статистического метода, когда выводы делались при наличии статистических данных. Начался этот этап с работ Граунта в статистике и Тихо Браге в астрономии.

[368]. Если собрать суточную мочу у человека и слить мочу всех людей, чтобы исследовать среднюю мочу, мы доподлинно представим себе физиолога, который, собрав мочу в вокзальном туалете на железной дороге, по которой проезжают пассажиры всех наций, верит, что может таким образом проанализировать среднеевропейскую мочу!
Bernard (1865, t. 2, pp. 117 – 118).

Бернар отрицал приложение статистики к медицине, но его пример свидетельствует, что он не повторил ошибки Симпсона (№367).

[369]. Первым требованием к количественным сведениям неизменно остается наивысшая точность, и первая задача статистика состоит в ее тщательной проверке ... [Он не должен] смешивать данные весьма различного содержания. Chr. Bernoulli (1842, p. 10).

[370]. Нет такой науки, которая раньше или позже не уразумела бы безусловную необходимость в обращении к числам как к мере и стандарту для сравнений. Нет также никаких достаточных причин для физиологии и медицины заявлять о своей исключительности. ... Напротив, они особым образом относятся к классу наук, которые могут надеяться извлечь наибольшую пользу от применения чисел ... Наука без статистики относится к истинной науке как традиция к истории. Guy (1852, pp. 801, 802).

[371]. В течение столетий полагали, а многие еще и сейчас верят, что так называемые климактерические годы особо опасны, что женская смертность в возрастах от 45 до 50 лет более высока и т. д. Но статистика уже показала неприемлемость этих опасений. Chr. Bernoulli (1842, p. 7).

[372]. [Приложение статистики в хирургии] совершенно согласно с духом последней, потому что болезни, входящие в область этой науки, несравненно менее зависят от индивидуальных влияний и видоизменений. Н.И. Пирогов (1849, с. 6).

Если не считать эпидемиологии и общественной гигиены, то хирургия действительно оказалась первой медицинской наукой, которая воспользовалась статистикой.

[373]. Вообще говоря, статистические вопросы в хирургии проще, чем в медицине [по контексту: ввиду более простой диагностики]. Quetelet (1846, p. 347).

Кетле не упомянул статистического изучения хирургических болезней. Мы не беремся комментировать противопоставление хирургии и медицины.

[374]. Начала прежней школы, господствовавшие еще в первые десятилетия нашего века, потрясены статистикой, – это она сделала, но новых начал, на которых бы можно было основать наши действия, она еще не постановила. Н.И. Пирогов (1864, с. 403 – 404 в переводе).

Для медицины новые начала появились только с развитием математической статистики, хотя первые шаги сделали уже до Пирогова Пуассон и Гаварре, см. №№357 – 360 и также Шейнин (2005, с. 140 – 141, 142 – 143).

[375]. При малейшем недосмотре, неточности и произволе [на статистические данные] можно гораздо меньше положиться, чем на те данные, которые основаны на одном общем впечатлении, остающемся в нас после простого, но трезвого наблюдения случаев ... [В 1849 г.] я ... не знал еще всех ложных путей, на которые иногда ведет цифра ... Н.И. Пирогов (1864, с. 20 в переводе).

По необходимости, Пирогов, следовательно, применял еще первый этап статистического метода (см. №№353 и 355). Он, кстати, не имел возможности советоваться со статистиками.

[376]. Для масс в терапии и хирургии, – без хорошей администрации, – и в мирное время мало проку; а в таких катастрофах, как война, и подавно. Н.И. Пирогов (1871, с. 439).

Известно, что сам Пирогов оказался хорошим администратором военной медицины. Подобного рода деятельность ныне относится к планированию операций.

[**377].** Едва ли у меня нет математической жилки, но она, мне кажется, развивалась медленно, с летами, и когда мне захотелось, и даже очень, знать математику, – было уже поздно. Н.И. Пирогов (1884 – 1885, с. 153).

[378]. Медицинская статистика должна иметь в своем распоряжении … столь же точные средние значения, как те, которые используются в метеорологии, чтобы сделать возможным построение линий равной заболеваемости, равной смертности и т. д. и тем самым установить законы заболеваемости. Песков (1874, с. 89). Обратный перевод.

[379]. Примерно в половине статей, опубликованных в медицинских журналах и использующих статистические методы, они применяются неверно. Glantz (1980, p. 1); **Gaither и др.** (1996).

[380]. Вероятность математиков ... есть ничто иное, как теория случая. Привлекать вероятность ... это означает привлекать случай. Это отречение от всякого рационального правила, полученного из событий, соответствующих науке. ... медицина уже не искусство, а лотерея. ... [Привлекать теорию вероятностей] к реальным событиям физического и морального мира либо бесполезно, либо призрачно. [В медицине она приводит] к решениям либо вредным, либо недостаточным, либо обманчивым ... ее внедрение в медицину антинаучно и упраздняет ... истинное наблюдение. D'Amador (1837, pp. 14, 15, 31).

Здесь и во многих других случаях ниже заметно, что авторы высказываний не представляли себе ни диалектики случайного в единичном и необходимого в массе, ни принципа неприменимости статистических выводов к отдельным событиям.

[381]. Это мнимое приложение того, что называется статистикой, к медицине, от которого многие ученые ожидают чудес, и которое тем не менее не может не привести, по своей сути, к существенному и непосредственному вырождению медицины, сведенной поэтому к слепому перечислению. Подобный метод, если можно присвоить ему этот термин, является по существу ничем иным, как абсолютным эмпиризмом, обряженным в пустую математическую видимость. Comte (1830 – 1842, t. 3, №40, p. 329).

Частично, и не подозревая этого, Конт критиковал так называемый количественный метод, который действительно был почти абсолютным эмпиризмом, см. Шейнин (2005, с. 191).

[382]. Единственная задача была в том, чтобы сравнить вероятности блуждающей почки, хронического катара и болезни слепой кишки. Вопрос был не в жизни Ивана Ильича [а в этом]. Толстой (1884 – 1886, с. 27). Обратный перевод.

По существу это также критика количественного метода.

[383]. [Метод черпков] состоит из повторного подсчета числа звезд в десяти полях зрения ... очень близких друг к другу. Складывая эти числа и разделив сумму на 10, мы получаем среднее содержание звезд на небе во всех измеренных таким образом местах. W. Herschel (1784, p. 162).

Гершель полагал, что вселенная конечна и надеялся примерно подсчитать общее количество звезд в ней. Позднее он понял, что его телескоп обнаруживал звезды лишь до определенной величины.

[384]. Звезда, выбранная наудачу ... из [14 тысяч звезд первых семи величин], вряд ли будет намного отличаться по своим размерам от их среднего размера. W. Herschel (1817, p. 579).

Размеры звезд (которые по своему строению никак не образуют единой совокупности) чудовищно отличаются друг от друга, о чем

Гершель не мог знать, и их средний размер не имеет смысла. Можно вспомнить об этой ошибке в №459 (грубо ошибочное заявление К.В. Островитянова).

[385]. Звездная статистика (если допустить такое сочетание слов) будет когда-нибудь служить образцом для других применений статистического познавания. Cournot (1843, §145).

Курно намного опоздал (Шейнин 1984a, §6)!

[386]. Ждущие ответа громадные космические вопросы состоят не столько в том, каков точный параллакс той или иной звезды, а каковы средние параллаксы звезд первой, второй, третьей и четвертой величин соответственно по сравнению со звездами меньших величин. [И] какая связь существует между параллаксом звезды и величиной и направлением ее собственного движения, или же можно доказать, что никакой связи не существует. Hill & Elkin (1884, p. 191).

[387]. В последнее время развивается то, что можно назвать новой отраслью астрономической науки, которая стремится к единству структуры по всей звездной сфере. Это то, что мы называем наукой звездной статистики. ... В области звездной статистики миллионы звезд упорядочиваются так, будто каждая из них в отдельности означает не больше, чем один житель Китая в масштабе социолога. Можно сказать, что статистика звезд началась с гершелевских черпков неба. ... Эта дисциплина впервые проявилась как безграничное поле для исследования, когда Каптейн в 1893 г. представил статью в Амстердамскую академию наук. Newcomb (1902, p. 302).

[388]. Состояние вещей в атмосфере ... происходит не только ввиду сочетания причин, которые стремятся действовать, но и вследствие влияния раннее существовавшего состояния вещей. Lamarck (1800 – 1811, t. 5, p. 5).

Еще до Ламарка подобный вывод сделал Дальтон, а Кетле подтвердил это мнение простыми математико-статистическими методами (Шейнин 1984b, p. 77 – 79).

[389]. Для отыскания законов природы [в метеорологии] мы должны определить среднее состояние атмосферы и постоянные типы ее вариаций и только затем исследовать причины местных пертурбаций. Humboldt (1818, p. 190).

[390]. Мои ... линии равной теплоты [температуры] вполне аналогичны изогоническим кривым Галлея. ... [Восемь тысяч наблюдений] едва достаточны, чтобы установить среднемесячную температуру какой-либо местности. Humboldt (1845 – 1862, Bd. 4, p. 59; 1826, p. 261).

В 1701 г. Галлей провел линии равного магнитного склонения в области Северной Атлантики, Гумбольдт же ввел изотермы. Введение изолиний было важнейшим примером предварительной обработки статистических данных.

[391]. [Цели метеорологии:] Определение средних значений [температуры], вывод законов их периодических изменений и указание правил для [вычисления] неправильных изменений. Dove (1839, p. 285).

[392]. При всей подвижности и изменчивости в пространстве, средние значения чисел являются окончательной целью и выражением физических теорий. Они указывают нам постоянное в переменном и в ряду событий. Так, например, успехи в новой физике, основанной на измерениях и взвешивании, характеризуются получением и уточнением средних значений определенных величин. Humboldt (1845 – 1862, 1845, Bd. 1, p. 82).

Изучение законов распределения только начиналось. Но всегда ли можно говорить о средних "при всей подвижности и изменчивости"?

[393]. Настолько сильным стало ... господство средних, что исследование суточных и годичных изменений возможно лишь когда оно соответствует цели вывести методы для самого удобного и вернейшего вычисления средних состояний. Dove (1837, p. 122).

Здесь проскользнула мысль о желательности изучения соответствующих законов распределения. Но тот же автор ввел месячные изотермы.

[394]. Я уже 30 лет назад начал заменять обычные метеорологические константы разностями одновременных наблюдений [проведенных на разных станциях] и я теперь убежден, что это самый подходящий путь, чтобы построить метеорологию как математическую дисциплину. Неправильные изменения в атмосфере должны восприниматься не как случайности в смысле исчисления вероятностей, а как колебания неравных продолжительностей. Lamont (1867, p. 245).

Кетле (Quetelet 1849, t. 1, pt. 1, Chap. 4, p. 53) еще раннее заметил без всяких комментариев, что подобные разности соответствовали "случайным ошибкам".

[395]. Известно, что снижение ртути ниже среднего вообще сильнее, чем ее повышение над этим средним. Примеры, когда среднее не находится на равном расстоянии от крайних значений, и когда кривая возможностей теряет свою симметрию, довольно часты. Их тем более следует изучать, что это отсутствие симметрии соответствует более или менее любопытным случаям, влияние которых можно оценить. Quetelet (1846, p. 168).

Кетле, видимо, в основном все же придерживался обычных представлений, хотя и ввел какой-то таинственный *закон случайных причин* с возможно асимметричными кривыми распределения (1853, p. 57). Не упоминая Кетле, Лиагр (Liagre 1852, p. 502) не согласился с асимметричностью распределения атмосферного давления.

[396]. [Зарождается новая метеорология, которая на основании статистических данных начала] понемногу обладать, синтезировать, предсказывать ... Менделеев (1885, с. 527).

[397]. Исчисление [теория] ошибок в метеорологии недопустимо в принципе. Meyer (1891, p. 32).

Основание: асимметрия плотностей распределения. Пирсон (K. Pearson 1898) использовал данные Мейера, чтобы проверить применимость своей теории асимметричных плотностей к антимодальным кривым.

[398]. География растений схожа с метеорологией: выводы этих наук столь просты ..., но лишь после трудоемких исследований и сбора большого числа точных наблюдений можно получить количественные результаты и познать частичные видоизменения, которые испытывает закон распределения [растительных] форм. Humboldt (1816, p. 228).

[399]. Эджворт несомненно был самобытным мыслителем, наделенным необычными способностями и имеющим за собой необычную подготовку. Но его работу трудно разглядеть в общем контексте, которого быть может у него вообще не было. Он не был воспитан какой-либо школой, не создал школы и Боули оказался его единственным статистическим наследником. Чтение его статистических трудов как правило очень утомляет, а их понимание затруднительно. Их значение не было ясно ни его современникам, ни быть может ему самому. Ныне, как я полагаю, их вовсе не читают. И все-таки он был значительной фигурой в нашей дисциплине. Кроме сочинений, следовавших одно за другим, ... он значительно повлиял на своих современников и сыграл выдающуюся роль в развитии и признании статистики, как она тогда понималась. Что он не возбудил такого же всплеска интереса в социальных науках, как Пирсон в биологических, было столь же виной почвы, как и семян или сеятеля. Kendall (1968, p. 262).

Это несколько противоречиво. О мнении Чупрова см. его *Очерки* (1909, с. 27).

[400]. Имя Эджворта навсегда останется в истории статистики. Я не имею в виду в первую очередь его работу по индексным числам, но исследование статистических методов и их основ, которое сконцентрировалось в его обобщенном законе ошибок. [Вряд ли это обобщение было полезно.] ... Почему Маршалл так затемнил эту великую фигуру? ... Эджворт был лишен той силы, которая сочиняет впечатляющие трактаты и собирает вокруг себя последователей. Дружелюбный и великодушный, он никогда не отстаивал никаких собственных притязаний. Он был и слишком чувствителен, и чересчур скромен, [по контексту: напрасно] довольствовался местом позади [А.] Маршалла, которого превозносил как Ахиллеса. Будучи нерешителен в разговоре, патологически рассеян и наихудшим возможным оратором и лектором, он оказался неспособным как личность. J. Schumpeter (1955, p. 831); McCann, Jr (1996, p. xiv).

[401]. Некоторые ненавидят само слово *статистика*, но я нахожу статистические данные прелестными и интересными. Если только не обращаться с ними по-зверски, а утонченно рассматривать их при помощи более совершенных методов и истолковывать с осторожностью, они оказываются необычайно мощными при исследовании сложных явлений. Они представляют единственное средство для прорубания прохода сквозь трудно преодолеваемые заросли препятствий, преграждающих путь тем, кто занимается наукой о человеке. Galton (1889, pp. 62 – 63); E.S. Pearson (1965, p. 327).

[402]. Гальтон написал *Hereditary Genius* [1869], одну из самых замечательных книг века. ... Он пришел к убеждению, что количественные и особенно статистические методы были необходимы, чтобы объединить идеи Дарвина и придать уверенность их практическому приложению. Fisher (1951, p. 34).

[403]. В 1832 г. [Дарвин приобрел второй том *Основ геологии* Лайеля] и ни одна книга не смогла в большей степени побудить его. ... Лайель определил порядок последовательных массивов горных пород ... при помощи чисто статистических доводов. Fisher (1953, p. 2).

[404]. Проблема эволюции является статистической проблемой. Дарвин основал теорию [гипотезу] происхождения, не прибегая к математическим идеям, но каждое его понятие, – вариация, естественный отбор , ..., – сразу же представляется приспособленным к математическому определению и требующим статистического анализа. ... До сего времени области работы биологов, математиков и статистиков были значительно отделены друг от друга ... Придет день, когда некоторые математики станут полноправными биологами, а биологи – компетентными математиками. Из редакционной статьи первого номера журнала *Biometrika*, 1902.

[405]. Почти достоверно, ... что Мендель никогда не слышал о Кетле. ... Но использование им статистики при своем великом открытии было лишь еще одной спорадической вспышкой, вполне независимой от научной традиции. Fisher (1953, p. 4).

[406]. [Цель биометрической школы] преобразовать статистику в ветвь прикладной математки ... обобщить, отбросить или обосновать скудные методы старой школы политических и социальных статистиков ... Необходимо было критиковать несовершенные и часто ошибочные методы в медицине, антропологии [антропометрии], краниометрии, психологии, криминологии, биологии, социологии ... чтобы обеспечить эти науки новыми и более мощными средствами. Пирсон, записка 1920 г.; E.S. Pearson (1936 – 1937, vol. 29, p. 164).

[407]. Много бед натворило присущее английским исследователям нежелание иметь дело с понятиями вероятности и математического ожидания [в пользу эмпирических показателей. Этот] отказ чрезвычайно повредил ясности ... и даже наводил на ложный путь. ... Если же сбросить этот наряд ... и дополнить упущенное ..., то станет ясно [родство между Лексисом и Пирсоном]. Не Лексис против Пирсона, а Пирсон в свете Лексиса, Лексис, обогащенный Пирсоном, – так должен был бы гласить лозунг тех, кто не удовлетворен бездушным эмпиризмом ... Чупров (1918 – 1919, с. 223).

[408]. Ему [Дормуа] настолько недостает понимания приложения теории вероятностей к опытным фактам, что, поскольку речь идет о теории дисперсии, постановка его в один ряд с Лексисом не соответствует исторической справедливости. Bortkiewicz (1930, p. 53).

[409]. [О работе Чупров (1918 – 1919).] Появилась в высшей степени важная и замечательная работа ... , посвященная устойчивости статистических рядов. ... Третья статья [часть работы] – наиболее интересн[ая] и важн[ая] и имеющ[ая] революционное значение для [ее темы]. Романовский (1923, с. 255, 256).

[410]. Обычно один и тот же термин ... применяется и по отношению к истинному значению, которое мы хотим определить, и к частному значению, к которому мы случайно приходим при помощи наших методов оценивания. ... Эта ... путаница ... более чем какая-либо иная привела к выживанию до сегодняшнего дня основного парадокса обращенной вероятности. Fisher (1922, p. 311).

[411]. Те, кто занимался науками, были либо эмпириками, либо догматиками. Первые, как муравьи, лишь копят и используют; вторые, как пауки, прядут паутину из себя. Но пчела, трудясь как бы посредине между ними, собирает вещества с садовых и полевых цветов, а затем своими собственными силами обрабатывает и переваривает их. Bacon (1620, book 1, p. 95); Gaither и др. (1996).

[412]. Недостатки изложения теории корреляции у Пирсона – временные, такого же порядка, как ... недостатки математики 17 и 18 века [веков]. Строгий фундамент под работу гениев был подведен только пост фактум, то же будет и с Пирсоном. Я взял на себя изложение того, что сделано [Слуцкий (1912)]. А.А. Чупров изложит когда-нибудь вопрос о корреляции с философско-логической стороны, осветит его как метод исследования. Зрелому математическому уму чистого математика предоставлено будет усовершенствовать математический фундамент теории. Е.Е. Слуцкий, письмо 1912 г. А.А. Маркову (Шейнин 1999с, с. 132).

[413]. В лице Е.Е. Слуцкого русская наука располагает крупной силой, особенно ценной благодаря нечасто встречающейся у нас наличности математической подготовки у лица, работающего в области обществоведения. А.А. Чупров (Шейнин 1990а, с. 39).

Из характеристики без даты (1916).

[414]. Книга Е. Е. Слуцкого [1912] меня интересует, но не прельщает. Я слышал, что Вы рекомендовали ее студентам, откуда заключаю что Вы нашли ее заслуживающей внимания. Марков, письмо Чупрову 1912 г. (Ондар 1977, с. 60)

[415]. [Слуцкий издал книгу (1912)], явившуюся большим самостоятельным вкладом в математическую статистику и сохранившую значение и интерес до настоящего времени. Колмогоров (1948, с. 143)

[416]. [Помощь Слуцкого зарубежным экономистам и статистикам, или хотя бы его контакты с ними были бы] бесценны, [однако весьма длительное время он оставался] почти недоступным. Allen (1950, pp. 213 – 214).

[417]. Английская статистическая школа в своих исследованиях пренебрегает одним методом, который часто применяют русские и немецкие ученые ... и который, помимо большой строгости и точности, обладает еще и тем преимуществом, что является вполне элементарным, – именно, методом математических ожиданий. Anderson (1914, p. 269).

[418]. [В английской статистической школе] оставались на уровне XVIIIв. представления о логической структуре теории вероятностей. ... Строгие результаты относительно близости эмпирических выборочных характеристик к теоретическим относились только к случаю независимых испытаний, ... вспомогательный аппарат таблиц, употребляемых при статистическом исследовании, несмотря на огромную ... работу, ...

оказался весьма несовершенным в отношении охвата переходных от “малых” к “большим” выборкам случаев. Колмогоров (1948, с. 143).

[419]. Когда К. Пирсон и Дж. Юл начали развивать математическую теорию корреляции, ... они обнаружили, что большая часть математического аппарата, придуманного Гауссом для определения *наилучших* значений для параметров эмпирических функций [?] по методу наименьших квадратов, могла быть непосредственно применена в корреляционном анализе. Eisenhart (1978, p. 382).

[420]. Я действительно чувствую как неправильно было работать столько лет в статистике и пренебрегать ее историей. K. Pearson (1978, p. 1).

[421]. Марков относился к Пирсону, можно сказать, с презрением. Характерец был у Маркова не легче, чем у Пирсона, и малейших противоречий он также не переносил. Можете себе представить, как он воспринимал мои настойчивые указания на крупное научное значение трудов Пирсона. Усилия мои, направленные в эту сторону, оказались, как доказывает [Марков (1924)] не безрезультатными. Кое-что [пирсоновское] оказалось в конце-концов включенным в поле научных интересов Маркова. А.А. Чупров, письмо 1924 г. (Шейнин 1990а, с. 46).

[422]. Марков ... до сих пор остается старым закоренелым грешником по части провокации споров. Я уже давно понял это и нахожу, что единственное средство избавить себя от неприятности быть на удочке провокатора, это не реагировать ни на какие его выпады ... К.А. Андреев, письмо 1915 г. (Чириков и Шейнин 1994, с. 132).

Аналогичный пример см. Шейнин (2005, с. 259), – письмо Н.Е. Жуковского 1912 г. Маркову.

[423]. Стьюдент не специалист, и я полагаю, что Вы придаете слишком большой вес его словам ... Пирсон, письмо О. Андерсону примерно 1914 г.; Шейнин (1990а, с. 123).

К тому времени Стьюдент опубликовал 6 статей, 5 из них в *Биометрике*!

[424]. [Стьюдент] один из самых оригинальных умов современной науки. … Сомнительно, что он когда-либо представлял себе все значение своего вклада в теорию ошибок. Fisher (1939, pp. 1, 5).

[425]. Между 1892 и 1911 гг. ... Пирсон создал свое собственное царство математической статистики и биометрики, беспрекословно господствуя в нем и ограждая его все расширявшиеся пределы от атак извне. Hald (1998, p. 651).

Фишер опубликовал в *Биометрике* одну только статью (в 1915 г.).

[426]. Восхищение им [Пирсоном] как "гигантом викторианской эпохи" наверняка должно было быть вызвано его ранними работами по философии науки, его попыткой разработать последовательно рациональный материализм. ... Его наиболее важный положительный вклад в статистический метод ... состоит в критерии согласия хи-квадрат. ... Он был особо невосприимчив и часто враждебен к современным достижениям в этой области, достигнутым другими. ... Не будь этого, работа Эджворта и Стьюдента, если назвать только двоих, скорее оказалась бы плодотворной. Р.А. Фишер, письмо 1946 г.; Edwards (1994, p. 100).

[427]. Пять – десять лет назад я занялся очень тяжким трудом, – освобождением англичан от авторитарного мнения о том, что всю просвещенность можно отыскать в безупречных пирсоновских проповедях ... и не вижу ни необходимости, ни пользы в том, чтобы предпринять подобную неблагодарную работу по отношению к Тиле. ... Тиле и Пирсон вполне довольствовались употреблением одних и тех же слов для того, чтó они оценивали, и для своих оценок этого. ... Я *не* считаю, что работа [Тиле] негодна ввиду математических ошибок, но полагаю, что он имел столь же ничтожное представление о некоторых ныне применяемых идеях как и Пирсон. Fisher, письмо 1931 г. (1990, p. 313)

[428]. Можно считать, что [Пирсон] как бы вспахал почву, подготовив её для дальнейшего развития. Громадная масса его писаний теперь малоценна, что должно быть приписано двум обстоятельствам. Первое, его математика была неуклюжа и ей нехватало проницательности. Второе, не будучи самокритичным, он не мог и не хотел ни исправлять свои многочисленные ошибки, ни должным образом оценивать работу других. ... Он, кажется, считал материал наблюдений в основном лишь средством для пояснения своих априорных понятий ... и, видимо, презирал предшествовавшую работу в теории ошибок и плохо знал её. Fisher (1951, pp. 36 – 37).

[429]. Переглядывая ... исследования Пирсона и его учеников, набрел я на изрядное количество ошибок – отчасти просто зевков, отчасти же довольно крупных методологических огрехов по части приближенных вычислений. По мере того, как я нападал на них, я писал Пирсону. Результат получился неожиданно эффектный: ... Пирсон поместил большую редакционную статью (1919) ..., где, с выражением мне признательности производится систематическое исправление погрешностей. Очень я был удовлетворен тем, что избранная мной тактика – приватное осведомление письмом вместо публичного осмеяния в печати – дала такой плод! Чупров, письмо 1921 г. (Шейнин 1990а, с. 45).

[430]. Очевидно, он [Пирсон] болезненно воспринимает те оговорки относительно формы его исследований, которыми я сопровождаю признание – казалось бы, достаточно полное, – научной ценности их результатов. Между тем, я являюсь одним из наиболее ревностных его апостолов среди теоретиков статистики на континенте. Пирсон, видимо, не отдает себе отчета в том, в какой мере математические формы его изысканий затрудняют надлежащую оценку его трудов для ученых, не прошедших через английскую школу. Континентальные математики относятся к Пирсону настолько свысока из-за его недостаточно строгих на их масштабы подходы к математическим проблемам, что не дают себе даже труда разбираться в его работах. Сколько мне довелось ломать из-за Пирсона копий, доказывая крупное научное значение его oeuvre виднейшим представителям континентальной работы в смежных областях! Чупров, письмо без даты, примерно 1920 г. (Шейнин 1990а, с. 46).

[431]. Я всего лишь несколько месяцев соприкасался с ним [Пирсоном], но всегда считал его своим учителем, а самого себя – одним из его скромных последователей. Махаланобис, письмо 1936 г. Ghosh (1994, р. 96).

[432]. [В 1916 г. по совету С.Н. Бернштейна, своего учителя по Харьковскому университету, Ю. Нейман прочел *Грамматику науки* Пирсона, которая] произвела на нас [?] громадное впечатление. E.S. Pearson (1936 – 1937, 1936, р. 213).

[433]. Призываю ли я к меньшей степени человеческого сострадания, к ограничению благотворительности и более суровому обращению со слабыми? Ни в коем случае. К. Пирсон, 1909; **Mackenzie** (1981, р. 25).

Утверждение, относящееся к исследованиям в области евгеники.

[434]. Будут ли больные, будут ли те, кто ближе всего к скотине иметь возможность воспроизводить себе подобных? Станут ли безрассудные, праздные, – будь они бедны или богаты, – станут ли те, кто без раздумий следует одному лишь инстинкту, родителями будущего поколения? ... Трудно представить себе более тяжкое преступление против расы. K. Pearson (1887, р. 375).

[435]. [Письмо Пирсону 1903 г.] Вы – единственный из ныне живущих авторов, чьи труды я почти всегда читаю, если только имею время и могу их достать, и с кем я провожу во время чтения воображаемые беседы. С. Ньюком; Шейнин (2002, §7.1).

[436]. Ранние статистики нынешнего [XX] века хорошо знали математику, но не были великими творческими математиками. Карл Пирсон был воспитан как математик, но Эджворт был специалистом по античной филологии, а Юл – инженером по образованию. Фишер, который *был* творческим математиком, критиковал своих предшественников за топорность их стиля. Но даже он писал в традиции английской математики, которая, коль скоро обеспечивает верные ответы на свои вопросы, не слишком заботится о предельно возможных обобщениях и исключительной строгости. Как следствие, оказалось, что за немногими исключениями в 1940х годах теоретическая статистика могла быть понята любым, обладающим умеренными математическими знаниями, например на уровне студента первого года подготовки к степени бакалавра. Очень сожалею, что положение изменилось к худшему настолько, что в настоящее время журналы, посвященные математической статистике, совершенно непонятны. Большинство статистиков сожалеет об этом, но не может почти ничего поделать. Kendall (1972, p. 205); **Gaither и др.** (1996).

Мнение автора несколько противоречиво: *ранние* статистики писали не очень хорошо, но сейчас всё стало хуже. Показательно, что он соответственно воспользовался двумя терминами: *теоретическая* и *математическая* статистика. Помимо интуитивного различия между ними, теоретическая, но не математическая статистика включает в себя предварительную обработку данных.

[437]. Меня иногда обвиняют в интуиции как в преступлении. Р. А. Фишер в беседе с Крамером в 1939 г. Cramér (1976, p. 33)

[438]. Эконометрическое общество является международным обществом для продвижения экономической теории в её отношениях со статистикой и математикой. ... Основной задачей общества будет содействие таким исследованиям экономических проблем, которые имеют целью объединение теоретического и эмпирического подходов, проникнутых строгим и конструктивным мышлением, аналогичным ныне преобладающему в естествознании. Frisch (1933, p. 1).

Из передовой статьи в первом номере журнала *Econometrica.*

[439]. Не следует сомневаться, что изучение статистики через недолгое время спасет политическую экономию от всей неопределенности, в которую она сейчас окутана. Portlock (1839).

[440]. Курно предсказал всю эконометрическую программу в своих *Исследованиях* (1838), – в одном из самых поразительных достижений истинного гения, которому мы до сих пор свидетельствуем свое почтение тем, что почти всегда начинаем с него. Schumpeter (1933, p. 8).

[441]. [Пирсон] добросовестный и честный враг материализма ... один из самых последовательных и ясных махистов. Ленин (1909, с. 190 и 274).

Неудивительно, что в Советском Союзе Пирсона считали чуть ли не врагом народа со всеми вытекающими для статистики последствиями.

[442]. [Петроград] по какой-то непостижимой причине был назван по имени человека, который практически разорил его. K. Pearson (1978, p. 243).

[443]. И в октябре 1917 г., и во все периоды своей бурной жизни Ленин жаждал власти ради власти, не задумываясь ни о России, ни о русском пролетариате. Чупров (1919, с. 8).

[444]. Коммунизм … по самому существу своему был в высшей степени благосклонен к статистике. ... Центральный аппарат [государственной статистики] поднят на небывалую высоту. ... Центральное статистическое учреждение часто оказывается поставленным перед воистину непреодолимыми затруднениями в силу растущей дезорганизации страны. Чупров (1922c, с. 12, 13).

Характеристика первых послереволюционных лет; см.также №445.

[445]. Очень плохо обстоит дело со статистикой движения населения. ... Таким же безнадежным представляется и состояние статистики урожаев. Крестьяне поняли, что собирание статистических данных преследует не одни лишь научные цели, и упрямо уклоняются от дачи сведений. Там же, с. 13.

[446]. Ведь это прямое преступление, когда фабрика вопреки истине сообщает мне, что мы [они] достигли производительности труда на 12% выше довоенной. А в этом отношении у нас величайшая расхлябанность, величайшая беспечность. Дзержинский (1924, с. 37).

[447]. [Призыв:] Сделаться ОГПУ научной мысли в области статистики и в ее применении к планированию. Смит (1930, с. 168).

ОГПУ = Объединенное гос. полит. упр. при Совнаркоме СССР. Прежнее название: ГПУ (при НКВД).

[448]. Если Вы и проф. Хотеллинг решите помочь г-ну [Александру Петровичу] Демидову, пожалуйста, вовсе не упоминайте мое имя, потому что ГПУ ... самое ужасное и влиятельное учреждение в нынешней России, может арестовать меня. Моя попытка помочь эмигранту [бывшему лектору политэкономии ташкентского университета], хоть в моих действиях нет политики, а только желание помочь способному ученому ... с точки зрения этого учреждения является преступлением и очень тяжелым. В.И. Романовский, письмо 1929 г. из Парижа Р.А. Фишеру на плохом английском языке. Будет опубликовано в Париже, в нашей статье в сборнике памяти А.П. Юшкевича.

[449]. В наших условиях метод теории вероятности [!] в применении к математической статистике оказывается недостаточным, потому что мы имеем дело с плановым хозяйством и тут нельзя пользоваться заведомо негодными средствами, применяемыми в буржуазной статистике. Яновская (1931).

[450]. Я мог бы перечислить целый ряд раннее весьма ценимых в России статистиков и многих, подававших надежды более молодых учеников ... Чупрова, чьи имена после 1930 г. внезапно полностью исчезли из советско-российской научной литературы. Anderson (1959, p. 294).

[451]. Ряды арестованных вредителей полны статистиками. Смит (1931, с. 4).

Ее участие в *наполнении рядов* весьма вероятно, а заслуги перед русской стилистикой несомненны. Уже в 1926 г. Н.С. Четвериков сообщал в письме В.И. Борткевичу, что Смит заняла руководящее положение в *Вестнике статистики* и что “выводы отсюда ясны”, см. Борткевич & Чупров (2005, с. 304). Последние 30 лет жизни Борткевич провел в Германии, но связи с Россией не порывал (там же, с. 9 – 12). Снова там же, на с. 307 – 308, цитируются важные воспоминания о нем В.С. Войтинского. В Германии, как оказывается, его прозвали *Папой статистики*, сам же он заявлял, что “не рецензиру[ет] работ своих знакомых и не стрем[ится] встретиться с авторами, чьи работы [ему] приходится оценивать”.

[452]. Масштабы и последствия террора [против статистиков] еще не изучены. Орлов (1990, с. 67).

[453]. [Президиум АН СССР обосновывал ликвидацию своего Демографического института (1934 г.):] Попытки внести в работу ДИН моменты социально-экономические не удались. Типольт (1972, с. 98).

[454]. [По поводу конференции 1937 г. по теории вероятностей в Женеве:] Несколько коллег из Советского Союза также приняли приглашение и сообщили темы докладов, с которыми они собирались выступить, но к нашему величайшему сожалению никто из них не приехал. Cramér (1976, p. 32)

Участники конференции (крупнейшие ученые-вероятностники того времени) подписали адрес М. Борну по случаю его дня рождения. Он хранится в отделе рукописей берлинской Staatsbibliothek (Nachlass Born 129, Gumbel).

[455]. На двух последних международных конгрессах математики (1932 и 1936 гг.) ведущие доклады по теории вероятностей на пленумах поручались советским ученым. ... Необходимые для этого [для права советской теории вероятностей претендовать на ведущую роль в мировой науке] силы она, разумеется, целиком черпает в том неиссякаемом источнике бодрости, энергии и самоутверждении, который несет в себе наша новая социалистическая культура. Хинчин (1937, с. 46).

Опубликовано в том самом 1937 г. ...

[456]. [Статистика] не носит характера подчиненности по отношению к другим наукам. М.В. Птуха; Аноним (1954, с. 44).

[457]. [Статистика] является самостоятельной наукой. С.Г. Струмилин. Там же, с. 41.

[458].Только революционная марксистская теория явилась прочной базой для развития статистики как общественной науки. А.М. Вострикова. Там же, с. 41.

[459]. Ленин целиком и полностью подчинил [статистику] задаче классового анализа деревни. ... [нельзя полагать, что при изучении группировок звезд и экономических группировок] применяются одни и те же приемы исследования. К.В. Островитянов. Там же, с. 82.

Мы привели четыре высказывания участников конференции 1953 г. по проблемам статистики. Мнение Островитянова означало, что он не имел ни малейшего представления о статистике. Еще более странными были утверждения В.А. Соболя (с. 61) и С.П. Партигула (с. 74). Первый заявил, что статистика не изучает массовых случайных явлений, а второй отрицал за ними какие-либо закономерности.

[460]. Статистика – самостоятельная общественная наука. Она изучает количественную сторону массовых общественных явлений в неразрывной связи с их качественной стороной. Струмилин (1969, с. 87). Ср. №457.

Таково было определение статистики, принятое на указанной конференции. Качественная сторона, под которой подразумевалась очередная партийная установка, неизменно подчеркивалась на протяжении нескольких десятилетий.

[461]. Тот не [прикладной] математик, кто не вникает в смысл, свойственный числам, над которыми он производит какие-либо вычисления. Буняковский (1866a, с. 154).

Этих слов никто не вспоминал.

[462]. Статистик не может уклониться от ответственности понимать тот процесс, который он применяет или рекомендует. Fisher (1935, p. 1).

[463]. Статистики мало знакомы с теорией вероятностей, а математики, прилагавшие математические вычисления к анализу числовых данных об общественных явлениях, смотрели на них как на отвлеченные величины, не принимали в расчет особых свойств этих явлений и потому приходили к выводам, граничащим с нелепостью. Янсон (1891, с. 490).

И тогда, и в советский период русской истории статистикам следовало привлекать математиков к сотрудничеству.

[464]. Не будучи в состоянии вскрыть закономерности живой природы, морганисты вынуждены прибегать к теории вероятности [!] ... Такие науки как физика и химия освободились от случайностей. Поэтому они стали точными науками. ... Наука – враг случайностей. Лысенко (1948, с. 520).

Из безграмотного заключительного слова на конференции 1948 г.

[465]. Под воздействием его [Лысенко] выпадов многие русские генетики, включая наиболее заслуженных, были убиты. ... Награда, за которую он [Лысенко, “великий инквизитор”] так жадно хватается, это власть, власть для себя, власть, чтобы запугивать и убивать. Fisher (1948, p. 61).

Лысенко-то был лишь пешкой в лапах истинного Великого инквизитора …

[466]. Очевидно, ни одна традиционная наука не занимается случайным. Аристотель, *Метафизика* 1026b.

Аристотель не знал (а вот шаман-Лысенко был обязан знать), что теория вероятностей отыскивает законы в *массовых* случайных явлениях.

[467]. Многие десятилетия студентам проповедывали детерминизм (“Наука враг случайностей”). ... Нельзя больше мириться с положением в статистике, обусловленным наследием культа личности. Раскол в статистике, отсутствие необходимых знаний у многих “специалистов” приводят ко всё большему отставанию от передовых стран в отношении массового применения современных статистических методов. Орлов (1990, с. 67, 65).

[468]. Лысенко и его последователи ... относятся [к современной генетике] как к теории, в основном вдохновленной философскими и политическими принципами, враждебными марксизму и коммунизму, а не желанием отыскать простейшее объяснение фактам природы. ... Мичуринцы, не подозревая об этом, просто используют основные менделевские принципы ... и принципы дарвиновской селекции. J. Huxley (1949, pp. 83, 93).

[469]. Некоторые горячие головы, не разобравшись в том, что говорил академик [!] Лысенко, не зная теории вероятностей, ... решили объявить поход против [нее]. Гнеденко (1950b, p. 8).

[470]. Хромосомная теория наследственности вошла в золотой фонд науки. ... Я имею возможность эту теорию проверить с точки зрения ... статистики. Она соответствует также моим представлениям. В.С. Немчинов (1948).

[471]. Совещание решительно осуждает ... В.С. Немчинова, пытавшегося “обосновать” при помощи статистики реакционные вейсманистские теории. Объективно [он] выступал с позиции махистской англо-американской школы, присваивающей статистике несвойственную ей роль арбитра, стоящего над другими науками. ... Совещание с удовлетворением принимает заявление ... В.И. Романовского о признании идеологических ошибок, допущенных в некоторых ранних его работах. ... [Одна из задач:] Построение последовательной системы математической статистики, охватывающей все ее новейшие разветвления и основанной на принципах марксистского диалектического метода. *Резолюция* (1948, с. 313, 314 и 315).

Арбитром могла быть только партия.

[472]. Баснословная статистика продолжает изливаться с телевизионного экрана. По сравнению с прошлым годом было больше продовольсвенных товаров, одежды, больше домов, мебели, кастрюль, больше топлива, кораблей, вертолетов, больше книг и младенцев, – больше всего, кроме болезней, преступлений и беумия. Orwell (1949, p. 59).

[473]. В России практически нет статистики; удивительно, что страна, столь сильная в теории вероятностей, не внесла практически никакого вклада в математическую статистику. Очевидно, что политический климат [в ней] весьма неблагоприятен для этого типа приложений [теории вероятностей]. В. Феллер, письмо 1948 или 1949 г.; J. Huxley (1949, p. 170).

Феллер мог бы упомянуть В.И. Романовского. О *климате* для приложений статистики к различным сторонам общественной жизни, которые, видимо, он имел в виду, можно судить по отсутствию соответствующих примеров в учебнике Гнеденко (1950a).

[474]. Фишеру, как теоретику современной буржуазной статистики, свойственны буржуазные узость и формализм во взглядах ... Он фактически полностью игнорирует качественную сторону явлений. Фишер (1958, предисловие издательства к переводу его книги 1925 г.).

Это классическое сочинение следовало перевести на 25 лет раньше. И здесь качественная сторона!

[475]. Основная, трудная но необходимая задача состоит в том, чтобы выразить желательное оптимальное состояние национальной экономики единым показателем. А.Н. Колмогоров, выступление в прениях на конференции 1960 г.; И. Бирман (1960, с. 44).

Косвенно это означало критику закона стоимости.

[476]. На 42-м году существования социалистического государства нашей экономической науке не известно отчетливо, что означает закон стоимости в социалистическом обществе и как он должен применяться, что такое социалистическая рента, должно ли вообще строиться исчисление эффективности капиталовложений и каким именно образом. Как последнее открытие в области экономики нам преподносится, например, что “закон стоимости не действует, а воздействует” или что “средства производства – не просто товар, а товар особого рода” и т. д. Канторович (1959, с. 60).

[477]. [Цели статистики в Совестком Союзе.] Сбор отчетов для аппарата управления и однобокой пропаганды. ... Секретность и приукрашивание действительности. И методологические тонкости стали ни к чему. Ясин (1989, с. 774).

[478]. Только в годы перестройки покров секретности стал приоткрываться. И сразу был выявлен ряд механизмов фальсификации статистических данных, позволяющих создать видимость благополучия. ... Мы отвергаем решения Всесоюзного совещания 1954 г. как тормозящие перестройку. ... Ошибочное отнесение статистики к общественным наукам нанесло существенный вред развитию народного хозяйства. Был поставлен барьер между современной теоретической (математической) статистикой и органами [государственной статистики], деятельность которых сведена почти исключительно к учету. Орлов (1990, с. 65, 67).

Математическая обработка результатов наблюдений
древние астрономы – Кеплер – уравнивание триангуляции и градусных измерений – Гаусс и метод наименьших квадратов – “истинная величина” измеряемой константы – Менделеев

[479]. Наблюдения [в древности] были скорее качественными, чем количественными; при помощи инструментов может быть довольно хорошо установлено, когда углы равны, но не как они велики, говорит Птолемей Ptolemy 1984, V, 14, p. 252), имея в виду диаметры Луны и Солнца. Neugebauer (1948, p. 101).

[480]. Числа несомненно *улучшались* для облегчения вычислений, и это видно на бесчисленных примерах в греческой и вавилонской астрономии. Часто заметно округление промежуточных результатов, равно как и важных параметров, что нередко лишает нас всякой надежды точно воспроизвести исходные данные. ... По всей древней астрономии непосредственные наблюдения и теоретические соображения безнадежно переплетены. ... Неизбежно имеющие место числовые неточности и произвольные округления ... то и дело имеют тот же порядок, что и исследуемые величины. Neugebauer (1950, p. 252; 1975, p. 107).

[481]. [Птолемей] наиболее успешный обманщик в истории науки. R.R. Newton (1977, p. 379).

Это обвинение совершенно ошибочно, см. №483 и Шейнин (2005, с. 16 – 17), где цитируются мнения современных астрономов.

[482]. Научная литература XVIIв. наполнена [отчетами об] экспериментах, которые никогда не были сделаны. Koyré (1956, p. 150).

[483]. Весь *Альмагест* [основное сочинение Птолемея], как мне представляется, дышит безупречной искренностью. Newcomb (1878, p. 20).

Это очень важное свидетельство, поскольку многие комментаторы и до Р.Р. Ньютона (№481) высказывались в противоположном смысле. Птолемей действительно без пояснений поступал с наблюдениями так, как считал нужным, но это было в духе времени. Также в соответствии с традицией, он, видимо, использовал наблюдения Гиппарха не указав этого.

Истории астрономии известны, однако, случаи прямого подлога, допущенными классиками. Так, Donahue (Kepler 1609, p. 3, прим. 7) заметил, что Кеплер включил в свое сочинение таблицу, основанную на вычислениях, а не на наблюденных долготах. Приходится признать, что дозволенное Юпитеру не разрешено быкам ... См. также №482.

[484]. Многие средневековые карты вполне могли быть составлены, исходя из общего знания местности, без всяких измерений. Price (1955, p. 6).

[485]. По всей видимости, И-Син считал весьма нежелательным соглашаться ... с сырой массой исходных данных, выказывающих значительный разброс, и, не будучи в состоянии статистически оценить их, использовал их лишь для того, чтобы удовлетвориться в том, что его вычисленные значения оказались примерно теми, какими они должны были быть. ... Он, вероятно, полагал, что они были намного надежнее, чем большинство наблюдений. Needham (1962, p. 51).

Мнение о градусном измерении VIIIв. в Китае.

[486]. Благость Божья соизволила дать нам в лице Тихо столь прилежного наблюдателя, наблюдения которого указывают на ошибку в 8’ в этом вычислении по [системе мира] Птолемея … Поскольку ими нельзя пренебречь, уже одни эти восемь минут указали путь к преобразованию всей астрономии и доставили материал для большей части данной работы. Kepler (1609, p. 286).

Думается, что Кеплер применил элементы метода минимакса и восемь минут оказались неприемлемым наименьшим значением наибольшего уклонения теории Птолемея от результатов наблюдений Тихо Браге.

[487]. Можно, однако, полагать сомнительным подобное своеволие при введении небольших изменений в исходные данные. ... Всякому, кто так считает, следует попробовать поступить таким же образом, и, сравнив свои изменения с нашими, он должен будет рассудить, останутся ли изменения в пределах точности наблюдений. И он должен также остерегаться, чтобы, будучи окрыленным результатами одной такой итерации, не поставить перед собой в последующем намного более страшных задач ... Там же, с. 334.

Кеплер, видимо, применил элементы метода статистического симулирования (Монте Карло) и в таком случае успешный результат уравнивания искаженных им данных был возможен лишь при использовании свойств “обычных” случайных ошибок наблюдений.

[488]. Фактически (но без явных утверждений об этом) Ньютон четко представлял себе различие между случайными и структурно “встроенными” ошибками. Он безусловно был погружен в мысли о втором типе “встроенных” ошибок и многие теоретические модели различных видов физических, оптических и астрономических явлений были сознательно придуманы [им] таким образом, чтобы свести к минимуму эти структурные ошибки. В то же время он подходяще регулировал свою практическую астрономическую работу в смысле случайных ошибок наблюдений. Д.Т. Уайтсайд, частное сообщение 1972 г.

[489]. [Открытие нутации] указывает нам на громадную пользу регулярных рядов наблюдений и опытов для развития [астрономии], равно как и любых иных отраслей естествознания. ... Имея несколько наблюдений какой-либо звезды, проведенные в течение нескольких суток, я записывал либо среднее, либо наиболее согласующийся с ним результат. Дж. Брадлей (Rigaud 1832, p. 17 и 29).

[490]. Опыты следует оценивать не по их числу, а по значимости ... Один опыт вполне может заслуживать целого трактата ... подобно тому, как одна крупная жемчужина высшего качества ... может оказаться дороже громадного числа мелких ... жемчужин ..., которые покупаются на вес. Boyle (1772, p. 376).

[491]. Пусть *p* – место некоторого предмета, определенного из наблюдения, а *q, r, s* – его же место из последующих наблюдений. Пусть также *P, Q, R, S* будут веса, обратно пропорциональные смещениям, возникающим от ошибок отдельных наблюдений и заданные по предельным значениям данных ошибок, и [наконец,] будем считать эти веса расположенными в точках *p, q, r, s.* Найдем их центр тяжести Z. Я говорю, что *Z* есть наиболее вероятное положение предмета. Cotes, 1722; Gowing (1983, p. 107).

Котс приложил чертеж плоскости (быть может представляющий картину трехмерного пространства), на котором были показаны одни лишь эти точки. Он не пояснил, как понимать наиболее вероятное положение. Если предельные ошибки полагать пропорциональными не известными Котсу средним квадратическим ошибкам, то веса окажутся обратно пропорциональными последним, а не квадрату последних, как было принято Гауссом (1823b, §7).

Центр тяжести соответствует среднему арифметическому, которое уже во времена Кеплера стало универсальной оценкой местоположения измеряемой константы (Шейнин 2005, с. 25 – 26). Среднее арифметическое встречается в приближенных вычислениях площадей фигур и объемов тел для компенсации нестрогости применявшихся формул и/или несоответствия реальных фигур и тел их принятым моделям (Colebrooke 1817, p. 97).

[492]. Со статистической точки зрения работа Эйлера [1749 г.] несостоятельна. Он не доверял сочетанию уравнений, приняв точку зрения математиков, в соответствии с которой погрешности при этом фактически возрастают. Stigler (1986, p. 27).

Ай, моська! Во-первых, Эйлер применил элементы метода минимакса, при помощи которого лучше всего проверяется, соответствует ли исследуемая теория наблюдениям. Во-вторых, не только чистые математики (которых Стиглер так и не назвал), но и Лаплас и Лежандр действительно опасались накопления погрешностей, см. №493.

[493]. Существуют три возможности [для вычисления измеренной триангуляции]. Первая, использовать один из базисов и не принимать во внимание второй; вторая, распределить расхождения ... между базисами пропорционально ... их длинам; третья, использовать [северный] базис для вычисления северной части [дуги] меридиана и [южный] базис – для вычисления южной части. Эта та возможность, на которой, как мы полагаем, следует остановиться. ... Вторая возможность ... вначале казалась весьма естественной [но приведет к слишком большим поправкам] ... [Третья возможность] предотвратит последующее накопление погрешностей ... Van-Swinden и др. (an VII ≈ 1799, pp. 421 – 422).

Наличие двух базисов на концах цепи триангуляции позволяет контролировать ее масштаб, но приводит к *невязке базисного условия*. В те времена линейные измерения были намного менее точны, чем угловые, и поправки за счет этого условия, если принимать его в расчет, следовало вводить в основном в базисы. (По крайней мере во второй половине XXв. поправки вводились только в угловые измерения.) Отказ от третьей возможности, как сказано в тексте, был частично вызван желанием предотвратить накопление погрешностей. Позднее Лаплас (прим. 1819, p. 590 – 591) обосновал принятое решение тем, что в то время не был еще известен МНКв. Брю (Bru 1988, pp. 225 – 228) описал этот эпизод и заметил, что Мопертюи, Буге и Кондамин также испытывали затруднения при уравнивании триангуляции.

Впоследствии Стиглер (1997, p. 318), не упоминая своего прежнего мнения, заявил, что Эйлер, отказавшись в 1778 г. от принципа наибольшего правдоподобия, "поступил в духе великой традиции математической статистики".

[494]. Применить обычный метод уравнивания путем совместного решения всех возникающих в сети условных уравнений ... в обширной астрономо-геодезической сети не представляется возможным вследствие чрезвычайной громоздкости работы. Кроме того, как указывает Ф.Н. Красовский, ... имеются сомнения в том, что результаты такого уравнивания будут наилучшими. ... Указанный путь уравнивания был предложен [им. Он видоизменил] метод Гельмерта, который в силу чрезвычайной сложности и громоздкости не мог быть применен для уравнивания такой обширной ... сети ... Закатов (1950. с. 369 и 371).

Гельмерту во всяком случае принадлежала идея заменять цепи триангуляции геодезическими линиями, и они-то и уравнивались совместно, после чего можно было возвращаться к исходному построению.

[495]. [Термин *теория ошибок*. Ее цели] Определить соотношения между ошибками, их последствиями, обстоятельствами измерений и качеством инструментов. [Цели теории последствий] Изучение ошибок наблюдений и их функций. Lambert (1765a, §321).

Ламберт был основным предшественником Гаусса в создании теории ошибок. Этот термин, впрочем, не применяли ни Гаусс, ни Лаплас, но в середине XIXв. его как-то сразу признали (Шейнин 1986a, p. 310).

[496]. Пусть дано некоторое число градусных измерений и требуется найти поправку, которую следует придать каждому из них, соблюдая следующие три условия [первое из них устанавливает линейность зависимости между неизвестными и измеренной длиной градуса меридиана]; во-вторых, чтобы сумма положительных поправок равнялась сумме отрицательных поправок; в третьих, чтобы сумма всех поправок, положительных и отрицательных, была наименьшей из возможных при выполнении обоих первых условий ... Второе условие требуется для [обеспечения] равной степени вероятности для отклонений маятника и для ошибок наблюдений при возрастании и убывании длины градуса; третье необходимо для наибольшего, поскольку это возможно, приближения к наблюдениям ... Maire & Boscovich (1770, p. 501).

Равную вероятность ошибок наблюдения и т. д. нельзя обеспечить вычислениями; последние могут (и должны) лишь учитывать свойства ошибок. По маятниковым наблюдениям определялось сжатие земного эллипсоида вращения.

[497]. Если мы соединим [попарно] эти четыре части [дуги] меридиана, ... то получим, вместе со всей дугой, 10 сочетаний, которые дадут 10 средних значений для [длин] градуса [меридиана] с десятью [соответствующими] средними значениями широты ... Не считая одной весьма небольшой неправильности, все полученные градусы приведут к одному и тому же результату... Van-Swinden и др. (an VII ≈ 1799, p. 419).

Длину градуса можно вычислить из каждой дуги, а параметры земного эллипсоида вращения – из двух дуг. Попарные сочетания, видимо, служили для качественной проверки их различия друг от друга. Подобным же образом Бошкович в 1757 г. (Cubranic 1961, p. 46) определял среднюю разность широт своего градусного измерения. Получив 4 значения разности, он образовал из них 6 попарных сочетаний и лишь после этого вывел среднюю разность. Аналогично решались переопределенные линейные системы с двумя неизвестными: их решение принималось равным среднему из частных решений всех возможных пар уравнений. В XIXв. было доказано, что при их надлежащем взвешивании частные решения приводили к решению по МНКв.

[498]. Метод наименьших квадратов в применении к системе наблюдений, в которой одна из крайних ошибок очень велика, обычно не обеспечивает столь правильный результат как метод, предложенный Бошковичем. ... Причина состоит в том, что в первом методе эта крайняя ошибка [добавим: как всякая иная] влияет на результат пропорционально своему квадрату, тогда как в другом методе – пропорционально первой степени. Боудитч (Laplace 1798 – 1825, t. 2, §40).

Боудитч был переводчиком *Небесной механики* Лапласа на английский язык. Скажем более четко: причина в том, что медиана (к которой приводил способ Бошковича) устойчива.

[499]. [Принцип наименьших квадратов] предпочтительнее лапласова. Можно показать на основе исчисления вероятностей, что он не приемлем, а приводит к противоречиям. ... В июне 1798 г. ... я впервые увидел метод Лапласа и отметил его несовместимость ... с основными положениями теории вероятностей в небольшом дневнике. Гаусс, письма Ольберсу 1807 и 1812 гг. (Schilling 1900 – 1909, Bd.1, pp. 329, 493 – 494).

Гаусс неверно приписал метод Бошковича Лапласу. Он (1809b, §186) далее заметил, что метод Бошковича приводит к нулевым остаточным свободным членам определенного числа уравнений (теорема линейного программирования!) и посчитал это малоприемлемым.

[500]. [Исследование проектируемых геодезических сетей. Цель:] Добиться необходимой степени точности при возможно меньших затратах времени и средств. [В других случаях: добиться более точных результатов] при одних и тех же усилиях. Helmert (1868, pp. 1, 60 диссертации).

[501]. Предположим ..., что собрано большое число наблюденных значений [некоторой константы] и что их сумма разделена на [их] число ..., что дало для среднего значения величину *A*; мы уже заметили, что почти то же самое значение *A* будет определено при применении очень большого числа других наблюдений. Вообще, если исключить особые и отвлеченные случаи, которые мы совсем не будем рассматривать, выведенное подобным образом среднее значение из громадного числа наблюдений нисколько не изменяется. Оно имеет определенную величину *H*, и можно сказать, что средний результат бесконечного числа наблюдений есть неизменное количество, в котором больше нет ничего случайного и которое имеет достоверное отношение к сути наблюденных событий. Именно эту неизменную величину *H* мы имеем в виду как истинный объект исследования. Fourier (1826, pp. 533 – 534).

Это определение, напоминающее мизесовское определение вероятности, было забыто и многие авторы независимо от него и друг от друга вводили его заново, см. №502, 503. Термин *истинная величина* изредка встречался у Гаусса.

[502]. По определению ... масса эталона массы равна массе его металлического вещества плюс масса среднего объема воздуха, адсорбированного им при стандартных условиях. Eisenhart (1964, p. 31).

Эйзенхарт пользовался тем же определением истинной величины. Как неизбежное следствие, оказалось, что остаточные систематические ошибки входят в нее.

[503]. Мы составляем [соответствующее математическое ожидание] и называем его также *истинным значением* измеряемой величины. Mises (1931, p. 370). См. также его прежнее утверждение (Мизес 1919, с. 40, 46).

[504]. Особенно следует поступать так, чтобы крайние ошибки без учета их знака были заключены в самые тесные как только возможно границы. Из всех принципов, которые могут быть предложены [для решения избыточных систем линейных уравнений] нет, как я полагаю, более точного или простого в применении, чем тот, который мы использовали в настоящей работе. Он состоит в том, чтобы привести к минимуму сумму квадратов ошибок [точнее, остаточных свободных членов]. Этот метод устанавливает своего рода равновесие между ошибками, которое, поскольку оно не позволяет преобладать крайним [погрешностям], подходит для выявления состояния системы, наиболее приближающейся к истине. Legendre (1805, pp. 72 – 73).

Предложенное нововведение, в отличие от принципа минимакса, вовсе не обеспечивало наиболее тесных пределов ошибок (точнее, остаточных свободных членов уравнений).

[505]. Наш принцип [наименьших квадратов], которым мы пользуемся с 1795 г., еще недавно был изложен известным Лежандром ... Гаусс (1809b, §186).

Позднее Гаусс (1823b, §7) снова приписал себе принцип наименьших квадартов, хотя и не в столь категорической форме.

[506]. Я не скрою от Вас, сударь, что испытал некоторое сожаление, увидев, что, цитируя мой мемуар [1806 г.; первое издание 1805 г.], Вы говорите [1809b, §186] “наш принцип, которым мы пользуемся с 1795 г.” и т. д. Нет такого открытия, которое нельзя приписать себе, сказав, что то же самое было открыто несколько лет раннее; но если не добавлено доказательство ссылкой на место [источник], где это было опубликовано, то утверждение становится беспредметным и лишь обидным для истинного автора открытия. В математике очень часто отыскиваются те же вещи, которые были обнаружены другими и были хорошо известны и так случалось со мной неоднократно, но я никогда не упоминал этого и никогда не называл “нашим” тот принцип, который кто-то другой опубликовал раньше меня. Вы слишком богаты собственными достижениями, сударь, чтобы кому-нибудь завидовать, и я, впрочем, вполне уверен в том, что мне приходится огорчаться только из-за Вашего оборота речи, а не из-за Вашего намерения ... Лежандр, письмо Гауссу 1809 г. (Gauss, *Werke*, Bd. 10/1, p. 380).

[507]. Я применял метод наименьших квадратов с 1795 г. ... Но я начал часто применять этот метод лишь с 1802 г. и с тех пор применяю его, можно сказать, ежедневно в астрономических вычислениях [орбит] малых планет. ... Я не спешил публиковать изолированный отрывок и Лежандр меня опередил ... Я и не думал, что г-н Лежандр может столь высоко ценить такую простую идею, что следовало бы скорее удивляться, что ее не [опубликовали] сто лет назад ... но я верю, что все, знающие меня, поверят мне на-слово, так же как я поверил бы от всего сердца, скажи Лежандр, что он владел этим методом до 1795 г. Гаусс, письмо Лапласу 1812 г. Там же, с. 373 – 374).

[508]. С негодованием и печалью я ... прочел, что старика Лежандра, красу и гордость своей страны и своей эпохи, лишили пенсии. Гаусс, письмо 1824 г. (Schilling 1900 – 1909, Tl.1, p. 413).

[509]. [С 1802 г.] я все время, и особенно прошлой зимой совершенствовал [свой] метод и его нынешняя форма почти совсем не похожа на первоначальную. К.Ф. Гаусс, письмо 1806 г. Gauss, Werke, Bd. 6, pp. 275 – 277).

[510]. Предложив в 1809 г. гипотезу о теории ошибок, [Гаусс] ... имел в виду поиск истины, но никак не её установление. Bertrand (1888, p. XXXIV).

[511]. Исходные положения Гаусса [в 1809 г. были] затейливыми и мало убедительными. ... Уравнительные вычисления достигли теоретического завершения только лишь у Бьенеме. Freudenthal & Steiner (1966, pp. 177, 178).

Мы можем лишь заметить (Heyde & Seneta 1977, pp. 66 – 71), что Бьенеме сказал, что наименьшая дисперсия оценок, взятых по-отдельности, не столь важна, как их минимальный совместный [доверительный] интервал.

[512]. Лежандр возымел простую идею рассматривать сумму квадратов ошибок наблюдений [остаточных свободных ченов уравнений] и приводить ее к минимуму ... Этот ученый геометр первым опубликовал указанный метод, но следует отдать должное г-ну Гауссу и заметить, что за много лет до этой публикации он пришел к той же идее, которую часто использовал и о которой сообщил многим астрономам. Лаплас (1812, p. 353).

[513]. Что запрещено обычному автору, должно быть разрешено гауссам, и во всяком случае мы обязаны уважать его [Гаусса] исходные соображения. Biermann (1966, p. 18).

[514]. Конечно, как аксиома должна быть принята гипотеза: если какая-нибудь величина будет определена из многих непосредственных наблюдений, произведенных при одинаковых обстоятельствах и с одинаковой тщательностью, то среднее арифметическое из всех наблюдавшихся значений окажется наиболее вероятным значением, если не абсолютно точно, то, по крайней мере, очень близко к этому, так что всегда будет наиболее надежным придерживаться именно такого значения. Гаусс (1809b, §177).

[515]. Если для некоторой величины получены из наблюдений многие значения, то её вероятнешим значением является среднее арифметическое всех наблюденных значений. Д. Гильберт, из неопубликованной лекции 1905 г.; Corry (1997, p. 161).

Автор трижды употребил термин *значение* (Wert).

[516]. “Таков постулат Гаусса”. Bertrand (1888, p. 176). Он же на с. XXXIV назвал это утверждение и аксиомой, и постулатом. Название укоренилось.

[517]. Уже в июне 1803 г. Гаусс любезно сообщил мне об этом методе как давно уже применяемом им. Olbers (1816, p. 192 note).

Еще раньше, в 1812 г., отвечая на вопрос Гаусса, Ольберс (Schilling 1900 – 1909, Tl. 1, p. 495) ответил, что *с удовольствием и готовностью* (*gern und willig*) подтвердит, что узнал от него о принципе наименьших квадратов до 1805 г.

[518]. [Бессель узнал о принципе наименьших квадратов до 1805 г., услыхав] устное сообщение Гаусса. Bessel (1832, p. 27).

[519]. Прославленный д-р Гаусс владел этим методом [наименьших квадратов] с 1795 г. и с выгодой применил его при определении эллиптических орбит четырех новых [малых] планет, что усматривается из его замечательной работы [*Теории движения*, 1809]. Von Zach (1813, p. 98 note).

Все-таки из *Теории движения* это непосредственно не усматривается. Свидетельство фон Цаха тем не менее важно, поскольку его неосновательно обвиняли в нежелании подтвердить приоритет Гаусса. Он же, оказывается, раннее знал лишь, что Гаусс применил какой-то новый принцип.

[520]. По своей полной ясности формулировка принципа наименьших квадратов [у Лежандра] является непревзойденной. Ее следует считать одним из самых ясных и изящных введений нового статистического метода в истории статистики. Stigler (1986, p. 13).

Это неверно, см. №504 и наше примечание к нему.

[521]. Лежандр сразу же представил себе возможности метода [наименьших квадратов] и не только в применении к орбитам комет. Там же, с. 57.

Весьма вероятно, но соответствующее утверждение о Гауссе выглядит отвратительно и неверно по существу: "Нет никаких указаний, что до ознакомления с работой Лежандра Гаусс заметил громадный потенциал метода" (там же, с. 146). Вместо того, чтобы поискать такие указания, проще объявить, что их нет. См. Шейнин (1999a, 1999b). Да и кроме того, Гаусс мог применять принцип наименьших квадратов для пробных прикидок и/или в приближенном варианте (Гаусс 1809b, §185).

[522]. Если бы не одно обстоятельство, доводы Гаусса [1809 г.] могли бы остаться сравнительно неизвестными и присоединились бы к нагромождавшейся куче по существу сиюминутных построений, будучи чуть более отточенными чем некоторые другие, но менее убедительными чем большинство. И этим единым обстоятельством была реакция, которые эти доводы вызвали у Лапласа. Там же, с. 143.

При помощи вычислений Гаусса астрономы смогли обнаружить пропавшую было первую малую планету и одно это обстоятельство обессмертило его метод. Кроме того, более столетия его первое обоснование метода повторялось в десятках трактатов. Бедный Лаплас ... и насколько же Стиглер вернее оценил Гаусса!.. Что же касается *нагромождавшейся кучи*, то она просто остается на его совести.

[523]. Гаусс выпрашивал у друзей неохотные свидетельства о том, что он сообщил им о методе до 1805 г. Там же, с. 145.

Это уже клевета, см. №№517, 518.

[519]. Хотя Гаусс вполне мог говорить правду о своем предыдущем применении метода, его какие бы то ни было попытки сообщить о нем до 1805 г. были безуспешны. Там же, с. 146.

Первая половина фразы была бы вполне уместна по отношению к заподозренному карманнику, а вторая непонятна. Должен ли был Гаусс объявлять о своем открытии в газете или через глашатая? Взятые в целом, утверждения Стиглера, к которым надо еще добавить столь же неприемлемое заключение об Эйлере, см. №492, отвратительны. Но вот мнение Хальда, одного из самых авторитетных математиков-статистиков и историков статистики в мире (Hald 1998, p. XVI): книга Стиглера "эпохальна". И это несмотря на то, что она представляет из себя не *Историю статистики* (как объявлено в ее заглавии), а описание ее нескольких глав. Эпохальна, можно полагать, наряду с творениями Ньютона и Эйнштейна ...

[525]. То, что я впоследствии отказался от метафизики метода наименьших квадратов, приведенной в [1809 г.], произошло главным образом по причине, о которой я сам публично не упоминал. Именно, я считаю во всех случаях менее важным отыскание такого значения неизвестной величины, вероятность которой максимальна, но всегда остается бесконечно малой, нежели того, с которым получаешь наименее невыгодную игру. Иными словами, если fa обозначает вероятность значения a для неизвестного x, то менее важно привести к максимуму fa нежели к минимуму интеграл $\int f x\, F(x - a)dx$, распространенный на все возможные значения x, в котором за F берется функция всегда положительная и подходящим образом неизменно возрастающая при возрастании аргумента. Гаусс, письмо Бесселю 1839 г. (Gauss, *Werke*, Bd. 8, pp. 146 – 147).

Метафизику Гаусс, видимо, понимал как умозрительное начало (Асмус 1954), неполностью отражающую реальность (например, не имеющую место универсальность одного единственного распределения).

[526]. Пусть шансы различных ошибок, которые могут быть допущены каждым наблюдением, выражаются членами прогрессии ... T. Simpson (1756, 1757).

Это часть формулировки *Предложений* Симпсона. Он таким образом утверждает, что ошибка наблюдения есть частное значение случайной величины.

[527]. [Выбор меры точности] Каждой ошибке приписывают некоторый определенный *момент*, зависящий от ее величины; умножают этот момент на ее вероятность и складывают произведения; ошибка, момент которой равен этой сумме, должна рассматриваться как средняя. Но опять-таки от нашего *произвола* зависит, какую функцию величины ошибки мы выберем для ее момента, лишь бы только величина ее оставалась положительной и была бы больше для более крупных ошибок, чем для малых. Автор выбрал простейшую фукцию такого рода, а именно квадрат, но этот выбор связан еще с некоторыми другими чрезвычайно важными преимуществами, которых не имеет ни одна другая функция. Впрочем, могла быть принята и любая другая степень с четными показателями; чем больше выбран ее показатель степени, тем ближе она подходила бы к принципу, по которому крайние ошибки служат критерием точности. Гаусс (1821, с. 142).

Это был выбор дисперсии, а последние строки относятся к принципу минимакса.

[528]. [Определение высоты пирамиды Хеопса.] Чтобы определить полную погрешность [этой высоты] достаточно умножить предельную ошибку высоту ступени на 14 [всего 203 ступени, $\sqrt{203} = 14.2$]. Fourier (1829, p. 569).

[529]. Второе изложение [МНКв] у Гаусса представляется ... не более удовлетворительным, нежели его первое. В обоих случаях он начинает с постулатов, правдоподобных, но не всегда сохраняющих силу, которые неумолимо приводят к заранее ясному выводу. Harter (1977, p. 28).

Хартер наверняка имел в виду дисперсию, которую Гаусс выбрал как основную меру точности. Колмогоров (1946, с. 64) посчитал, что формулу для выборочной дисперсии следовало бы все-таки считать определением, а Цингер (1862, §33) заявил, что в ней уже *скрывается* МНКв.

[530]. Приложение исчисления вероятностей к исследованию ошибок наблюдения основано на домыслах. Bertrand (1888, p. 222).

Основано, как он ошибочно добавил, на реализации некоторого определенного закона распределения.

[531]. Так называемую вероятную ошибку я бы желал, собственно говоря, полностью изгнать как зависящую от предположения [от закона распределения]. Но, если угодно, ее можно вычислить, умножая среднюю на 0.6744897. Гаусс, письмо 1825 г. (Gauss, *Werke*, Bd. 8, p. 143).

Вероятную ошибку формально ввел Бессель, Гаусс же, несмотря на приведенное высказывание, иногда использовал ее в своих письмах. Ввиду своей кажущейся простоты, она дожила по крайней мере до середины XXв., см. Шейнин (1994а, p. 261).

Непонятно, почему Гаусс безоговорочно принял один и тот же коэффициент для перехода к ней от средней [квадратической] ошибки. Совершенно излишняя точность этого коэффициента соответствовала тогдашней традиции выписывать избыточное число знаков.

[532]. Правило Ф.А. Бредихина, что *для признания реальности величины вычисленной требуется, чтобы она по крайней мере в два раза превосходила свою вероятную погрешность*, мне очень нравится. Я не знаю только, кто установил такое правило и признают ли его все опытные вычислители. А.А. Марков, 1903; Шейнин (1990b, с. 453 – 454).

Его же придерживались Ньюком и Менделеев (Шейнин 2005, с. 204 и 210).

[533]. [По поводу знаменателя в формуле для выборочной дисперсии] В случае, когда число наблюдений во много раз больше числа неизвестных величин, такая неточность [когда последним числом пренебрегали] имеет небольшое значение, однако отчасти достоинство науки требует, чтобы полно и определенно было рассмотрено, насколько при этом велика опасность сделать ошибку. Гаусс (1823a, p. 146 – 147).

[534]. Таким образом, функция φ (z) на самом деле уподобляется экспоненциальной функции типа… Bertrand (1888, p. 267).

Бертран доказывал, что при небольших значениях своего аргумента четная квадратичная функция примерно равна экспоненциальной функции отрицательного квадрата, т.е. что второе гауссово обоснование МНКв все же не означало отказа от нормального распределения.

[535]. Все верят [в нормальное распределение], потому что экспериментаторы думают, что это математическое утверждение, а математики – что это результат экспериментов. Poincaré (1896, §108, p. 140 перевода), со слов Липпмана (G. Lippmann).

Уклонение наблюдений от нормального закона подметил еще Бессель в 1818 г., но не обратил на это внимания, а к середине XIXв. подобные уклонения стали достаточно известны (Шейнин 1995b, p. 174 – 177) и №№395, 397.

[536]. Видно, что при [числе наблюдений равным числу неизвестных] эта формула [выборочной дисперсии] приходит в совершенно неопределенную форму 0/0 ... Dedekind (1860, p. 99).

Это замечание, которое, как полагал Дедекинд, обесценивало формулу Гаусса, не имело особого смысла, поскольку при указанном условии точность можно определять лишь по косвенным соображениям.

[537]. В последнее время некоторые стали применять за k выражение [Чебышев привел формулу для выборочной дисперсии]. Чебышев (1879 – 1880, с. 249).

[538]. [В 1919 г. Леви] имел лишь смутное представление о том, что случайные ошибки подчиняются закону Гаусса. Lévy (1970, p. 71).

И даже это было ошибочно.

[539]. Закон Гаусса это в самом деле единственный, при котором этот метод [наименьших квадратов] применим. Lévy (1925, p. 79).

И это тоже плохо.

[540]. В тех случаях, к которым он применим, этот метод [наименьших квадратов] является специальным случаем метода наибольшего правдоподобия, из которого он может быть выведен. Fisher (1925, с. 260).

Это мнение ошибочно.

[541]. Вероятный вывод ... здесь совершенно согласен с арифметическим средним. А это указывает, что погрешности следуют определенному закону, принятому гауссовской теорией вероятностей, т.е. что наблюдения не содержат крупных случайных уклонений, а определяются неизбежными погрешностями. Менделеев (1875, с. 209).

Второе гауссовское обоснование МНКв (а не его несуществующей теории вероятностей) не опирается на нормальный закон, который, впрочем, допускает (с малыми вероятностями) крупные уклонения. *Вероятный* вывод надо понимать как *вероятнейший* и вряд ли Менделеев оговорился: он сослался на Этьена (Estienne), который безуспешно доказывал, что медиана (т.е. вероятный вывод) всегда предпочтительнее среднего арифметического, *вероятнейший* же указывает на метод наибольшего правдоподобия, т.е. на первое обоснование.

[542]. Существование второго обоснования [МНКв] видимо практически не известно почти никому из его американских пользователей за исключением студентов повышенных курсов математической статистики. Eisenhart (1964, p. 24).

[543]. [Лаплас предложил] Строгое [?] и беспристрастное исследование; из его анализа видно, что результаты [МНКв] получают более или менее значительную вероятность только при условии большого числа наблюдений; между тем как Гаусс старался на основании посторонних соображений придать этому способу безусловное значение. Если мы обратим внимание на то, что в законе больших чисел заключается вся сущность Теории случаев и что только при большом числе испытаний получают действительное фактическое значение все свойства случайных явлений, то не трудно будет видеть справедливость лапласова вывода; при ограниченном же числе наблюдений мы вовсе не можем рассчитывать на взаимное уничтожение погрешностей и ... всякое сочетание наблюдений может ... повести столько же к увеличению погрешностей, сколько и к ослаблению их. Цингер (1862, с. 1).

Автор также не знал о втором обосновании МНКв, не знал что Гаусс (1823b, §6) указывал на произвольность своего метода и притом исходил из необходимости уравнивать небольшое число наблюдений. Наконец, гауссов принцип наименьших квадратов, а затем и математическая статистика доказали, что последние строки утверждения Цингера неверны.

[544]. [Определение орбит небесных тел: Лагранж и Лаплас] Ограничились лишь математической стороной дела, тогда как Гаусс не только тщательно обработал свое решение с точки зрения вычислительной техники, но и учел все условия работы и все привычки астрономов-вычислителей. Субботин (1956, с. 297).

Осознанная Гауссом необходимость уравнивания небольшого числа наблюдений вполне созвучна этому замечанию.

[545]. Из его полевых журналов, имеющихся у меня, следует, ... что он [Гаусс] наблюдал на каждой станции до тех пор, пока не убеждался, что каждый угол получил свое должное. И затем он вводил полученные значения направлений в уравнивание системы как равноточные и не зависящие друг от друга. Schreiber (1879, p. 141).

Это же отражено в *Трудах* Гаусса (*Werke*, Bd. 9, pp. 278 – 281). Будучи не только математиком, но и естествоиспытателем, он, хотя бы ввиду неизбежного существования систематических ошибок, не полагался вполне на свои же собственные формулы по оценке точности.

[546]. Раньше или позже приходишь к положению, при котором [получаемый результат начинает] колебаться в определенных узких пределах и убеждаешься, что всякое дальнейшее продолжение [наблюдений] является лишь бессмысленной работой. ... И я как правило всегда так и поступал по примеру Гаусса. Gerling (1839, pp. 166 – 167).

Аналогичное мнение высказал и Курно (1843, §§130 и 138) и несколько позднейших авторов (Шейнин 1994a, с. 264). См. также №547.

[547]. При наблюдениях существует общий принцип: повторять одно и то же наблюдение снова и снова точно при одних и тех же обстоятельствах это лишь трата времени. Clarke (1880, p. 18).

[548]. Гаусс часто подходил к своим открытиям при помощи точных и мучительных для ума вычислений. ... Мы находим [в его работах] длинные таблицы, чье составление само по себе целиком заняло бы рабочую жизнь нескольких вычислителей обычного толка. Maennchen (1930, p. 3).

И уж наверное были и пробные подсчеты с применением МНКв.

[549]. Точки зрения Гаусса и Лапласа я различаю моментами относительно опыта; первая точка зрения апостериорная, а вторая – априорная. Судить апостериорно удобнее, ибо данных больше; но эта точка зрения запаздывает, отстает, плетется за событием. П.А. Некрасов, письмо А.А. Маркову 1913 г.; Шейнин (2005, с. 256).

Это утверждение не имеет смысла. Реально судить о точности наблюдений (о чем же еще?) можно только после их завершения. Начиная примерно с 1900 г., высказывания Некрасова часто оказывались явно ошибочными или даже нелепыми, см. Шейнин (2005, §14.4).

[550]. Для успешного применения исчисления вероятностей к наблюдениям наивысшую важность всегда имеет обширное знание предмета. Если такого знания нет, то при не очень большом числе имеющихся наблюдений отбрасывание ввиду значительного расхождения всегда сомнительно. ... Можно поступать как угодно, но принять за правило ничего не скрывать, чтобы другие могли по своему усмотрению считать также и по-другому. Гаусс, письмо 1827 г. (Gauss, *Werke*, Bd. 8, pp. 152 – 153).

Мнение Гаусса не утратило силы. Реальная оценка точности наблюдений возможна лишь по завершении всех работ и по этой причине математико-статистические критерии отбраковки наблюдений не укоренились в геодезии, ср. №552.

[551]. Один достаточно ошибочный отсчет может разрушить всё статистическое исследование, сколько бы ни было в наличии наблюдений. Anscombe (1960, p. 124).

[552]. И, в конце-концов, основная задача при исследовании уклоняющихся наблюдений остается той же самой, которой она была, когда встала на пути самых первых работников в этой области: какое наблюдение считать уклоняющимся, и что с ним делать? Barnett & Lewis (1978, p. 360).

[553]. Принцип, который я не принимаю: наблюдения это свидетели; если до опыта [до сравнения с другими?] они полагаются достойными доверия, их результат, какой бы он ни был, должен быть записан и сохранен. Bertrand (1888, p. 305).

[554]. Ошибочные числа все-таки внесены в таблицы, чтобы нельзя было думать, что я хоть раз произвольно изменял результаты. Darwin (1877, p. 150).

[555]. Ввиду неблагоприятных обстоятельств, при которых часто производятся наблюдения, ... среднее арифметическое не обязательно обеспечивает наиболее вероятный результат ... и каждое множество наблюдений прохождения Меркурия по диску Солнца должно быть смесью наблюдений с различными вероятными ошибками. Newcomb (1882, p. 382).

Несомненно, что отдельные наблюдения, особенно проведенные в неблагоприятных условиях, могли соответствовать различным законам распределения. Но предложение Ньюкома неизбежно предусматривало субъективный выбор параметров смеси распределений. Кроме того, он ошибочно предложил свой обобщенный закон вообще для всех астрономических наблюдений. Об этом и о дальнейших обобщениях, которые так и не получили распространения, см. Шейнин (1995b, pp. 179 – 183).

[556]. Я предпочитаю сделать немногие, но точные и повторенные определения при нескольких значительно разнящихся давлениях, чтобы по возможности не прибегать к способу наименьших квадратов ... [Противный случай] представляет не только многие затруднения для исследования, но и увеличивает погрешности вывода. Менделеев (1872b, с. 144).

Менделеев описывал уточнение закона Бойля – Мариотта. Он избегал применять способ наименьших квадратов, т.е. тягостные вычисления. Возможно, что при разнящихся давлениях систематические ошибки влияли по-разному и частично принимали характер случайных.

[557]. Когда же одно из чисел представляет заведомо больше гарантий точности, чем другие, оно одно должно быть взято, оставляя без всякого внимания числа, заведомо представляющие или худшие условия опыта и наблюдения, или какие-либо поводы к сомнению. Менделеев (1895, с. 159).

О подобном же образе действий в древности см. Шейнин (2005, с. 16).

[558]. Среднее число из данных, полученных при разных условиях, при разных методах и лицах, говорит мало и всегда менее вероятно, чем результат, добытый по точным методам и привычными лицами. Менделеев (1872а, с. 101).

Разнообразие условий, особенно в полевых условиях, приводит к компенсированию систематических ошибок, Менделеев же косвенно заявил, что точные методы требуют совпадающих условий. *Менее вероятно* следовало бы заменить на *менее надежно*.

[559]. Я полагаю, что отдельные наблюдения мало что могут добавить к нашим знаниям, тогда как таблицы очень большого числа наблюдений, произведенных систематически, вероятно прольют немало света на последовательность и период развития наших способностей. Darwin, письмо 1881 г. (1903, vol. 2, p. 54).

[560]. Теория ошибок естественно была моей основной целью. Poincaré (1921, посмертно, p. 343).

[561]. [Без приложения к теории ошибок его книга об устойчивых законах распределения] не имела бы права на существование. Lévy (1925, p. vii).

[562]. В своем обосновании метода наименьших квадратов Марков по существу вводит новые важные понятия, эквивалентные применяющимся теперь понятиям несмещенной и эффективной статистик ... Линник и др. (1951, с. 637).

С таким же успехом вместо Маркова можно было бы упомянуть Гаусса.

[563]. Значение работы Маркова о наилучших линейных оценках в основном состоит, я полагаю, в четкой постановке задачи. Neyman (1934, p. 593).

Но на с. 595 Нейман упомянул *теорему Маркова*.

[564]. [Нейман признал "путаницу", которой он] непреднамеренно способствовал, приписав Маркову основную теорему метода наименьших квадратов. Neyman (1952, p. 228).

Нейман имел в виду статью David & Neyman (1938), в которой была даже доказана "обобщенная теорема Маркова".

[565]. Мы обязаны Вам [Гауссу] большей частью сегодняшнего усовершенствования астрономии не только ввиду Ваших наименьших квадратов, но и вследствие пробуждения чувства утонченности, которое, как казалось, исчезло с лица земли после времени Брадлея и появилось вновь лишь 18 лет назад. Мы лишь теперь подошли к выслеживанию небольших погрешностей или уклонений, находящихся вне пределов вероятности [маловероятных] с таким же вниманием, с каким раньше исследовали крупные. Ф.В. Бессель, 1818 г.; Gauss (*Werke*, Ergänzungsreihe, Bd. 1, p. 275).

Заслуга самого Бесселя здесь также велика. Отношения между Гауссом и Бесселем вовсе не были безоблачными, как это подразумевает Бирман (Biermann 1966). Так, Bruhns (1869, p. 108) засвидетельствовал, что в 1825 г. между ними произошла какая-то шумная научная ссора, а в 1844 г. Бессель подчеркивал приоритет Лежандра в изобретении МНКв (Шейнин 2001c, с. 168).

Случайность

Истолкование случайности в древности и в новое время – Максвелл и Пуанкаре – модель Эренфестов – новый взгляд

[566]. Иногда шансы не подчиняются никакому ощутимому закону и кривая возможностей [плотность] может принимать наиболее причудливые формы. Quetelet (1846, p. 182).

Это весьма редкое и притом косвенное упоминание хаотичности, существование которой Муавр в свое время попросту отрицал, см. Замечание 2 в его мемуаре 1733 г.

[567]. Ничто так не противоположно оценке и закономерности как случай. Cicero (1991, Buch 2, §17, p. 149); Gaither и др. (1996).

[568]. Но что такое случайность? Всего лишь идол, и притом самый отвратительный из идолов, ничто, кроме как оскорбление полновластного и всемогущего Бога, равно как и совершеннейшего мира, который вышел из Его рук. Kepler (1606, p. 284); **Servien** (1952, p. 132).

Но Кеплер был вынужден признать, что эксцентриситеты планетных орбит случайны. См. также №586.

[569]. Существующее распределение животных, растений и климатов, равно как и рас и языков, является не результатом замысла, а скорее действием случая. Strabo (1969, 2.3.7).

Непонятное мнение древнего географа и историка (64/63 до н.э. – 23/24 н.э.).

[570]. В самом шансе нет ничего реального. ... существенным для шанса является совершенное и полное безразличие. Hume (1739, Book 1, pt. 3, §11, p. 125); Gaither и др. (1996).

[571]. Существа, которые возникают самопроизвольно, называются автоматическими, ... потому что они происходят в результате случая, самопроизвольного акта природы. Harvey (1651, p. 338).

Самопроизвольное зарождение было общепризнанно и случаю таким образом приписывалась громадная роль.

[572]. Слово *случай* означает лишь незнание причин. ... Цели метеорологии были бы совершенно бесполезны, ненадежны и беспочвенны, существуй какая-либо часть природы, не подчиняющаяся неизменным законам, будь возможным то, что называется случаем. Lamarck (1810 – 1814, с. 607 и 632).

Вскоре Ламарк повторил это утверждение (1815, p. 329).

[573]. Слово случай выражает только наше незнание причин явлений, которые появляются перед нашими глазами и следуют одно за другим без всякого видимого порядка. Лаплас (1786, p. 296).

[574]. Слово *случай* служит для того, чтобы услужливо скрывать наше невежество. Quetelet (1846, p. 14).

[575]. Ум, которому были бы известны для какого-либо данного момента все силы, одушевляющие природу, и относительное положение всех ее составных частей, если бы вдобавок он оказался достаточно обширным, чтобы подчинить эти данные анализу, обнял бы в одной формуле движения величайших тел вселенной наравне с движениями легчайших атомов. Не осталось бы ничего, что было бы для него недостоверно, и будущее, так же как и прошедшее, предстало бы перед его взором. Лаплас (1814, с. 835, левый столбец).

До Лапласа вполне аналогичные мысли высказали Мопертюи и Бошкович (Шейнин 2005, с. 129). Фактически Лаплас, таким образом, признавал случайность, но объяснял ее неведением и поэтому мы полагаем, что это утверждение вовсе не свидетельствует о *лапласовом детерминизме.* В последние десятилетия в физике и механике начала признаваться несравненно бóльшая роль случайности.

[576]. [Действие отбора] полностью зависит от того, что мы при нашем незнании называем самопроизвольной или случайной изменчивостью. Darwin (1868, vol 2, p. 236).

Аналогичное понимание встечается и в других произведениях Дарвина (1859, p. 128).

[577]. Природа содержит запас всех вариаций, но они вступают в игру по случаю или в результате мастерства [у домашних животных]. Maupertuis (1745, p. 110).

[578]. Мопертюи исследовал проблемы наследственности, которая, как он полагал, определяется своими “частичками” и доказывал, что с преобладающей вероятностью шестипалость передается по наследству. Glass (1974).

[579]. [XIXв. будет называться] веком механического представления о природе, веком Дарвина. Boltzmann (1872, p. 316).

Через 15 – 20 лет Больцман дважды повторил эту мысль, см. Шейнин (1985, с. 375). Вряд ли кто-либо кроме него назвал гипотезу Дарвина механической. Его ошибочное мнение было, видимо, обусловлено его двойственным отношением к роли случайности (Рубановский 1934, с. 6).

[580]. Только по причине нашей слабости и нашего невежества случай существует для нас. Пуанкаре (1896, с. 9 перевода).

Перед этим Пуанкаре, однако, замечает, что “мы стали абсолютными детерминистами”, а затем опять заявляет, что “случай – не более, чем мера нашего невежества”.

[581]. Слова *случай* и *гений* не обозначают ничего действительно существующего и потому не могут быть определены. Слова эти только обозначают известную степень понимания явлений. Толстой (1865 – 1869/1999, т. 2, Эпилог, с. 528).

[582]. Один человек случайно натянул лук и ранил царя израильского. 3-я Царств 22:34, также 2-я Паралипоменон 18:33.

[583]. Роя яму для посадки растения, некто нашел клад. Аристотель, Метафизика, 1025a.

Это один из его примеров случайности; находку ржавого гвоздя он не посчитал бы случайным, см. №584. Другой пример (Физика 196b30): непредвиденная встреча знакомых.

[584]. [Шанс по Аристотелю имеет место] время от времени; обладает признаком цели, мог бы быть объектом естественноой или разумной потребности, но на самом деле не был таковым, а произошел случайно. Junkersfeld (1945, p. 22).

[585]. [Ошибки "в действиях природы" приводят к уродствам. Первое уклонение природы] от типа состоит в том, что отпрыск становится самкой, а не самцом, ... поскольку возможно, что самец иногда не возобладает над самкой ... либо ввиду малолетства или старости, либо по какой-либо иной подобной причине. Аристотель, Физика 199b1.

Ошибки, стало быть, происходят очень часто: ведь Аристотель считал, что случай происходит редко. Не упоминая ни его, ни случайности, Кювье (Cuvier 1831, p. clxxxvii) сообщил, что скотоводы используют те же причины для получения большего количества самцов (или самок) в потомстве скота. Лаплас (1814, с. 842, правый столбец) посчитал, что изучение соотношения полов новорожденных животных заслуживает внимания, а Дарвин изучал эту проблему статистически (Шейнин 1980, с. 346).

[586]. Будь небесные движения обусловлены разумом, как полагали древние, вывод о точных круговых путях планет внушал бы доверие ... Но небесные движения вызваны ... природой ... и это самым обоснованным образом доказывается наблюдениями астрономов, которые ... обнаруживают [что орбиты эллиптичны]. И эллипс свидетельствует о естественной телесной силе и об истечении и величине ее формы ... эти [естественные и анималистические способности] ... не смогли достичь полного совершенства. Kepler (1618 – 1621, 1620, p. 932).

Кант (Kant 1755, p. 337) по существу повторил мысль Кеплера, Лаплас же (1796, p. 504 note), хоть и не вполне определенно, качественно объяснил эллиптичность планетных орбит разностями давлений и разностями температур.

[587]. Случайная и потому переменная причина тут и там воспрепятствовала исполнению этого плана [лестницы живых существ]. Lamarck (1815, p. 133).

[588]. Это единственный смысл [отношение к цели в происхождении видов], в котором я применял слово *шанс*. ... С другой стороны [?], рассматривая вселенную в целом, разум отказывается видеть ее как результат действия случая, т.е. без замысла или цели. Дарвин, письмо 1881 г.; (1903, vol. 1, p. 395).

[589]. События, возникающие при комбинации или встрече явлений, принадлежащих независимым рядам, получившимся в порядке причинности, мы называем случайными. Курно (1843, §40).

Подобное понимание встречается у многих авторов, в том числе древних, см. №№ 582, 583.

[590]. Некий философ, исходя из верных мыслей о том, что все истины ... могут быть выражены словами, выписал все слова своего языка ... и изобрел машинку, которая не только вращала, но и сдвигала вместе ... кубики со словами. После каждого запуска машины видимые слова прочитывались и если три или четыре [слова] имели смысл, они записывались ... Baer (1873, p. 6).

Бэр, Данилевский (1885, ч. 1, с. 194), а еще раньше Дж. Гершель (J. Herschel 1861, p. 63) упоминали незадачливого философа из свифтовского *Путешествий Гулливера*, но взятого последним у Раймунда Луллия (XIII – XIVвв.). Указанные авторы сводили случайность к ее равномерной разновидности для отрицания гипотезы Дарвина. Критику понятия равномерной случайности *вообще* см. №85.

[591]. Собственные движения звезд направлены случайно, т.е. никакое конкретное направление не является преобладающим. Kapteyn (1906, p. 400).

[592]. *Случайное* (как *свободное*, зависящее от произвола разумного создания, так и *случайное*, зависящее от судьбы или случая) есть то, что может быть или не быть в настоящем, прошедшем или будущем, – понятно, вследствие сил скрытых, не ближайших. Я. Бернулли (1713/1986, с. 25).

[593]. Случайное это нечто действительное, определенное в то же время как возможное ... то, что возможно, само есть нечто случайное. Гегель (1812, р. 383).

[594]. [Случайные явления это те] чье полное понимание превосходит всякий конечный разум. Leibniz (1686, p. 288).

[595]. Случайным мы называем явление, чья зависимость от вызывающих его причин столь сложна, что никак не может быть выражена лишь при помощи аналитических функций. Н.Н. Пирогов (1891, р. 518).

[596]. Подбросьте горсточку перьев, и каждое из них упадет на землю в соответствии с определенныыми законами, но насколько просто установить, куда каждое упадет, по сравнению с проблемами эволюции видов. Darwin (1859, p. 77).

Дарвин не упомянул случайность, но она здесь имеет место.

[597]. У здоровых людей ... тело не изменяется даже от исключительных причин, но у пожилых даже малейшие причины приводят к величайшим последствиям. Гален (1951, р. 202).

[598]. Будь нос Клеопатры покороче, изменилось бы лицо земли. Pascal (1669, p. 675).

[599]. Если бесконечно малое изменение существующего состояния может привести к конечному изменению состояния системы в течение конечного промежутка времени, говорят, что система находится в условиях неустойчивости. Ясно, что существование таких условий приводит к невозможности предсказать будущие события. Maxwell (доклад 1873, pp. 362 – 363).

Максвелл (с. 364) привел пример неустойчивого преломления лучей в двуосных кристаллах. Он не упомянул случайность, которая в подобных контекстах появилась только у Пуанкаре (№600).

[600]. [Если] очень мелкая ... причина вызывает значительное следствие, ... мы говорим, что этим следствием мы обязаны случаю. Пуанкаре (1896, с. 11 перевода).

[601]. Я не склонен приписывать это удивительное совпадение по времени и месту слепому случаю, особенно потому, что появление Новой звезды само по себе, без учета времени и места, не обычно, а представляет собой громадное чудо. Кеплер (1604, р. 337).

Время и место появления Новой Кеплер тоже считал необычными.

[602]. Слепая судьба никогда не могла бы заставить планеты двигаться по одному и тому же направлению по концентрическим орбитам за исключением некоторых незначительных неправильностей, которые могли происходить от взаимных действий комет и планет друг на друга и которые будут вероятно нарастать, пока эта система не потребует [божественной] реформации. Для столь чудесной однородности планетной системы следует допустить действие выбора. О том же свидетельствует однообразие в телах животных. Ньютон (1704, Вопрос 31).

Эта выдержка из искаженного русского перевода приведена нами в соответствие с оригиналом. О невозможности случайного возникновения системы мира или вселенной высказывались многие ученые после, да и до Ньютона, см. Шейнин (1974, с. 132 – 135).

[603]. Мы видим ... печатные буквы, расположенные в таком порядке: *Константинополь*, и мы считаем, что это расположение не есть следствие случая не потому, что оно менее возможно, нежели другие, ... но ввиду того, что это слово у нас употребляется. Несравненно вероятнее, что кто-нибудь расположил так предыдущие буквы, нежели то, что этим расположением мы обязаны случаю. Лаплас (1814, с. 837, левый столбец).

Этот пример впервые рассмотрел Даламбер (1767а, pp. 254 – 255).

[604]. Случайное в единичном тем не менее подчинено правилу в общем. Kant (1781, p. 508).

[605]. Природа обладает двумя могучими и общими средствами, которые она непрестанно использует ... это всемирное притяжение [и беспрестанно изменяющееся отталкивающее молекулярное действие]. Равновесие между этими двумя противоположными силами ... порождает ... причины всех наблюденных событий, особенно тех, которые относятся к существованию живых организмов. Lamarck (1815, p. 169).

[606]. Мудрец … в ужасающем чуде случаев ищет закона и явлений хаоса к полюсу хочет привесть. Schiller, *Spaziergang*, 1795.

[607]. Случай неспособен порхая изменять необходимые как плоды деревьев поступки и мысли людские. Schiller, *Валенштейн*, Смерть Валленштейна, 1800.

[608]. У случая нет добродетели; бессильный в большом деле, он нарушает лишь малое. Но он является наилучшим и простейшим средством, чтобы приводить природные события к точной и уверенной цели среди возбуждений и бесконечных разнообразий. Bertrand (1888, p. L).

[609]. Ни в одной области точные законы не определяли всего, они лишь очерчивали пределы, в которых дозволялось пребывать случаю. Пуанкаре (1896, с. 9 перевода).

[610]. Идея о шансе проникает [в науку] на самых первых шагах научной деятельности ввиду того, что ни одно наблюдение не является совершенно точным. Я думаю, что шанс более существенное понятие, чем причинность, ибо имеет ли место в конкретном случае соотношение причины и действия или нет, может быть оценено только если применить к наблюдению законы шанса. Born (1949, p. 47).

[611]. Природа ничего не создает, она только уничтожает. ... Все составные вещества склонны естественным образом разрушаться ... Все усилия природы ... постоянно направлены к одной цели, а именно к разрушению всего составного, какое бы оно ни было, на исходные элементы, к возвращению их свободы и естественных качеств, которых они лишены в состоянии соединения. Lamarck (1794, §§920, 982, 813).

Эвристическое утверждение, относившееся к еще не существовавшей термодинамике (возрастание энтропии).

[612]. Пусть N шариков (например 100) пронумерованы по порядку и распределены в две урны. Урна А содержит P_0 (например, 90), урна В, следовательно, $Q_0 = (N - P_0)$ шариков ... Кроме того, в мешочке находятся N лотерейных билетов, пронумерованных от 1 до N. Через каждую единицу времени один билет вынимается [из мешочка] и вкладывается обратно. Каждый раз, когда вынут некоторый номер, шарик с тем же номером перепрыгивает из той урны, в которой он лежит, в другую, и остается там до тех пор, пока его номер не выпадет снова. П. и Т. Эренфест (1907).

С этой знаменитой модели принято начинать историю случайных процессов. О предшествующих результатах Даниила Бернулли и Лапласа см. Шейнин (2005, с. 107 – 108) и №613.

[613]. [Лаплас рассмотрел ту же схему что и в №612 со многими урнами, притом даже с добавлением новых урн, также с любым начальным распределением шариков двух цветов в них, и заключил, видимо, слишком оптимистически:] Можно распространить этот результат на все сочетания в природе, в которых постоянные силы ... устанавливают правильный образ действий, способный вызвать даже из недр хаоса системы, управляемые удивительными законами. Лаплас (1814, с. 843, левый столбец).

[614]. Существуют очень простые системы, чье поведение столь же непредсказуемо [как поведение сложных]. Ekeland (1991, p. 91).

[615]. Как это ни парадоксально, все известные на сегодня математические определения случайности формулируются в терминах теории алгоритмов. Колмогоров и Успенский (1987, с. 425).

[616]. В течение длительного времени я полагал, что

1. Частотная концепция, основанная на понятии *предельной частости* при стремлении числа испытаний к бесконечности не привносит ничего к обоснованию применимости результатов теории вероятностей к реальным практическим задачам, в которых нам всегда приходится иметь дело с конечным числом испытаний.
2. Применение частотной концепции к большому, но конечному числу испытаний не может быть изложено строго формально в рамках чистой математики.

... Я все еще придерживаюсь первого из этих тезисов. Однако, по поводу второго я пришел к выводу, что концепция случайного распределения некоторой характеристики в большой конечной совокупности может быть строго формально изложена математически. Kolmogorov (1963, p. 369).

[617]. Когда фон Мизеса убедили, что необходимо сделать его теорию математической, [его] коллектив превратился в математическую последовательность единиц (орлов) и нулей (решеток). ... Это лишило его подход интуитивного содержания и лишь оставило [его] неуклюжий способ приходить окольным путем к обычной дисциплине математической вероятности. Doob (1976, p. 203).

[618]. В теории Мизеса … понятие о случае не играет никакой роли. ... Необходимо ли в науке это темное и противоречивое понятие, и нельзя ли его заменить другими понятиями, более точными и определенными. Романовский (1924, №4 – 6, с. 33 прим.).

[619]. До сих пор не удалось воплотить замысел фон Мизеса в удовлетворительное со всех точек зрения определение случайности. Успенский и др. (1990, §1.3.4).

[620]. Пусть фактически вместо двух возможных событий E и F их заданное число равно λ и только одно из них наступает при каждом испытании. Это тот случай, при котором мы рассматриваем некоторую вещь A некоторой природы, способную принимать λ известных или неизвестных значений, которые я обозначу через a_1, a_2, ... , a_λ и из которых одно единственное должно наступать при каждом испытании ... Пуассон (1837a, p. 250).

На с. 254 Пуассон явно ввел понятие о случайной величине, но назвал ее *вещь A*.

Библиография

Сокращения

Б.м., б.г.	=	Без места, без года
ВС	=	*Вестник статистики*
ИМИ	=	*Историко-математич. исследования*
Л	=	Ленинград
М	=	Москва
AHES	=	*Arch. Hist. Ex. Sci.*
Hist. Scient	=	*Historia Scientiarum* (Tokyo)
JNÖS	=	*Jahrbücher f. Nationalökonomie u. Stat.*
OC	=	*Oeuvr. Compl.*

Пояснение. Многие книги издавались несколько раз, в том числе и на различных языках. Нумерация страниц иногда достаточна, чтобы определить из какого издания взята ссылка в нашем тексте. Во многих случаях мы пишем фамилию иностранного автора на русском языке, например Тодхантер, а не Todhunter. В квадратных скобках мы указываем позднейшие издания, которые мы иногда только установили библиографически и во всяком случае на которые нет ссылок в тексте. Вот пример:

Darwin C. (1881, англ.), *Образование растительного ... Сочинения*, т. 2. М.– Л., 1936, с. 114 – 238. [London, 1989.]

Эта запись означает, что книга впервые появилась в 1881 г. на англ. языке, что имеется ее русский перевод (и что возможные ссылки в нашем тексте относятся к нему, поскольку здесь именно указаны все библиографические данные) и что существует английское издание 1989 г.

Алимов Ю.И. (1980), *Альтернатива методу математической статистики*. М.

Аноним (1954), Обзор научного совещания по вопросам статистики. ВС, №5, с. 39 – 95.
Асмус В.Ф. (1954), Метафизика. *БСЭ*, 2-е изд., т. 27, с. 283 – 284.
Бажанов В.А. (2002), Проф. А.В. Васильев. Ученый, организатор науки, общественный деятель. ИМИ, вып. 7 (42), с. 120 – 148.
Бекетов А.Н. (1892), *Нравственность и естествознание*. СПб.
Бернштейн С.Н. (1945), О работах П.Л. Чебышева по теории вероятностей. *Собр. соч*., т. 4. М., 1964, с. 409 – 433.
Бирман И. (1960), Научное совещание по применению математических методов в экономических исследованиях и планировании. ВС, №7, с. 41 – 52.
Бирман К.-Р. (1957), Задачи генуэзского лото в работах классиков теории вероятностей. ИМИ, вып. 10, с. 649 – 670.
Борткевич В.И. (Bortkiewicz L. von) (1894 – 1896, нем.), Критическое рассмотрение некоторых вопросов теоретической статистики. В книге Четвериков (1968, с. 55 – 137).
--- (1898), *Das Gesetz der kleinen Zahlen.* Leipzig.
--- (1917), *Die Iterationen.* Berlin.
--- (1930), Lexis und Dormoy. *Nord. Stat. Tidskr*., Bd. 9, pp. 33 – 54.
Борткевич В.И., Чупров А.А. (2005), *Переписка* (*1895 – 1926*). Берлин.
Буняковский В.Я. (1846), *Основания математической теории вероятностей*. СПб.
--- (1866), Опыт о законах смертности в России и о распределении православного населения по возрастам. *Зап. Имп. АН*, т. 8, Прил. 6.
Буров В.Г., Вяткин Р.В., Титаренко М.А., редакторы (1972 – 1973), *Древнекитайская философия*, тт. 1 – 2. М.
Васильев А.В. (1892), Законы случайного и математическая статистика. *Вестник Европы*, год 27-й, №10, с. 630 – 655.
Ващенко-Захарченко М. (1864), Краткий обзор теории вероятностей. *Унив. Изв.* (Киев), №2, с. 59 – 77 отдела №2.
Гнеденко Б.В. (1950a), *Курс теории вероятностей.* М. Несколько последующих изданий.
--- (1950b), Теория вероятностей и познание реального мира. *Успехи математич. наук*, т. 5, с. 3 – 23.
--- (1951), О работах М.В. Остроградского в теории вероятностей. ИМИ, т. 4, с. 99 – 123.
Граунт Дж., Галлей Э. (2005), *Начала статистики населения, математической статистики и математики страхового дела.* Берлин.
Давидов А.Ю. (1854), Приложение теории вероятностей к медицине. *Моск. Врачебн. Ж*., отдел 1-й, с. 54 – 91.
Данилевский, Н.Я. (1885), *Дарвинизм*, т.1, ч. 1 – 2. СПб.
Дзержинский Ф.Э. (1924), Вступительное слово на совещании и т. д. *Избр. произв*., т. 2. 2-е изд. М., 1967, с. 31 – 40.
Закатов П.С. (1950), *Курс высшей геодезии.* М. Последующие изд., 1953, 1964.
Канторович Л.В. (1959), Выступление в прениях на Годичном собрании АН СССР. *Вестник АН*, т. 29, №4, с. 59 – 61.
Кауфман А.А. (1922), *Теория и методы статистики*. М., 4-е издание.
Колмогоров А.Н. (Kolmogorov A.N.) (1933, нем.), *Основные положения теории вероятностей.* М., 1936 и 1974.

--- (1946), К обоснованию метода наименьших квадратов. *Успехи математич. наук*, т. 1, с. 57 – 71.
--- (1947), Роль русской науки в развитии теории вероятностей. *Уч. зап. МГУ*, № 91, с. 53 – 64.
--- (1948), Е.Е. Слуцкий. *Успехи математич. наук*, т. 3, № 4, с. 143 – 151.
--- (1951), Вероятность. В книге Прохоров (1999, с. 96 – 97).
--- (1963), On tables of random numbers. *Sankhya, Indian J. Stat*., vol. A25, pp. 369 – 376.
Колмогоров А.Н., Прохоров Ю.В. (1974), Математическая статистика. БСЭ, 3-е изд., т. 15, с. 480 – 484.
Колмогоров А.Н., Сарманов О.В. (1960), О работах С. Н. Бернштейна по теории вероятностей. *Теория вероятностей и ее применения*, т. 5, с. 215 – 221.
Колмогоров А.Н., Успенский В.А. (1987), Алгоритмы и случайность. Там же, т. 32, с. 425 – 455.
Ленин В.И. (1909), *Материализм и эмпириокритицизм*. *Полн. собр. соч*., 5-е изд., т. 18. М., 1961.
Линник Ю.В., Сапогов Н.А., Тимофеев В.Н. (1951), Очерк работ А.А. Маркова по теории чисел и теории вероятностей. В книге Марков (1951, с. 614 – 640).
Лысенко Т.Д. (1948), О положении в биологической науке. В книге *О положении* (1948, с. 7 – 40, 512 – 523).
Ляпунов А.М. (1895), П.Л. Чебышев. В книге П.Л. Чебышев (1946), *Избр. математич. тр.* М. – Л., с. 9 – 21.
Марков А.А. (1888), *Table des valeurs de l'intégrale* … Petersbourg.
--- (1899), Приложение непрерывных дробей к вычислению вероятностей. *Изв. Физ.-математич. общ. Казанск. унив*., 2-я сер., т. 9, №2, с. 29 – 34.
--- (1900), [Руководство] *Исчисление вероятностей.* СПб. Последующие издания: 1908, 1913 и посмертное 1924 г. Немецкий перевод: Лейпциг – Берлин, 1912.
--- (1911), Об основных положениях исчисления вероятностей и о законе больших чисел. В книге Ондар (1977, с. 161 – 166).
--- (1916), О коэффициенте дисперсии. В книге автора (1951, с. 523 – 535).
--- (1924), Четвертое изд. книги Марков (1900).
--- (1951), *Избранные труды.* Б.м.
Менделеев Д.И. (1872a), Отчет об опытах 1867 и 1869 гг. *Соч.*, т. 16, 1951, с. 99 – 113.
--- (1872b), О сжимаемости газов. *Соч*., т. 6, 1939, с. 128 – 171.
--- (1875), Ход работ по возобновлению прототипов. *Соч*., т. 22, 1950, с. 175 – 213.
--- (1885), Записка об ученых трудах А.И. Воейкова. *Соч*., т 25, 1952, с. 526 – 531.
--- (1888), Будущая сила, покоящаяся на берегах Донца. *Соч*., т. 11, 1949, с. 53 – 207.
--- (1895), О весе определенного объема воды. *Соч*., т. 22, 1950, с. 105 – 171.
--- (1934 – 1952), *Сочинения*, тт. 1 – 25. Л. – М.
Мрочек В.Р. (1934), Возникновение и развитие теории вероятностей. *Тр. Инст. истории науки и техн.*, сер. 1, вып. 2, с. 45 – 60.

Некрасов П.А. (1900), По поводу “Ответа” академика А.А. Маркова. *Математич. Сб.*, т. 21, с. 379 – 386.
Некраш Л.В. (1947), Теория статистики и теория вероятностей. *Вестник ЛГУ*, №2, с. 61 – 78.
Немчинов В.С. (1948), Выступление на конференции. В книге *О положении* (1948, с. 472).
Никольский П.А. (1895), *Основные вопросы страхования*. Казань.
Новиков С.П. (2002), Вторая половина XXв. и ее итог: кризис физико-математического сообщества в России и на Западе. ИМИ, вып. 7 (42), с. 326 – 356.
Ондар Х.О., редактор (1977), *О теории вероятностей и математической статистике. Переписка А.А. Маркова и А.А. Чупрова.* М.
О положении (1948), *О положении в биологической науке*. М.
Орлов А. (1990), О перестройке статистической науки и ее применении. ВС, №1, с. 65 – 71.
Остроградский М.В. (1847), О страховании. *Полн. собр. тр.*, т. 3. Киев, 1961, с. 238 – 244.
--- (1961), *Педагогическое наследие. Документы о жизни и деятельности.* М. Ред., И.Б. Погребысский, А.П. Юшкевич.
Паевский В.В. (1935), Демографические работы Л. Эйлера. В книге *Леонард Эйлер*. М. – Л., с. 103 – 110.
Песков П. (1874), *Медицинская статистика и география.* Казань.
Пирогов Н.И. (1849), Об успехах хирургии в течение последнего пятилетия. *Зап. по части врачебн. наук Мед.-хирургич. акад.*, год 7-й, кн. 4, ч. 1, с. 1 – 27.
--- (1864, нем.), *Начала общей военно-полевой хирургии*, 1865 – 1866. *Собр. Соч.*, т. 5, 1961 и т. 6, с. 55 – 309. Ссылки в тексте на т. 5.
--- (1871), Отчет о посещении военно-санитарных учреждений в Германии, Лотарингии и Эльзасе в 1870 г. Там же, т. 7, 1960, с. 415 – 489.
--- (1884 – 1885), Вопросы жизни. Дневник старого врача. *Собр. Соч.*, т. 8. М., 1962, с. 69 – 352.
--- (1957 – 1962), *Собрание сочинений*, тт. 1 – 8. М.
Пирогов Н.Н. (1890), Основания термодинамики. *Ж. Русск. Физ.-Хим. Общ.*, т. 22, №5, физич. часть, с. 173 – 220. Нем. вариант: *Repertorium Phys.*, Bd. 27, 1891, pp. 515 – 546.
Прохоров Ю.В., редактор (1999), *Вероятность и математическая статистика. Энциклопедия.* М.
Прохоров Ю.В., Севастьянов Б.А. (1999), Вероятностей теория. В книге Прохоров (1999, с. 77 – 81).
Прудников В.Е. (1964), *П.Л. Чебышев – ученый и педагог.* М. [Л., 1976]
Резолюция (1948), Резолюция. *Второе всесоюзное совещание по математической статистике.* Ташкент, 1948, с. 313 – 317.
Романовский В.И. (1923), Рецензия на Чупров (1918 – 1919). ВС, № 1 – 3, с. 255 – 260.
--- (1924), Теория вероятностей и статистика: по некоторым новейшим работам западных ученых. ВС, №4 – 6, с. 1 – 38; № 7 – 9, с. 5 – 34.
Рубановский Л.М. (1934), *Методы физической статистики.* Л. – М.
Слуцкий Е.Е. (1912), *Теория корреляции.* Киев.

Смит М. (1930), Плановое вредительство и статистическая теория. *Плановое хозяйство*, №10, с. 139 – 168.
--- (1931), *Теория и практика советской статистики*. М.
Соловьев А.Д. (1997), П.А. Некрасов и центральная предельная теорема. ИМИ, вып. 2 (37), с. 9 – 22.
Струве П.Б. (1918), Кто первым указал на применение статистики к филологическим исследованиям? *Изв. Росс. АН*, сер. 6, т. 12, с. 1317 – 1318.
Струмилин С.Г., редактор (1969), *Статистика.* М.
Субботин М.Ф. (1956), Астрономические и геодезические работы Гаусса. В мемориальном сборнике *Гаусс*. М., с. 243 – 310.
Типольт А.Н. (1972), Из истории Демографического института АН СССР. *Уч. зап. по статистике*, т. 20, с. 72 – 99.
Тихомандрицкий М.А. (1898), *Курс теории вероятностей.* Харьков.
Толстой Л. (1865 – 1869), *Война и мир*, т. 2. М., 1999.
--- (1884 – 1886), [Смерть Ивана Ильича]. The death of Ivan Ilyich. В книге автора *The Death of Ivan Ilyich and Master and Man*. New York, 2003, pp. 3 – 59.
Тутубалин В.Н. (1977), *Границы применимости (вероятностно-статистические методы и их возможности).* М.
Тюрин Ю.Н. (1975), *Что такое математическая статистика.* М.
Успенский В.А., Семенов А.Л., Шень А.Х. (1990), Может ли (индивидуальная) последовательность нулей и единиц быть случайной? *Успехи математич. наук*, т. 45, с. 105 – 162.
Хинчин А.Я. (1937), Теория вероятностей в дореволюционной России и в Советском Союзе. *Фронт науки и техники*, №7, с. 36 – 46.
--- (1961), Частотная теория Мизеса и современные идеи теории вероятностей. *Вопр. философии*, № 1, с. 91 – 102, № 2, с. 77 – 89.
Цингер [В.Я.] (1862), *Способ наименьших квадратов.* Диссертация. М.
Чебышев П.Л. (1879 – 1880, лекции), *Теория вероятностей.* М. – Л., 1936.
Четвериков Н.С., редактор (1968), *О теории дисперсии.* М.
Чириков М.В., Шейнин О.Б. (1994), Переписка П.А. Некрасова и К.А. Андреева. ИМИ, вып. 35, с. 124 – 147.
Чупров, А.А. (1897), Нравственная статистика. *Энц. Словарь Брокгауз и Ефрон*, полутом 21, с. 403 – 408.
--- (1903), Статистика и статистический метод, их жизненное значение и научные задачи. В книге автора (1960, с. 6 – 42).
--- (1905, нем.), Задачи теории статистики. В книге автора (1960, с. 43 – 90).
--- (1909), *Очерки по теории статистики.* М. Последующие издания: 1910 и 1959. Ссылки в тексте на издание 1959 г.
--- (1912), Выборочное исследование. В книге автора (1960, с. 258 – 270).
--- (1918 – 1919, нем.), К теории стабильности статистических рядов. В книге Четвериков (1968, с. 138 – 224).
--- (1919, франц.), Разложение большевизма. *Вопр. Истории*, №10, 2003, с. 3 – 18.
--- (1922a, нем.), Закон больших чисел и стохастико-статистическая точка зрения в современной науке. В книге автора (1960, с. 141 – 162).
--- (1922b), Учебники статистики (рецензии). Там же, с. 413 – 429.

--- (1922c), [Рецензия на] Вестник статистики, 1920 – 1922. *Вопросы статистики*, №1, 1999, с. 11 – 13.
--- (1924, нем.), Основные задачи стохастической теории статистики. В книге автора (1960, с. 162 – 221).
--- (1960), *Вопросы статистики*. Сб. перепечаток и переводов статей автора. Сост. Н.С. Четвериков. М.
Шейнин О.Б. (Sheynin O.B.) (1974), On the prehistory of the theory of probability. AHES, vol. 12, pp. 97 – 141.
--- (1977), Early history of the theory of probability. AHES, vol. 17, pp. 201 – 259.
--- (1979), Gauss and the theory of errors. AHES, vol. 20, pp. 21 – 72.
--- (1980), On the history of the statistical method in biology. AHES, vol. 22, pp. 323 – 371.
--- (1982), On the history of medical statistics. AHES, vol. 26, pp. 241 – 286.
--- (1984a), On the history of the statistical method in astronomy. AHES, vol. 29, pp. 151 – 199.
--- (1984b), On the history of the statistical method in meteorology. AHES, vol. 31, pp. 53 – 93.
--- (1985), On the history of the statistical method in physics. AHES, vol. 33, pp. 351 – 382.
--- (1986), Quetelet as a statistician. AHES, vol. 36, pp. 281 – 325.
--- (1990a), *А.А. Чупров. Жизнь, творчество, переписка.* М., 1990. Англ. вариант: Гёттинген, 1996.
--- (1990b), Отзыв А.А. Маркова об одной статье Б.Б. Голицина. ИМИ, вып. 32 – 33, с. 451 – 455.
--- (1991), Poincaré's work in probability. AHES, vol. 42, pp. 137 – 172.
--- (1993), Treatment of observations in early astronomy. AHES, vol, 46, pp. 153 – 192.
--- (1994a), Gauss and geodetic observations. Там же, с. 253 – 283.
--- (1994b), Theory of errors. In *Companion Enc. Hist. & Phil. of Math. Sciences*, vol. 2, pp. 1315 – 1324. London, 1994. Редактор I. Grattan-Guinness.
--- (1995a), Понятие о случайности от Аристотеля до Пуанкаре. ИМИ, вып. 1 (36), №1, с. 85 – 105.
--- (1995b), Density curves in the theory of errors. AHES, vol 49, pp. 163 – 196.
--- (1996), *History of the Theory of Errors.* Egelsbach. Русский вариант (сводка): ИМИ, вып. 6 (41), 2001, с. 179 – 198.
--- (1999a), Discovery of the principle of least squares. *Hist. Scient*., vol. 8, pp. 249 – 264.
--- (1999b), Gauss and the method of least squares. JNÖS, Bd. 219, pp. 458 – 467.
--- (1999c), Е.Е. Слуцкий: к 50-летию со дня смерти. ИМИ, вып. 3 (38), с. 128 – 137.
--- (2001a), Social statistics and probability theory in the 19th century. *Hist. Scient.*, pp. 86 – 111. Сокращенный вариант: JNÖS, Bd. 223, 2003, pp. 91 – 112. Русский вариант: *Вопр. Статистики*, № 9, 2002, с. 64 – 69.
--- (2001b), Статистика и идеология в СССР. ИМИ, вып. 6 (41), с. 179 – 198.
--- (2001c), Gauss, Bessel and the adjustment of triangulation. *Hist. Scient.*, vol. 11, pp. 168 – 175.

--- (2002), Newcomb as a statistician. *Hist. Scient.*, vol. 12, pp. 142 – 167.
--- (2003a), On the history of the Bayes's theorem. *Math. Scientist*, vol. 28, pp. 37 – 42.
--- (2003b), Geometric probability and the Bertrand paradox. *Hist. Scient.*, vol. 13, pp. 42 – 53.
--- (2005), *Теория вероятностей. Исторический очерк*. Берлин.
--- (2006), *Хрестоматия по истории теории вероятностей и статистики*. Берлин.
Юшкевич А.П., Juskevic A.P. (1986), Николай Бернулли и издание "Искусства предположений" Якоба Бернулли. *Теория вероятностей и ее применения*, т. 31, с. 333 – 352.
Яновская С.А. (1931), Выступление на заседании президиума Коммунистической академии. В книге *За поворот на фронте естествознания.* М. – Л., с. 39.
Янсон Ю.Э. (1891), *Теория статистики*. СПб.
Ясин Е.Г. (1989), Перестройка и статистика. *Экономика и математич. методы*, т. 25, с. 773 – 781.
Achenwall, G. (1752), *Staatsverfassung der europäischen Reiche im Grundrisse*. Göttingen. Первое издание (Göttingen, 1749) называлось *Abriß der neuesten Staatswissenschaft* etc. Большое число последующих изданий вплоть до 1798 г., но в 1768 г. название снова поменялось.
Allen R.G.D. (1950), The work of Eugen Slutsky. *Econometrica*, vol. 18, pp. 209 – 216.
D'Amador R. (1837), *Mémoire sur le calcul des probabilités appliqué à la médecine*. Paris.
Anderson, O. (1914), Nochmals über "The elimination of spurious correlation due to position in time or space". *Biometrika*, vol. 10, pp. 269 – 279.
--- (1932), L. von Bortkiewicz. В книге автора *Ausgew. Schriften*, Bd. 2, pp. 530 – 538. Редактор H. Strecker.
--- (1946, нем.), Автобиографические заметки. Машинопись, 4 с. Archiv, Ludwig-Maximilians-Univ. München, II-734.
--- (1959), Mathematik für marxistisch-leninistische Volkswirte. JNÖS, 3. Folge, Bd. 171, pp. 293 – 299.
Andreski S. (1972), *Social Science As a Sorcery.* London.
Anonymous (1735), Géométrie. *Hist. Acad. Roy. Sci. avec les Mém. Math. Phys.*, pp. 43 – 45 раздела *Histoire.*
Anonymous (1839), Introduction. *J. Stat. Soc. London*, vol. 1, pp. 1 – 5.
Anscombe F.J. (1960), Rejection of outliers. *Technometrics*, vol. 2, pp. 123 – 147.
Arbuthnot J. (1692), *Of the Laws of Chance.* London.
--- (1712), An argument for Divine Providence taken from the constant regularity observed in the birth of both sexes. В книге Kendall & Plackett (1977, pp. 30 – 34).
Arnauld A., Nicole P. (1662), *L'art de penser.* Paris, 1992. [Арно А., Николь П., (1991), *Логика или искусство мыслить*. М.]
Bacon F. (1620, латин.), *Novum Organum and Associated Texts*. Oxford, 2004, pp. 48 – 447 (латинск.-англ. изд.). [*Новый органон*. М., 1938].
Baer K. (1873), *Zum Streit über den Darwinismus.* Dorpat.
Baines J.A. (1896), Parliamentary representation in England etc. *J. Roy. Stat. Soc.*, vol. 59, pp. 38 – 118.
Barnett V., Lewis T. (1978), *Outliers in Statistical Data.* Chichester, 1984.

Bayes T. (1764), An essay towards solving a problem in the doctrine of chances. В книге Pearson E.S. & Kendall (1970, pp. 134 – 153).
Bernard Cl. (1865), *Introduction à l'étude de la médecine expérimentale*, tt. 1 – 2. Б.м., б. г. [1927.]
Bernoulli Chr. (1842), Einige Worte über anthropologische Statistik. В книге *Einladungsschrift zur Promotionsfeier des Pädagogiums und Eröffnung des Jahreskursus von 1842*. Basel, 1849. Отдельная пагинация.
Bernoulli Daniel (Бернулли Д.) (1738, латин.), Опыт новой теории измерения жребия. В книге *Теория потребительского поведения и спроса.* СПб, 1999, с. 11 – 27.
--- (1778, латин.), The most probable choice between several discrepant observations etc. *Biometrika*, vol. 48, 1961, pp. 3 – 13 вместе с комментарием Эйлера того же года. Также в книге E.S. Pearson & Kendall (1970, pp. 155 – 172).
Bernoulli Jakob (Бернулли Я.) (1713, латин.), *Ars conjectandi.* В книге Bernoulli J. (1975, pp. 107 – 259). Нем. перевод: *Wahrscheinlichkeitsrechnung*. Leipzig, 1899. Перепечатка: Thun – Frankfurt/Main, 1999. Русск. перевод части 4: *Искусство предположений, часть 4-я*, 1913; перепечатка в книге автора (1986, с. 23 – 59). Ссылки в тексте либо на нем. перевод, либо (если указано) на русск. перевод 1986 г.
--- (1975), *Werke*, Bd. 3. Basel. Содержит перепечатку ряда смежных мемуаров других авторов и комментарии.
--- (1986), *О законе больших чисел.* М. Редактор Ю.В. Прохоров.
Bertrand J. (1888), *Calcul des probabilités.* Второе изд., практически совпадающее с первым, 1907. Перепечатки: New York, 1970, 1972. Ссылки в тексте на издание 1972 г.
Bessel F.W. (Бессель Ф.В.) (доклад 1832), Über den gegenwärtigen Standpunkt der Astronomie. В книге автора (1848b, pp. 1 – 33).
--- (1838, нем.), Исследование о вероятности ошибок наблюдений. В книге автора (1961, с. 226 – 258).
--- (1848a), Über Wahrscheinlichkeitsrechnung. В книге автора (1848b, pp. 387 – 407).
--- (1848b), *Populäre Vorlesungen.* Hamburg.
--- (1961), *Избранные геодезические сочинения.* М.
Bienaymé I.J. (1838), Sur la probabilité des résultats moyens des observations. *Mém. Presentes Acad. Roy. Sci. Paris*, t. 5, pp. 513 – 558.
--- (1853), Considérations à l'appui de la découverte de Laplace sur la loi de probabilité dans la méthode des moindres carrés. *C.r. Acad. Roy. Sci. Paris*, t. 37, pp. 309 – 324.
--- (1855), Sur un principe que M. Poisson avait cru découvrir et qi'il avait appelé Loi des grands nombres. *J. Soc. Stat. Paris*, 17e année, 1876, pp. 199 – 204.
Biermann K.-R. (1965), Aus der Entstehung der Fachsprache der Wahrscheinlichkeitsrechnung. *Forschungen u. Fortschritte*, Bd. 39, No. 5, pp. 142 – 144.
--- (1966), Über die Beziehungen zwischen Gauss und Bessel. *Mitt. Gauss-Ges. Göttingen*, Bd. 3, pp. 7 – 20.
Biermann K.-R., Faak M. (1957), Leibniz' "De incerti aestimatione". *Forschungen und Fortschritte*, Bd. 31, No. 2, pp. 45 – 50.

Biot J.B. (1816), *Traité de physique expérimentale et mathématique*, tt. 1 – 4. Paris.
Blackman Ph., редактор (1951 – 1955, иврит и англ.), *Mishnayot*, vols 1 – 6. London.
Boltzmann L. (Больцман Л.) (1868), Studien über das Gleichgewicht der lebenden Kraft. В книге автора (1909, Bd. 1, c. 49 – 96). [Исследование равновесия живой силы между двумя движущимися материальными точками. *Избр. тр.* М., 1984, с. 30 – 66.]
--- (1872), Weitere Studien über das Wärmegleichgewicht. В книге автора (1909, Bd. 1, c. 316 – 402). [Дальнейшие исследования теплового равновесия между молекулами газа. *Избр. тр.*, с. 125 – 189.]
--- (1886), Der zweite Hauptsatz der mechanischen Wärmetheorie. В книге автора (1905, с. 25 – 50).[Второй закон механической теории тепла. В книге автора *Статьи и речи*. М., 1970, с. 3 – 28.]
--- (1895 – 1899), *Vorlesungen über Gastheorie*, Bde 1 – 2. Leipzig. [*Лекции по теории газов*, т. 1 – 2. М., 1956.]
--- (1905), *Populäre Schriften.* Leipzig, 1925.
--- (1909), *Wissenschaftliche Abhandlungen*, Bde 1 – 3. Leipzig.
Boole G. (1851), On the theory of probabilities. В книге автора (1952, pp. 247 – 259).
--- (1854), On the conditions by which the solution of questions in the theory of probabilities are limited. Там же, с. 280 – 288.
--- (1952), *Studies in Logic and Probability*, vol. 1. London.
Borel E. (1943, франц.), *Probabilities and Life.* New York, 1962.
--- (1950), *Probabilité et certitude*. Paris.
Born M. (1949), *Natural Philosophy of Cause and Chance*. New York, 1964.
---, комментатор (1969, нем.), *The Born – Einstein Letters, 1916 – 1955*. London, 1971.
Bowley A.L. (1901), *Elements of Statistics*. London, 1946. [Боули А. (1930), *Элементы статистики*. М.]
Boyle R. (1772), A physico-chymical essay. *Works*, vol. 1. Sterling, Virginia, 1999, pp. 359 – 376.
Bru B. (1981), Poisson, le calcul des probabilités et l'instruction publique. В книге Métivier и др. (1981, pp. 51 – 94).
--- (1988), Laplace et la critique probabiliste des mesures géodesiques. В книге H. Lacombe & P. Costabel, редакторы, *La figure de la Terre*. Paris, 1988, pp. 223 – 244.
Bruhns C. (1869), *J.F. Encke*. Leipzig.
Brush S.G. (1976), *The Kind of Motion We Call Heat*, pts 1 – 2. Amsterdam. Сквозная пагинация.
Buffon G.L.L. (1777), Essai d'arithmétique morale. В книге автора (1954, с. 456 – 488).
--- (1954), *Œuvres philosophiques.* Paris. Редакторы, J. Piveteau, M. Fréchet, C. Bruneau.
Butte W. (1808), *Die Statistik als Wissenschaft*. Landshut.
Campbell L., Garnett W. (1882), *Life of Maxwell.* London, 1884.
Caspar M., von Dyck W. (1930), *Kepler in seinen Briefen*, Bde 1 – 2. München – Berlin.
Casper J.L. (1825), *Beiträge zur medizinischen Statistik*, Bd. 1. Berlin.
Cauchy A.L. (1821), *Course d'analyse de l'Ecole royale polytechnique.* OC, sér. 2, t. 3. Paris, 1897.

--- (1845), Sur les secours que les sciences du calcul peuvent fournir aux sciences physiques ou même aux sciences morales. OC, sér. 1, t. 9. Paris, 1896, pp. 240 – 252.
Cellini B. (1965), *Autobiography.* New York. Первое англ. изд. не позднее 1771г., итальянские издания, опубл. с сохранившейся рукописи, появились не позднее 1728 г.
Celsus (1935), *De medicina*, vol. 1. London. На англ. яз. Написано в 1-м веке н.э.
Chernoff H., Moses L.E. (Чернов Г., Мозес Л.) (1959, англ.), *Элементарная теория статистических решений.* М., 1962.
Cicero M.T. (1991), *Über die Wahrsagung*. München – Zürich.
--- (1997), *Nature of the Gods*. Oxford.
Clarke A.R. (1880), *Geodesy*. Oxford.
Colebrooke H.T. (1817), *Algebra and Mensuration from the Sanscrit of Brahmegupta and Bháscara*. London. [Wiesbaden, 1973.]
Comte A. (1830 – 1842), *Cours de philosophie positive*. Изд. 4-е, tt. 2 – 3. Paris, 1877.
--- (1854), *Système de philosophie positive*, t. 4. Appendice général. Paris. Отдельная пагинация.
Congrès (1858), *C.r.* Congrès International de Statistique, Wien 1857. Wien.
Cornfield J. (1967), The Bayes theorem. *Rev. Inst. Intern. Stat*., t. 35, pp. 34 – 49.
Corry L. (1997), D. Hilbert and the axiomatization of physics. AHES, vol. 51, pp. 83 – 198.
Cotes R. (1722), Aestimatio errorum in mixta mathesis per variationes partium trianguli plani et sphaerici. *Opera misc.* London, 1768, pp. 10 – 58.
Cournot A.A. (Курно О.) (1838), *Recherches sur les principes mathématiques de la théorie des richeses*. Paris, 1980.
--- (1843), *Exposition de la théorie des chances et des probabilités.* Paris, 1984. Редактор B. Bru. Русск. перевод: *Основы теории шансов и вероятностей.* М., 1970.
Cramér H. (Крамер Г.), (1946, англ.), *Математические методы статистики*. М., 1948. [Princeton, 1974.]
--- (1976, англ.), *Полвека с теорией вероятностей: наброски воспоминаний*. М., 1979.
Crofton M.W. (1885), Probability. *Enc. Brit*., 9th edition, vol. 19, pp. 768 – 788.
Cubranic N. (1961), *Geodetski rad R. Boskovica.* Zagreb.
Cuvier G. (1812), *Discourse sur les révolutions de la surface du globe*. Paris, 1861.
--- (1831), Analyse des travaux de l'Académie … pendant l'année 1827, partie physique. *Mém. Acad. Roy. Sci. Paris*, t. 10, pp. ciii – cxc.
Dalembert J. Le Rond (1754), Croix ou pile. *Enc. ou dict. raisonné des sciences, des arts et des métiers*, t. 4, pp. 512 – 513. Stuttgart, 1966.
--- (1767a), Doutes et questions sur le calcul des probabilités. В книге автора *Mélanges de litterature, d'histoire, et de philosophie,* t. 5. Amsterdam, pp. 239 – 264.
--- (1767b), Réflexions philosophiques et mathématiques sur l'application du calcul des probabilités à l'inoculation de la petite vérole. Там же, pp. 267 – 367.

--- (1768), Sur le calcul des probabilités. *Opusc. Math.*, t. 4. Paris, pp. 283 – 310.
Darwin, C. (1859), *Origin of Species*. London – New York, 1958. [*Происхождение видов*. М., 1952.] [Manchester, 1995.]
--- (1868), *The variation of Animals and Plants under Domestication*, vols 1 – 2. London, 1885. [*Изменение животных и растений в домашнем состоянии*. М. – Л., 1941.] [London, 1988.]
--- (1871), *The Descent of Man*. London, 1901.
--- (1877), *Different Forms of Flowers*. London. [London, 1989.]
--- (1903), *More Letters*, vols 1 – 2. London.
--- (1935 – 1959), *Сочинения*, тт. 1 – 9. М. – Л.
David F.N., Neyman J. (1938), Extension of the Markoff theorem on least squares. *Stat. Res. Memoirs*, vol. 2, pp. 105 – 117.
Dawid, Ph. (2005), Statistics on trial. *Significance*, vol. 2, No. 1, pp. 6 – 8.
Deane Phyllis (1978), Petty. В книге Kruskal & Tanur (1978, vol. 2, pp. 702 – 703).
DeCandolle Alph. (1855), *Géographie botanique raisonnée*, t. 1. Paris.
Dedekind R. (1860), Über die Bestimmung der Präzision einer Beobachtungsmethode etc. *Ges. math. Werke*, Bd. 1. Braunschweig, 1930, pp. 95 – 100.
Delambre, J.B.J. (1819), Analyse des travaux de l'Académie … pendant l'année 1817, partie math. *Mém. Acad. Roy. Sci. Inst. de France*, t. 2 за 1817, pp. I – LXXII of the *Histoire*.
Deming W.E. (1943), *Statistical Adjustment of Data.* New York. [New York, 1948.]
--- (1950), *Some Theory of Sampling*. New York.
De Moivre A. (1712, латин.), De mensura sortis or the measurement of chance. *Intern. Stat. Rev*., vol. 52, 1984, pp. 236 – 262. Комментарий (A. Hald): pp. 229 – 236.
--- (1718, 1738, 1756), *Doctrine of Chances*. London. Перепечатка последнего издания: Нью Йорк, 1967.
--- (1724), *Treatise of Annuities of Lives*. В книге автора (1756, pp. 261 – 328 + 337 – 348).
--- (1733, латин.), A method of approximating the sum of the terms of the binomial $(a + b)^n$ etc. Включено в последующие издания *Doctrine* (в изд. 1756 г., расширенный вариант, с. 243 – 254).
De Morgan A. (1845), Theory of probabilities. *Enc. Metropolitana*, Pure sciences, vol. 2. London, pp. 393 – 490.
--- (1864), On the theory of errors of observation. *Trans. Cambr. Phil. Soc.*, vol. 10, pp. 409 – 427.
Descartes R. (1637), *Le discourse de la méthode et les essais*. *Œuvres*, t. 6. Paris, 1982.
--- (1644, латин.), *Principes de la philosophie. Œuvres*, t. 9, No. 2. Paris, 1978.
DeVries W.F.M. (2001), Meaningful measures: indicators on progress, progress on indicators. *Intern. Stat. Rev.*, vol. 69, pp. 313 – 331.
De Witt J. (1671, голл.), Value of life annuities in proportion to redeemable annuities. В статье Hendriks (1852, pp. 232 – 249).
O'Donnel T. (1936), *History of Life Insurance*. Chicago.
Doob J.L. (1976), Mathematical probability. В книге Owen D.B., редактор *On the History of Statistics and Probability*. New York, pp. 197 – 204.

--- (1989), Commentary on probability. В книге *Centenary of Math. in America*, pt. 2. Providence, Rhode Island, 1989, pp. 353 – 354. Редактор P. Duren и др.
--- (1994), The development of rigor in mathematical probability (1900 – 1950). *Amer. Math. Monthly*, vol. 103, 1996, pp. 586 – 595.
Dove, H.W. (1837), *Meteorologische Untersuchungen.* Berlin.
--- (1839), Über die nicht periodischen Änderungen der Temperaturvertheilung auf der Oberfläche der Erde. *Abh. Preuss. Akad. Wiss. Berlin*, Phys. Abh. 1838, pp. 285 – 415.
Edgeworth F.Y. (1884), The philosophy of chance. *Mind*, vol. 9, pp. 223 – 235. Также в книге автора (1996, vol. 1, pp. 6 – 18).
--- (1913), On the use of the theory of probabilities in statistics related to Society. *J. Roy. Stat. Soc.*, vol. 76, pp. 165 – 193. Также в книге автора (1996, vol. 3, pp. 354 – 382).
--- (1922), Review of Keynes (1921), *J. Roy. Stat. Soc.*, vol. 85, pp. 107 – 113). Также в книге автора (1996, vol. 1, pp. 153 – 159).
--- (1996), *Writings in Probability, Statistics and Economics*, vols 1 – 3. Редактор, C.R. McCann, Jr. Cheltenham.
Edwards A.W.F. (1994), R.A. Fisher on Karl Pearson. *Notes Rec. Roy. Soc. Lond.*, vol. 48, pp. 97 – 106.
Ehrenfest P., T., Эренфест, П. и Т. (1907, нем.), О двух известных возражениях против Н-теоремы Больцмана. В книге П. Эренфеста *Сборник статей*. М., 1972, с. 89 – 97.
Einstein A. (1944, 7 Nov.), Letter to M. Born. В книге Born (1969, p. 149).
--- (1947, 3 March), Letter to M. Born. Там же, с. 158.
--- (1976, 18 July), Letter in *Sunday Times*.
Eisenhart C. (1963), Realistic evaluation of the precision and accuracy of instrument calibration. В книге Ku H.H., редактор (1969), *Precision Measurement and Calibrations*. Nat. Bureau Standards, Sp. Publ. 300, vol. 1. Washington, pp. 21 – 47.
--- (1964), The meaning of "least" in least squares. *J. Wash. Acad. Sci.*, vol. 54, pp. 24 – 33.
--- (1978), Gauss. В книге Kruskal & Tanur (1978, vol. 1, pp. 378 – 386).
Ekeland I. (1984, франц.), *Mathematics and the Unexpected*. Chicago, 1988.
--- (1991, франц.), *The Broken Dice*. Chicago – London, 1993.
Euler L. (1749), Recherches sur la question des inégalités du mouvement de Saturne et de Jupiter. *Opera omnia*, ser. 2, t. 25. Zürich, 1960, pp. 45 – 157.
Faraday M. (1971), *Selected Correspondence*, vols 1 – 2. Cambridge.
Farr W. (1885), *Vital Statistics.* London.
Fechner G.T. (1877), *In Sachen der Psychophysik*. Leipzig.
--- (1897), *Kollektivmasslehre*. Leipzig. Редактор и фактически соавтор G.E. Lipps.
Feller W. (Феллер В.) (1950, англ.), *Введение в теорию вероятностей и ее приложения.* М., 1964.
Feynman R.P. (1963, англ.), *Lectures on Physics*. Англо-нем. изд., соавторы R.B. Leighton, M. Sands. München – Wien – Reading (Mass.), 1974, vol. 1, pt. 1.
Fisher R.A. (1922), On the mathematical foundations of theoretical statistics. *Phil. Trans. Roy. Soc.*, vol. A222, pp. 309 – 368.

--- (1925), *Statistical Methods for Research Workers.* В книге автора (1990a), отдельная пагинация, перепечатка издания 1973 г. Русский перевод: *Статистические методы для исследователей.* М., 1958.
--- (1935), *Design of Experiments*. Там же, отдельная пагинация, перепечатка издания 1966 г.
--- (1939), "Student". *Annals of Eugenics*, vol. 9, pp. 1 – 9.
--- (1948), What sort of man is Lysenko? В книге автора *Collected Works*, vol. 5. Adelaide, 1974, pp. 61 – 64.
--- (1951), Statistics. В книге *Scient. Thought in the 20th Century*. Редактор A.E. Heath. London, pp. 31 – 55.
--- (1953), The expansion of statistics. *J. Roy. Stat. Soc.*, vol. A116, pp. 1 – 6.
--- (1956), *Statistical Methods and Scientific Inference*. В книге автора (1990a), отдельная пагинация, перепечатка издания 1973 г.
--- (1983), *Natural Selection, Heredity and Eugenics*. Редактор J.H. Bennett. Oxford.
--- (1990a), *Statistical Methods, Experimental Design and Scientific Inference*. Oxford.
--- (1990b), *Statistical Inference and Analysis. Sel. Correspondence*. Oxford.
Fourier J.B.J., Editor (1821 – 1829), *Recherches statistiques sur la ville de Paris et de département de la Seine*, tt. 1 – 4. Paris.
--- (1826), Sur les résultats moyens déduits d'un grand nombre d'observations. В книге автора (1890, pp. 525 – 545).
--- (1829), Second mémoire sur les résultats moyens etc. Там же, с. 551 – 590.
--- (1890), *Œuvres*, t. 2. Paris. pp. 525 – 545.
Fourier, J.B.J., Poisson S.-D., Lacroix S.-F. (1826), Rapport sur les tontines. В книге Fourier (1890, pp. 617 – 633).
Fréchet M. (1946), Les définitions courantes de la probabilité. *Rev. Philos.*, t. 136, pp. 129 – 169.
--- (1949), Réhabilitation de la notion statistique de l'homme moyen. В книге автора *Les mathématiques et le concret.* Paris, 1955, pp. 317 – 341.
Freudenthal H. (1951), Das Peterburger Problem in Hinblick auf Grenzwertsätze der Wahrscheinlichkeitsrechnung. *Math. Nachr.*, Bd. 4, pp. 184 – 192.
--- (1966), De eerste ontmoeting tussen de wiskunde en de sociale wetenschappen. *Verh. Knkl. Vlaamse Acad. Wettenschappen, Letteren en Schone Kunsten Belg*., Kl. Wetenschappen, Jg. 28, No. 88. Отдельная пагинация.
Freudenthal H., Steiner H.-G. (1966), Die Anfänge der Wahrscheinlichkeitsrechnung. В книге *Grundzüge der Mathematik*, Bd. 4. Редактор H. Behnke и др. Göttingen, pp. 149 – 195.
Frisch R. (1933), Editorial. *Econometrica*, vol. 1, pp. 1 – 4.
Gaither C.C., Cavazos-Gaither A.E. (1996), *Statistically Speaking. A Dictionary of Quotations.* Bristol – Philadelphia.
Galen (Гален) (1951), *Hygiene.* Springfield, Illinois.
Galton Fr. (1869), *Hereditary Genius*. London – New York, 1978. [*Наследственность таланта*. СПб, 1875.]
--- (1883), *Inquiries into Human Faculty and Its Development.* London. [London, 1951].
--- (1888), Correlations and their measurements chiefly from anthropological data. *Proc. Roy. Soc.*, vol. 45, pp. 135 – 145.

--- (1889), *Natural Inheritance.* London. [New York, 1973].
Gastwirth, J.L., редактор (2000), *Statistical Science in the Courtroom.* New York.
Gatterer J.C. (1775), *Ideal einer allgemeinen Weltstatistik*. Göttingen.
Gauss C.F. (Гаусс К.Ф.) (1809a, нем.), Авторское сообщение о (1809b). Русск. перевод в книге автора (1957, с. 150).
--- (1809b, латин.), Теория движения небесных тел, кн. 2, раздел 3. Там же, с. 89 – 109.
--- (1821, нем.), Авторское сообщение о (1823b, часть 1). Там же, с. 141 – 144.
--- (1823a, нем.), Авторское сообщение о (1823b, часть 2). Там же, с. 144 – 147.
--- (1823b, латин.), Теория комбинаций наблюдений, подверженных наименьшим ошибкам, части 1 – 2. Там же, с. 17 – 57.
--- (1863 – 1930), *Werke*, Bde 1 – 12. Göttingen a.o. Перепечатка: Hildesheim, 1973 – 1981.
--- (1957), *Избр. геодезич. соч.*, т. 1. Ред. Г.В. Багратуни. Москва.
Gavarret J. (1840), *Principes generaux de statistique médicale.* Paris. Немецкий перевод: Эрланген, 1844.
Geoffroy Saint-Hilaire E. (1857), Naturaliste. *Enc. Moderne*, t. 21, pp. 642 – 647.
Gerling Ch.L. (1839), *Beiträge zur Geographie Kurhessens*. Kassel.
Ghosh J.K. (1994), Mahalanobis and the art and science of statistics: the early days. *Indian J. Hist. Sci.*, vol. 29, pp. 89 – 98.
Gillispie C., Holmes F.L., редакторы (1970 – 1990), *Dictionary of Scientific Biography*, vols 1 – 18, New York. Первые 16 томов (1970 – 1980): редактор Gillispie, остальные тома, – Holmes.
Girlich H.-J. (1996), Hausdorrfs Beiträge zur Wahrscheinlichkeitstheorie. В книге Brieskorn E., редактор, *F. Hausdorff zum Gedächtnis*, Bd. 1. Braunschweig, pp. 31 – 70.
Glantz S.A. (1980), Biostatistics: how to detect, correct and prevent errors in medical literature. *Circulation*, vol. 61.
Glass B. (1974), Maupertuis. В источнике Gillispie & Holmes (1970 – 1990, vol. 9, pp. 186 – 189).
Good I.J. (1959), Kinds of probability. *Science*, vol. 129, pp. 443 – 447.
Gowing R. (1983), *R. Cotes – Natural Philosopher*. Cambridge.
Graunt J, Граунт Дж. (1662, англ.), Естественные и политические наблюдения над бюллетенями о смертности. В книге Граунт и Галлей (2005, с. 5 – 105).
Great Books (1952), *Great Books of the Western World*, vols 1 – 54. Chicago.
Guy W.A. (1852), Statistics, medical. В книге *Cyclopaedia of Anatomy and Physiology*, vol. 4. London, 1852, pp. 801 – 814. Editor, R.B. Todd.
--- (1885), Statistical development with special reference to statistics as a science. *Jubilee Volume, Roy. Stat. Soc*., pp. 72 – 86.
Hald A. (Хальд А.) (1990), *History of Probability and Statistics and Their Applications before 1750.* New York.
--- (1998), *History of Mathematical Statistics from 1750 to 1930.* New York.
Halley E., **Галлей Э.** (1694, англ.), Оценка степеней смертности рода человеческого и т. д. Дополнение (1694, англ.): Некоторые дальнейшие

рассуждения о бюллетенях смертности в Бреслау. В книге Граунт, Галлей (2005, с. 107 – 118) и там же, с. 119 – 133.
Hardin C.L. (1966), The scientific work of the Reverend John Michell. *Annals of Science*, vol. 22, pp. 27 – 47.
Harter H.L. (1977, дата Введения), *Chronological Annotated Bibliography on Order Statistics.* Б.м.
Hartley D. (1749), *Observations on Man* etc. London.
Harvey W. (1651, латин.), *Anatomical Exercises in the Generation of Animals*. В книге *Great Books* (1952, vol. 28, pp. 329 – 496).
Haushofer D.M. (1872), *Lehr- und Handbuch der Statistik*. Wien.
Hegel, G.W.F. (Гегель Г.В.Ф.) (1812), *Wissenschaft der Logik*, Tl. 1. Hamburg, 1978. [Berlin, 2002.] [*Наука логики. Соч*., т. 5. М., 1937.]
Helmert F.R. (1868), Studien über rationelle Vermessungen im Gebiete der höhern Geodäsie. *Z. Math. Phys*., Bd. 13, pp. 73 – 120, 163 – 186; также Dissertation. Leipzig, 1868.
Hendriks F. (1852 – 1853), Contributions to the history of insurance. *Assurance Mag*., vol. 2, pp. 121 – 150, 222 – 258; vol. 3, pp. 93 – 120.
Herschel, J. (лекция 1861), Sun. В книге автора *Familiar Lectures on Scientific Subjects.* London – New York, 1866, pp. 47 – 90.
Herschel W. (1784), Account of some observations. В книге автора (1912, vol. 1, pp. 157 – 166).
--- (1785), On the construction of the heavens. Там же, с. 223 – 259.
--- (1817), Astronomical observations and experiments tending to investigate the local arrangement of celestial bodies in space. Там же, т. 2, с. 575 – 591.
--- (1912), *Scientific Papers*, vols 1 – 2. London. [Bristol, 2003.]
Heyde C.C., Seneta E. (1977), *I.J. Bienaymé*. New York.
Hilbert D. (Гильберт Д.) (1901, нем.), *Проблемы Гильберта*. М., 1969.
Hill D., Elkin W.L. (1884), Heliometer-determination of stellar parallax. *Mem. Roy. Astron. Soc.*, vol. 48, pt. 1 (вся часть 1).
Hippocrates (Гиппократ) (1952), Aphorisms. В книге *Great Books* (1952, vol. 10, pp. 131 – 144). [*Афоризмы*. СПб, 1848.]
Humboldt A. (1816), Sur les lois que l'on observe dans la distribution des formes végétales. *Annales chim. phys*., t. 1, pp. 225 – 239.
--- (1818), De l'influence de la déclinaison du Soleil sur le commencement des pluies équatoriales. Там же, t. 8, pp. 179 – 190.
--- (1826), *Voyage aux régions équinoxiales*, t. 12. Paris.
--- (1845 – 1862), *Kosmos*, Bde 1 – 5. Stuttgart, 1845, 1847, 1850, 1858, 1862. [*Космос.* М., 1866 – 1871. Третье изд.] [Bde 1 – 4: Stuttgart, 1877.]
Hume D. (1739), *Treatise on Human Nature.* Baltimore, 1969.
Huxley J. (1949), *Soviet Genetics and World Science.* London.
Huxley T.H. (1869), The anniversary address of the President. *Q. J. Geol. Soc. Lond.*, vol. 25, pt. 1, pp. XXVIII – LIII.
Huygens C. (1657, латин.), De calcul dans les jeux de hazard. В собр. соч. автора (1888 – 1950, t. 14, pp. 49 – 91, франц. и голл.).
--- (1888 – 1950), *Oeuvres complètes*, tt. 1 – 22. La Haye. Тома 6 и 14 вышли в 1895 и 1920 гг. соответственно.
Junkersfeld, J. (1945), *The Aristotelian – Thomistic Concept of Chance*. Notre Dame, Indiana.
Juskevic A.P., Winter E., Hoffmann P., редакторы (1959), *Die Berliner und die Petersburger Akademie der Wissenschaften in Briefwechsels Eulers*, Bd. 1. Berlin.

Kac M. (Кац М.), (1959), *Probability and Related Topics in Physical Sciences*. New York. [*Вероятность в физике и смежные вопросы.* М., 1965.]
Kamke E. (1933), Über neuere Begründungen der Wahrscheinlichkeitsrechnung. *Jahresber. Deutsche Mathematiker-Vereinigung*, Bd. 42, pp. 14 – 27.
Kant I. (Кант И.) (1755), Allgemeine Naturgeschichte und Theorie des Himmels. *Ges. Schriften*, Bd. 1. Berlin, 1910, pp. 215 – 368. [Erlangen, 1988. Всеобщая естественная история и теория неба. *Соч.*, т. 1. М., 1963, с. 117 – 262.]
--- (1781), *Kritik der reinen Vernunft. Ges. Schriften*, Bd. 3. Berlin, 1911. [Hamburg, 1976. *Критика чистого разума*. *Соч*., т. 3. М., 1964.]
Kapteyn J.C. (1906), Statistical methods in stellar astronomy. [*Reports*] *Intern. Congr. Arts & Sci. St. Louis 1904*. Б.м., vol. 4, 1906, pp. 396 – 425.
Kendall M.G. (1956), The beginnings of a probability calculus. *Biometrika*, vol. 43, pp. 1 – 14. Перепечатка: Pearson & Kendall (1970, pp. 19 – 34).
--- (1960), Where shall the history of statistics begin? *Biometrika*, vol. 47, pp. 447 – 449.
--- (1963), Isaac Todhunter's *History of the Mathematical Theory of Probability. Biometrika*, vol. 50, pp. 204 – 205.
--- (1968), F.Y. Edgeworth. *Biometrika*, vol. 55, pp. 269 – 275. Перепечатка: Pearson & Kendall (1970, pp. 257 – 262).
--- (1972), History and future of statistics. В книге *Statistical Papers in Honor of G. Snedecor.* Ames, Iowa.
Kendall M.G., Plackett R.L., редакторы (1977), *Studies in the History of Statistics and Probability*, vol. 2. London. Сборник перепечаток статей по истории теории вероятностей, математической статистики и статистики.
Kepler J. (1604, латин.), Thorough description of an extraordinary new star. *Vistas in Astron.*, vol. 20, 1977, pp. 333 – 339.
--- (1606), De stella nova in pede Serpentarii. *Ges. Werke*, Bd. 1. München, 1938, pp. 147 – 292.
--- (1609, латин.), *New Astronomy.* Cambridge, 1992.
--- (1618 – 1621, латин.), *Epitome of Copernican Astronomy*, Books 4 and 5. В книге *Great Books* (1952, vol. 16, pp. 845 – 1004).
--- (1619, латин.), *Welt-Harmonik*. München – Berlin, 1939.
--- (1627), An den Senat von Ulm, 30.7.1627. В книге Caspar & Dyck (1930, p. 248).
Keynes, J.M. (1921), *Treatise on Probability. Coll. Writings*, vol. 8. London, 1973.
Knapp G.F. (1872), Quetelet als Theoretiker. JNÖS, Bd. 18, pp. 89 – 124.
Knies C.G.A. (1850), *Die Statistik als selsbstständige Wissenschaft*. Kassel.
Knott C.G. (1911), *Life and Work of P.G. Tait*. Cambridge.
Kleiber J. (1887), On "random scattering" of points on a surface. *Phil. Mag*., vol. 24, No. 150, pp. 439 – 445.
Kohli K. (1975), Aus dem Briefwechsel zwischen Leibniz und Jakob Bernoulli. В книге Bernoulli (1975, pp. 509 – 513).
Kopf E.W. (1916), Florence Nightingale as a statistician. *J. Amer. Stat. Assoc*., vol. 15, pp. 388 – 404.
Koyré A. (1956), Pascal savant. В книге автора *Metaphysics and Measurement.* London, 1968, pp. 131 – 156.

Kries J. von (1886), *Principien der Wahrscheinlichkeitsrechnung.* Tübingen, 1927.
Kruskal W. (1978), Statistics: the field. В книге Kruskal & Tanur (1978, vol. 2, pp. 1071 – 1093).
Kruskal W., Tanur J.M., редакторы (1978), *International Encyclopedia of Statistics*, vols 1 – 2. New York.
Lagrange G.L. (1775), Письмо Лапласу. *Oeuvres*, t. 14. Paris, 1892, pp. 58 – 59.
--- (1776), Письмо Лапласу. Там же, с. 66.
--- (1778), Письмо Даламберу. *Oeuvres*, t. 13. Paris, 1882, pp. 87 – 90.
Lamarck J.B. (1794), *Recherches sur les causes des principaux faits physiques*, t. 2. Paris.
--- (1800 – 1811), *Annuaire météorologique*, tt. 1 – 11. Paris. Очень редкое издание.
--- (рукопись 1810 – 1814), *Aperçu analytique des connaissances humaines*. Русский перевод в книге Ламарк Ж.Б. (1959), *Избр. тр*., т. 2, М., с. 593 – 662.
--- (1815), *Histoire naturelle des animaux sans vertèbres*, t. 1. Paris. [*Естественная история беспозвоночных животных*. Там же, с. 8 – 296.]
Lambert J.H. (1765a), Anmerkungen und Zusätze zur practischen Geometrie. В книге автора (1765b, pp. 1 – 313).
--- (1765b), *Beyträge zum Gebrauche der Mathematik und deren Anwendung*, Tl. 1. Berlin, 1765.
Lamont, J. (1867), Über die Bedeutung arithmetischer Mittelwerthe in der Meteorologie. *Z. öster. Ges. Met*., Bd. 2, No. 11, pp. 241 – 247.
Landau D., Lazarsfeld P.F. (1978), Quetelet. В книге Kruskal & Tanur (1978, vol. 2, pp. 824 – 834).
Langevin P. (1913), La physique du discontinu. В книге *Les progrès de la physique moléculaire*. Paris, 1914, pp. 1 – 46.
Laplace P.S. (1774), Sur la probabilité des causes par les événements. OC, t. 8. Paris, 1891, pp. 27 – 65.
--- (1776), Recherches sur l'intégration des équations différentielles aux différences finies. Там же, pp. 69 – 197.
--- (1786), Sur les approximations des formules qui sont fonctions de très-grands nombres, Suite. OC, t. 9. Paris, 1893, pp. 295 – 338.
--- (1796), *Exposition du système du monde.* OC, t. 6. Paris, 1884 (весь том; перепечатка изд. 1835 г.). [*Изложение системы мира.* СПб, 1861.]
--- (1798 – 1825), *Traité de mécanique céleste.* 1798, 1798, an 11 ≈ 1803, 1805, 1825. OC, tt. 1 – 5. Paris, 1878 – 1882. Англ. перевод (N. Bowditch): *Celestial Mechanics* (1832), vols 1 – 4. New York, 1966.
--- (1812), *Théorie analytique des probabilités.* OC, t. 7, No. 1 – 2. Paris, 1886. Монография состоит из двух частей, Введения (1814) и дополнений. Собственно теории вероятностей посвящена вторая часть.
--- (1814, франц.), *Опыт философии теории внероятностей.* Русский перевод 1908 г. перепечатан в книге Прохоров (1999, с. 834 – 863).
--- (1818), Deuxième Supplément to Laplace (1812). OC, t. 7, No. 2, pp. 531 – 580.
--- (прим. 1819), Troisième Supplément to Laplace (1812). Там же, pp. 581 – 616.
Laurent P.H. (1873), *Traité du calcul des probabilités*. Paris.

Le Cam L. (1986), The central limit theorem around 1935. *Stat. Sci*., vol. 1, pp. 78 – 96.
Legendre A.M. (1805), *Nouvelles méthodes pour la détermination des orbites des comètes.* Paris.
Leibniz G.W. (Лейбниц Г.В.) (рукопись, 1686), Allgemeine Untersuchungen über die Analyse der Begriffe und wahren Sätze. В книге автора *Fragmente zur Logik.* Berlin, 1960, pp. 241 – 303.
--- (1714), Brief an L. Bourguet. *Phil. Schriften*, Bd. 3, Abt. 1. Редактор C.I. Gerhardt. Leipzig, pp. 564 – 570. Впервые опубл. в 1789 г.
Lévy P. (1925), *Calcul des probabilités.* Paris.
--- (1949), Les fondements du calcul des probabilités. *Dialectica*, t. 3, pp. 55 – 64.
--- (1970), *Quelques aspécts de la pensé d'un mathématicien.* Paris.
Liagre J.B.J. (1852), Sur la loi de répartition des hauteurs barométriques. *Bull. Acad. Sci., Lettres, Beaux-Arts Belg*., t. 19, pt 2, pp. 502 – 514.
Liebermeister C. (прим. 1877), Über Wahrscheinlichkeitsrechnung in Anwendung auf therapeutische Statistik. В книге *Sammlung klinischer Vorträge.* Innere Medizin, №№ 31 – 61. Leipzig, б.г., №39 (№110 всей серии), pp. 935 – 962.
Lindeberg J.W. (1922), Eine neue Herleitung des Exponentialgesetzes in der Wahrscheinlichkeitsrechnung. *Math. Z.*, Bd. 15, pp. 211 – 225.
Lueder A.F. (1812), *Kritik der Statistik und Politik.* Göttingen.
Mackenzie D.A. (1981), *Statistics in Britain, 1865 – 1930.* Edinburgh.
McCann Ch.R., Jr (1996), Introduction. В книге Edgeworth (1996, vol. 1, pp. xi – xxv).
Maennchen, Ph. (1930), Gauss als Zahlenrechner. В книге Gauss, *Werke*, Bd. 10/2, No. 6. Отдельная пагинация.
Maimonides (1975), *Introduction to the Talmud*. New York.
Maire [C.], Boscovich [R.J.] (1770), *Voyage astronomique et géographique dans l'État de l'Église.* Paris.
Mansion P. (1905), Sur la portée objective du calcul des probabilités. *Mathesis*, sér. 3, t. 4, Suppl. Отдельная пагинация.
Marx K., Engels F. (Маркс К., Энгельс Ф). (1964), *Сочинения*, т. 32. М.
Maupertuis, P.L.M. (1745), Venus physique. *Œuvres*, t. 2. Lyon, 1756, pp. 1 – 133.
Maxwell, J.C. (1867), On the dynamical theory of gases. В книге автора (1890, vol. 2, pp. 26 – 71).
--- (1871a), Introductory lecture on experimental physics. В книге автора (1890, vol. 2, pp. 241 – 255).
--- (1871b), *Theory of Heat*. London.
--- (1873, доклад), Does the progress of physical science tend to give any advantage to the opinion of necessity over that of the contingency of events. В книге Campbell & Garnett (1882, pp. 357 – 366).
--- (1873), Molecules. В книге автора (1890, vol. 2, pp. 361 – 378).
--- (1877), Review of H.W. Watson *Treatise* etc. *Nature*, vol. 16, pp. 242 – 246.
--- (1879), On Boltzmann's theorem. В книге автора (1890, vol. 2, pp. 713 – 741).
--- (1890), *Scientific Papers*, vols 1 – 2. Cambridge. [New York, 1965.]
Mendelsohn M., Über die Wahrscheinlichkeit. *Philos. Schriften*, Tl. 2. Berlin, 1761, pp. 189 – 228. Год публикации статьи не указан.

Métivier M., Costabel P., Dugac P., редакторы (1981), *Poisson et la science de son temps.* Paris.
Meyer Hugo (1891), *Anleitung zur Bearbeitung meteorologischer Beobachtungen.* Berlin.
Michell J. (1767), An inquiry into the probable parallax and magnitude of the fixed stars. *Phil. Trans. Roy. Soc. Abridged*, vol. 12, 1809, pp. 423 – 438.
Mill, J.S., Милль Дж. С. (1843, англ.), *Система логики.* СПб, 1914. [*System of Logic. Coll. Works*, vol. 8. Toronto, 1974.]
Mises R. (Мизес Р.), (1919), Fundamentalsätze der Wahrscheinlichkeitsrechnung. *Math. Z.*, Bd. 4, pp. 1 – 97. Сокращенный вариант в книге автора *Sel. Papers*, vol. 2. Providence, Rhode Island, 1964, pp. 35 – 56.
--- (1928, нем.), *Вероятность и статистика*. М., 1930.
--- (1931), *Wahrscheinlichkeitsrechnung und ihre Anwendung in der Statistik und theoretischen Physik*. Leipzig.
--- (1939, нем.), *Positivism*. Cambridge, 1951.
--- (1964), *Mathematical Theory of Probability and Statistics.* Редактор и соавтор Hilda Geiringer. New York – London.
Montmort P.R. (1708), *Essay d'analyse sur les jeux de hasard*. Paris, 1713. New York, 1980. Прижизненные издания вышли в свет анонимно.
Needham, J. (1962), *Science and Civilisation in China*, vol. 4, pt. 1. Cambridge.
Neugebauer O. (1948), Mathematical models in ancient astronomy. В книге автора (1983, pp. 99 – 127).
--- (1950), The alleged Babylonian discovery of the precession of the equinoxes. Там же, с. 247 – 254.
--- (1975), *History of Ancient Mathematical Astronomy*, pts 1 – 3. Berlin. [Berlin, 2004].
--- (1983), *Astronomy and History. Sel. Essays.* New York.
Newcomb S. (1878), Researches of the Motion of the Moon, pt. 1. *Wash. Obs*. за 1875, App. 2.
--- (1882), Discussion and results of observations on transits of Mercury etc. *Astron. Papers*, vol. 1, pp. 363 – 487.
--- (1886), A generalized theory of the combinations of observations. *Amer. J. Math.*, vol. 8, pp. 343 – 366.
--- (1902), The Universe as an organism. В книге автора *Sidelights on Astronomy.* New York – London, 1906, pp. 300 – 311.
Newsholme A. (1931), Farr. *Enc. Soc. Sciences*, vol. 5. New York, 1954, p. 133.
Newton I. (1704, англ.), *Оптика* (1927). М., 1954. [London, 1931.]
--- (1729, латин.), *Mathematical Principles of Natural Philosophy*. Berkeley, 1960. [*Математические начала натуральной философии* (1915 – 1916). М., 1989.]
Newton R.R. (1977), *The Crime of Claudius Ptolemy.* Baltimore.
Neyman J. (1934), On two different aspects of the representative method. *J. Roy. Stat. Soc.*, vol. 97, pp. 558 – 625. Перепечатка в книге автора (1967, pp. 98 – 141).
--- (1952), *Lectures and Conferences on Mathematical Statistics and Probability.* Washington.
--- (1967), *Selection of Early Statistical Papers.* Berkeley.

Nightingale Fl. (1859), Notes on Nursing. В книге автора *Selected Writings*. New York, 1954, pp. 123 – 220.
Olbers W. (1816), Über den veränderlichen Stern im Halse des Schwanz. *Z. f. Astron. und verw. Wiss.*, Bd. 2, pp. 181 – 198.
Orwell G. (1949), *Nineteen Eighty-Four*. New York, 1969. [Оруэлл Дж. М., 1992.]
Pascal B. (1654, латин. и франц.), À la très illustre Académie Parisienne de Mathématique. OC, t. 1. Paris, 1998, pp. 169 – 173.
--- (1669). *Pensées.* Сборник рукописных отрывков. OC, t. 2. Paris, 2000, pp. 543 – 1046. [*Мысли.* М., 1899.]
Pearson E.S. (1936 – 1937), K. Pearson: an appreciation of some aspects of his life and work. *Biometrika*, vol. 28, pp. 193 – 257; vol. 29, pp. 161 – 248.
--- (1965), Some incidents in the early history of biometry and statistics, 1890 – 1894. *Biometrika*, vol. 52, pp. 3 – 18. Перепечатка: Pearson & Kendall (1970, pp. 323 – 338).
Pearson E.S., Hartley H.O. (1954), *Biometrika Tables for Statisticians*, vol. 1. London, 1984.
Pearson E.S., Kendall M.G., редакторы (1970), *Studies in the History of Statistics and Probability* [vol. 1]. London. Сборник перепечаток статей по истории теории вероятностей, математической статистики и статистики.
Pearson K. (1887), *Ethic of Freethought*. London, 1901.
--- (1892, англ.), *Грамматика науки.* СПб, 1911. [Англ. изд.: Bristol, 1991.]
--- (1898), Cloudiness. *Proc. Roy. Soc.*, vol. 62, pp. 287 – 290.
--- (1905), Das Fehlergesetz und seine Verallgemeinung durch Fechner und Pearson: a rejoinder. *Biometrika*, vol. 4, pp. 169 – 212.
--- (1914 – 1930), *Life, Letters and Labours of Fr. Galton*, vols 1, 2, 3A, 3B. Cambridge.
--- (1919), Peccavimus. *Biometrika*, vol. 12, pp. 259 – 281.
--- (1924), Historical note on the origin of the normal curve. *Biometrika*, vol. 16, pp. 402 – 404.
--- (1925), James Bernoulli's theorem. *Biometrika*, vol. 17, pp. 201 – 210.
--- (1978), *History of Statistics in the 17th and 18th Centuries against the Changing Background of Intellectual, Scientific and Religious Thought.* Лекции 1921 – 1933. Редактор E.S. Pearson. London.
Peirce C.S. (1878), The doctrine of chances. В книге автора *Writings*, vol. 3, pp. 276 – 289. Bloomington, Indiana, 1958. [1986.]
Petty W. (Петти, В.) (1662), A treatise on taxes and contributions. В книге автора (1899, т. 1, с. 1 – 97). [Трактат о налогах и сборах. В книге автора (1940, с. 3 – 78).]
--- (1690), Political Arithmetic. В книге автора (1899, т. 2, pp. 239 – 313). [Политическая арифметика. В книге автора (1940, с. 154 – 205).]
--- (1899), *Economic Writings*, vols 1 – 2. Редактор, C.H. Hull. Cambridge. [London, 1997.]
--- (1927), *Papers*, vols 1 – 2. London. [London, 1997].
--- (1940), *Экономические и статистические работы*. М.
Plato (1929), *Timeus [and Other Contributions]*. London – Cambridge (Mass.), 1966, pp. 3 – 253.
--- (2004), *Phaidon.* Göttingen.
Playfair W. (1801), *Statistical Breviary Showing the Resources of Every State and Kingdom in Europe.* London.

Poe E.A. (1841), The murders in the Rue Morgue.
--- (1845), The purloined letter.
Poincaré H. (Пуанкаре А.) (1894), Sur la théorie cinétique de gaz. *Œuvres*, t. 10. Paris, 1954, pp. 246 – 263.
--- (1896, франц.), *Теория вероятностей*. Ижевск, 1999. *Calcul des probabilités.* Paris, 1912, перепечатка 1923.
--- (1905), *La valeur de la science.* Paris, 1970.
--- (1921), Résumé analytique [собственных работ]. In *Mathematical Heritage of H. Poincaré.* Providence, Rhode Island, 1983. Редактор F.E. Browder, pp. 257 – 357.
--- (1983), *О науке*. М. Содержит русский перевод брошюры (1905), с. 153 – 282.
Poincaré H., Darboux J.G., Appell P.E. (1906), [Заключение.] В книге *Affaire Dreyfus* etc, t. 1. Paris, pp. 243 – 245.
Poisson S.-D. (1824 – 1829), Sur la probabilité des résultats moyens des observations. *Conn. des temps*, pour 1827, pp. 273 – 302; pour 1832, pp. 3 – 22.
--- (1836), Note sur la loi des grands nombres. *C.r. Acad. Sci. Paris*, t. 2, pp. 377 – 382. С дискуссией.
--- (1837a), *Recherches sur la probabilité des jugements en matière criminelle et en matière civile.* Paris.
--- (1837b), Sur la probabilité du tir a la cible. *Mémorial de l'artillerie*, No. 4, pp. 59 – 94.
Poisson S.-D., Dulong P.L. et al (1835), Рецензия на Civiale, Recherches de statistique sur l'affection calculeuse. *C.r. Acad. Sci. Paris*, t. 1, pp. 167 – 177.
Popper K.R. (1935, нем.), *Logic of Scientific Discovery*. New York, 1959. [London, 1968.]
--- (1963), *Conjectures and Refutations*. New York. [London, 1969.]
Portlock J.E. (1839), Address explanatory of the objects and advantages of statistical enquiries. *J. Stat. Soc. Lond.*, vol. 1, pp. 316 – 317.
Price D.J. (1955), Medieval land surveying and topographical maps. *Geogr. J.*, vol. 121, pp. 1 – 10.
Procès (1900), *Procès Dreyfus 1899*, tt. 1 – 3. Paris.
Proctor R.A. (1874), *The Universe.* London.
Ptolemy (1984, англ.), *Almagest.* London. [Русский перевод с греческого: М., 1998.]
Quetelet A. (Кетле А.) (1826), À M. Villermé etc. *Corr. Math. et Phys.*, t. 2, pp. 170 – 178.
--- (1829), Recherches statistiques sur le Royaume des Pays-Bas. *Mém. Acad. Roy. Sci., Lettres et Beaux-Arts Belg.*, t. 5. Отдельная пагинация.
--- (1832a), Recherches sur la loi de la croissance de l'homme. Там же, т. 7. Отдельная пагинация.
--- (1832b), Recherches sur le penchant au crime. Там же, отдельная пагинация.
--- (1836), *Sur l'homme et le développement de ses facultés, ou essai de physique sociale*, tt. 1 – 2. Bruxelles. [*Человек и развитие его способностей или опыт общественной физики.* СПб, 1865.]
--- (1842), *Études sur l'homme.* Bruxelles.
--- (1846), *Lettres ... sur la théorie des probabilités.* Bruxelles.
--- (1848), *Du système social*. Paris.
--- publie par (1849 – 1857), *Sur le climat de la Belgique*, tt. 1 – 2. Bruxelles.

--- (1853), *Théorie des probabilités.* Bruxelles.
--- (1869), *Physique sociale*, tt. 1 – 2. Bruxelles. Переиздание книги 1836 г. с измененным названием. [*Социальная физика*, тт. 1 – 2. Киев, 1911 – 1913.] [Bruxelles, 1997.]
--- (1870), Des lois concernant le développement de l'homme. *Bull. Acad. Roy. Sci., Lettres, Beaux-Arts Belg.*, 39e année, t. 29, pp. 669 – 680.
--- (1871), *Anthropométrie*. Bruxelles.
--- (1974), *Mémorial.* Bruxelles.
Quetelet, A., Heuschling, X. (1865), *Statistique internationale* (*population*). Bruxelles.
Quetelet A., Smits Ed. (1832), *Recherches sur la reproduction et la mortalité de l'homme.* Bruxelles.
Rabinovitch N.L. (1973), *Probability and Statistical Inference in Ancient and Medieval Jewish Literature.* Toronto.
Rao C. Radhakrishna (1993), Statistics must have a purpose. The Mahalanobis dictum. *Sankhya, Indian J. Stat.*, vol. A55, pp. 331 – 349.
Rehnisch, E. (1876), Zur Orientierung über die Untersuchungen und Ergebnisse der Moralstatistik. *Z. Philos. u. philos. Kritik*, Bd. 69, pp. 43 – 115.
Reichenbach H. (1951), *Rise of Scientific Philosophy*. Berkeley. [Berkeley, 1956.]
Rényi A. (Реньи А.) (1969, венг.), Письма о вероятности. В книге автора *Трилогия о математике*. М., 1980, с. 121 – 198.
Rigaud S.P. (1832), *Miscellaneous Works and Correspondence of J. Bradley.* Oxford. [New York, 1972.]
Rümelin, G. (1867), Über den Begriff eines socialen Gesetzes. В книге автора *Reden und Aufsätze*. Freiburg i/B – Tübingen, 1875, pp. 1 – 31.
Saenger K. (1935), Das Preussische statistische Landesamt 1805 – 1934. *Allg. stat. Archiv*, Bd. 24, pp. 445 – 460.
Schilling C., редактор (1900 – 1909), *Olbers. Sein Leben und sein Werk*, Bd. 2, Abt. 1 – 2 [= Briefwechsel zwischen Gauss und Olbers.]. Berlin. Переписка с Гауссом перепечатана: Gauss (1976), *Werke*, Ergänzungsreihe, Bd. 4. Hildesheim.
Schlözer A.L. (1804), *Theorie der Statistik.* Göttingen.
Schneider I. (1968), Der Mathematiker A. De Moivre. AHES, vol 5, pp. 177 – 317.
Schreiber [O.] (1879), Richtungsbeobachtungen und Winkelbeobachtungen. *Z. f. Vermessungswesen*, Bd. 8, pp. 97 – 149.
Schrödinger E. (1944), The statistical law in nature. *Nature*, vol. 153, pp. 704 – 705.
Schumpeter J. (1933), The commonsense of econometrics. *Econometrica*, vol. 1, pp. 5 – 12.
--- (1954), *History of Economic Analysis*. New York, 1955.
Seneta E. (1994), Karl Liebermeister's hypergeometric tails. *Hist. Math.*, vol. 21, pp. 453 – 462.
Servien, P. (1952), *Science et hasard.* Paris.
Simpson J.Y. (1847 – 1848), Anaesthesia. *Works*, vol. 2. Edinburgh, 1871, pp. 1 – 288.
Simpson T. (1756), On the advantage of taking the mean of a number of observations. *Phil. Trans. Roy. Soc.*, vol. 49, pp. 82 – 93.

--- (1757), Расширенный вариант той же статьи. В книге автора *Miscellaneous Tracts on Some Curious… Subjects…* London, pp. 64 – 75.
Smoluchowski M. von (1918), Über den Begriff des Zufalls und den Ursprung der Wahrscheinlichkeitsgesetze in der Physik. *Naturwissenschaften*, Bd. 6, pp. 253 – 263.
Spottiswoode W. (1861), On typical mountain ranges etc. *J. Roy. Geogr. Soc.*, vol. 31, pp. 149 – 154.
Stigler S.M. (1986), *History of Statistics.* Cambridge (Mass.).
--- (1999), *Statistics on the Table.* Cambridge (Mass.). Сборник возможно переработанных статей автора.
Strabo (1969), *Geography*, vol. 1. London.
Süssmilch J.P. (1741), *Die Göttliche Ordnung in den Veränderungen des menschlichen Geschlechts, aus der Geburt, dem Tode und der Fortpflanzung desselben.* Berlin, 1765. Несколько последующих изданий.
Thomson W., Lord Kelvin (1883, лекция), Electrical units of measurement. В книге автора (1889), *Popular Lectures and Addresses*, vol. 1. London, 1891, pp. 80 – 143.
Todhunter I. (1865), *History of the Mathematical Theory of Probability from the Time of Pascal to That of Laplace.* New York, 1949, 1965.
Truesdell C. (1976 – 1981), Genius and the establishment at a polite standstill in the modern university: Bateman. В книге автора (1984, pp. 403 – 438).
--- (1984), *An Idiot's Fugitive Essays on Science.* New York. Сборник перепечаток предисловий и рецензий автора по истории и философии естествознания.
Van-Swinden J.-H, Trallès, Laplace, Legendre, Méchain, Delambre, Ciscar (an VII ≈ 1799), Rapport sur la détermination de la grandeur de l'arc du méridien … et sur la longueur du mètre. В книге Méchain, Delambre (1810), *Base du système métrique décimal*, t. 3. Paris, pp. 415 – 433.
Westergaard H. (1916), Scope and method of statistics. *Publ. Amer. Stat. Assoc.*, vol. 15, pp. 225 – 291.
Woolhouse W.S.B. (1873), On the philosophy of statistics. *J. Inst. Actuaries, and Assurance Mag.*, vol. 17, pp. 37 – 56.
Zabell S.L. (1988), The probabilistic analysis of testimony. *J. Stat. Planning and Inference*, vol. 20, pp. 327 – 354.
Zach F.X. von (1813), Sur le degré du méridien. *Mém. Acad. Imp. Sci., Littérature, Beaux-Arts Turin* за 1811 – 1812. Sci. math. et phys., pp. 81 – 216.
Zermelo E. (1900), Über die Anwendung der Wahrscheinlichkeitsrechnung auf dynamische Systeme. *Phys. Z.*, Bd. 1, pp. 317 – 320.

Именной указатель

Указатель не покрывает Предисловия. Номера относятся либо к самим высказываниям, либо к соответствующим комментариям. В тех случаях, когда данное имя (но не автора высказывания) упомянуто и там, и там, номера набраны полужирным шрифтом.